

# Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz

(Fortsetzung der Publikationsreihe  
«Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz»)

herausgegeben von der

Schweizerischen Geodätischen Kommission  
(Organ der Schweizerischen Akademie der Naturwissenschaften)

**Sechshundfünfzigster Band**  
**Volume 56**

**Geoid der Schweiz 1997**

Urs Marti

1997



# Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz

(Fortsetzung der Publikationsreihe  
«Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz»)

herausgegeben von der

Schweizerischen Geodätischen Kommission  
(Organ der Schweizerischen Akademie der Naturwissenschaften)

**Sechsfundfünfzigster Band**  
**Volume 56**

**Geoid der Schweiz 1997**

Urs Marti

1997

**Adresse der Schweizerischen Geodätischen Kommission:**

**Institut für Geodäsie und Photogrammetrie  
Eidg. Technische Hochschule Zürich  
ETH Hönggerberg  
CH-8093 Zürich, Switzerland**

**Redaktion des 56. Bandes:  
Dr. U. Marti, Dr. B. Bürki**

**Druck: Print-Atelier E. Zingg, Zürich**

## VORWORT

Satellitengestützte Vermessungsmethoden, wie GPS, haben zur zentralen Frage geführt, wie ellipsoidische Höhen mit nivellierten Höhen verknüpft werden können. In der Schweiz liegen die Unterschiede zwischen dem globalen Referenzellipsoid, auf das sich die GPS-Messungen beziehen, und dem Geoid, auf das sich nivellierte Höhen beziehen, in der Grössenordnung von 50 m. Im Alpenraum variiert der Abstand beider Bezugsflächen um bis zu 10 m. Die Berechnung genauer Geoide ist daher nicht nur für die Erforschung des Erdinnern, sondern auch für die Landesvermessung von praktischer Bedeutung. Entsprechende Resolutionen sind daher von der Internationalen Assoziation für Geodäsie (IAG) mehrfach an internationalen Tagungen formuliert worden. Gefordert sind als langfristiges Ziel die sogenannten "Cm-Geoide": Eine Aufgabe, die besonders in Gebirgsländern wie der Schweiz und Österreich, nicht unproblematisch ist.

In der vorliegenden Abhandlung von Herrn Dr. Verm. Ing. ETH U. Marti wird ein gewichtiger Beitrag aus der Physikalischen Geodäsie und Satellitengeodäsie zum Problemkreis der Geoidbestimmung in der Schweiz geleistet und in praktische Lösungen umgesetzt. In einem Überblick zeigt Herr Marti zunächst auf, in welchem Zusammenhang das offizielle Höhensystem der Schweiz mit den physikalisch rigoros definierten Höhensystemen steht und welche Bedeutung dem Geoid zukommt. Eine wichtige Vorarbeit ist die Zusammenstellung der vorhandenen Schwerefeld-Daten sowie die Erstellung von digitalen Gelände- und Dichtemodellen. Von Bedeutung sind neben der Topographie vor allem die Krusten-Mantelgrenze, die Zone von Ivrea, das Molassebecken und die Po-Ebene. Wichtig sind aber auch die Wirkungen der Seen und Gletscher sowie quartäre Talfüllungen. Aufgrund der unterschiedlichen Referenzsysteme, die bisher in der Schweiz benutzt worden sind, ist es nötig, dass die Lotabweichungen, Geoidundulationen und Schwereanomalien auf eine gemeinsame Referenzbasis transformiert werden.

Ein wesentlicher Beitrag ist die Anwendung der Kollokation und Prädiktion in der kombinierten Geoidbestimmung. Dazu gibt Herr Marti zunächst einen Überblick über die Grundlagen der statistischen Interpolationsmethode. Zudem entwickelt er ein selbstkonsistentes Auto- und Kreuzkorrelationsmodell für Schwereanomalien, Lotabweichungen und Geoidundulationen. Zum Schluss präsentiert Herr Marti verschiedene Geoidlösungen: die astrogeodätische Lösung, die Integration von GPS und Nivellement sowie den Beitrag der Stokes'schen Lösung mit Schwereanomalien. Sorgfältige Genauigkeitsabschätzungen für die Geoidundulationen, Nivellementshöhen, geopotentiellen Knoten, dynamischen Höhen, Normalhöhen und orthometrischen Höhen bestätigen die Erfüllung der spezifizierten Anforderungen.

Im Ausblick beschreibt Herr Marti die praktische Umsetzung für die Geometer- und Vermessungsbüros in der Schweiz und schlägt Ergänzungsmessungen sowie verbesserte Massenmodelle der Erdkrustenstruktur vor, wie sie nach den neuen Ergebnissen des Nationalen Forschungsprogrammes NFP20 "Geologische Tiefenstruktur der Schweiz" möglich geworden sind.

Von besonderer Bedeutung für die Beurteilung der Zuverlässigkeit der Geoidlösung ist der Vergleich mit dem europäischen Quasigeoid, welches an der Universität Hannover berechnet worden ist. Dies ist eine gravimetrische Lösung, welche 1.5 Millionen Schwerewerte berücksichtigt. Im Referenzpunkt Zimmerwald ergibt sich eine Übereinstimmung von 5 cm, im schweizerischen Mittel eine solche von 10 cm. Die von Dr. Marti entwickelten Algorithmen und erzielten Ergebnisse werden in der schweizerischen Landesvermessung und den Vermessungsbüros eine weite Anwendung finden, da die mit GPS gemessenen Höhen nun operationell in das Landeshöhennetz transformiert werden können. Der Anhang enthält eine wertvolle Dokumentation von bisher unveröffentlichten Lotrichtungsdaten sowie die GPS/Nivellementsstationen der Schweiz.

Der vorliegende Band ist disziplinübergreifend und integrierender Bestandteil der Arbeiten in der Internationalen Geoidkommission der IAG. Die Schweizerische Geodätische Kommission (SGK) dankt Herrn Dr. Marti für seinen wertvollen Beitrag zur Geodäsie in der Schweiz. Wertvolle Anregungen und Vorschläge haben wir unseren Kollegen Prof. Dr. H. Sünkel, TU Graz, sowie Prof. Dr. K.-P. Schwarz, Universität Calgary, Canada, zu verdanken. Von der Schweizerischen Akademie der Naturwissenschaften (SANW) wurden die Druckkosten übernommen, wofür die SGK ihren Dank ausspricht.

Im Namen der Schweizerischen Geodätischen Kommission:

**Direktor F. Jeanrichard**  
Bundesamt für Landestopographie  
Vizepräsident der SGK

**Prof. Dr. H.-G. Kahle**  
ETH Zürich  
Präsident der SGK

## PRÉFACE

Les méthodes de la géodésie par satellites, à l'exemple du GPS, ont soulevé le problème de la relation entre les altitudes ellipsoïdiques et les altitudes résultant d'un nivellement géométrique. En Suisse, les différences entre l'ellipsoïde de référence auquel se réfèrent les mesures GPS et le géoïde auquel se réfèrent les altitudes résultant d'un nivellement, sont de l'ordre de grandeur de 50 m avec, dans les Alpes, une variation de  $\pm 5$  m. Le calcul de géoïdes précis a une importance pratique non seulement pour l'exploration de l'intérieur de la terre, mais aussi pour la mensuration nationale. Des résolutions à ce sujet ont été formulées à maintes reprises lors de colloques de l'Association Internationale de Géodésie (AIG). L'objectif à long terme est d'obtenir un géoïde «centimétrique». La solution de ce problème dans des pays aussi montagneux que la Suisse et l'Autriche n'est pas évidente.

Les recherches de U. Marti, ing. dipl. EPFZ, dr ès sc, dont les résultats sont présentés dans ce volume, représentent une contribution importante de la géodésie physique et de la géodésie par satellites à la solution des problèmes liés à la détermination du géoïde et débouchent sur des applications pratiques.

Dans une première partie, U. Marti montre quelles sont les relations entre le système officiel suisse des altitudes et un système d'altitudes défini rigoureusement ainsi que l'importance à accorder au géoïde. Un travail préliminaire essentiel consiste à rassembler toutes les données gravimétriques existantes et à élaborer des modèles numériques de terrain et de densité. A part la topographie, la limite entre la croûte terrestre et le manteau, la zone d'Ivrée, le bassin molassique et la plaine du Pô sont également des facteurs importants. D'autre part, il faut tenir compte de l'influence des lacs et des glaciers ainsi que des dépôts quaternaires. Enfin, en raison des différents systèmes de référence utilisés jusqu'ici en Suisse, il est nécessaire de réduire les déviations de la verticale, les cotes du géoïde ainsi que les anomalies gravimétriques à une même base de référence. L'application des méthodes de collocation et de prédiction représente une contribution particulièrement importante. Après un aperçu des principes de base de la méthode d'interpolation statistique, U. Marti développe un modèle de corrélation (autocorrélation et corrélation croisée) pour les anomalies de la pesanteur, les déviations de la verticale et les cotes du géoïde. Pour conclure, U. Marti présente différentes solutions pour le géoïde: la solution astrogéodésique, l'intégration de mesures GPS et de nivellement ainsi qu'une contribution de la solution de Stoke avec des anomalies de la pesanteur. Des estimations méticuleuses de la précision des cotes du géoïde, des altitudes obtenues par nivellement, des cotes géopotentielles, des altitudes dynamiques, des altitudes normales et orthométriques, confirment que les exigences spécifiées par l'AIG sont remplies.

En conclusion, U. Marti décrit l'application pratique des résultats de ses recherches par les bureaux de géomètres. Il propose aussi des mesures complémentaires ainsi qu'une amélioration du modèle de masse de la structure de la croûte terrestre en utilisant les résultats du programme national de recherche PNR20 « Exploration du soubassement géologique et de la dynamique des Alpes ».

La comparaison entre le quasigéoïde européen calculé par l'Université de Hanovre et le géoïde de U. Marti permet d'estimer la fiabilité de la nouvelle solution. Le quasigéoïde calculé à Hanovre est une solution gravimétrique où l'on a tenu compte de 1,5 millions de valeurs gravimétriques. La concordance est de 5 cm au point de référence de Zimmerwald et de 10 cm en moyenne pour la Suisse entière. Les algorithmes développés par U. Marti ainsi que les résultats obtenus trouveront une large application dans les bureaux de géomètres et dans la mensuration nationale où les altitudes mesurées par GPS pourront être transformées dans le réseau national de façon opérationnelle. Les annexes à la publication contiennent une précieuse documentation sur les données non encore publiées concernant la direction de la verticale ainsi qu'une liste des stations où existent aussi bien des mesures GPS que des mesures de nivellement.

Le présent volume couvre plusieurs disciplines et forme une partie intégrante des travaux de la Commission internationale du géoïde de l'AIG. La Commission géodésique suisse (CGS) remercie chaleureusement Monsieur Urs Marti, dr ès sc, pour sa précieuse contribution à la géodésie en Suisse. Nous remercions également nos collègues, en particulier le professeur H. Sünkel, de l'Université technique de Graz, ainsi que le professeur K.-P. Schwarz de l'Université de Calgary pour leurs avis éminents et leurs précieux conseils. Notre vive reconnaissance s'adresse également à l'Académie suisse des sciences naturelles (ASSN) qui a pris les frais d'impression de ce volume à sa charge.

Au nom de la Commission géodésique suisse:

**F. Jeanrichard, Directeur**  
de l'Office fédéral de topographie  
Vice-président de la CGS

**Prof. Dr. H.-G. Kahle**  
ETH Zürich  
Président de la CGS

## **Abstract**

Due to the wide use of the GPS satellite navigation system in surveying and geodesy, the transformation between the geometrical, ellipsoidal heights (as obtained by GPS) and the orthometric heights or normal heights (as obtained by levelling) has increased in importance.

The difference between the ellipsoidal height and the orthometric height corresponds to the geoid undulation. For high precision geodetic applications this undulation must be determined with an accuracy of a few cm over a distance of 100 km. This thesis presents the basic investigations for the geoid determination in Switzerland and the practical computations to reach this goal.

Different methods for determining the geoid from gravity measurements or from astrogeodetic observations have existed since the last century. This data was combined with modern satellite observations and was processed with the integrated statistical method of collocation.

Following a general overview, the used observations (ca. 600 deflections of the vertical, ca. 2400 gravity measurements and ca. 80 GPS levelling stations) are presented and pre-processed in chapter 4.

The used models of known disturbing masses which are essential for a modern geoid determination in a rugged area are presented in chapter 5. Special attention is paid to a new model of the topography which was extracted from the digital height model DHM25 of the Swiss Federal Office of Topography (L+T). Apart from the geometrical determination of the model, a simple procedure for considering the density anomalies of the topography by means of polygons is also presented. Furthermore, a new model of the crust mantle boundary, stemming from a national project for the determination of the deep structure of Switzerland (NFP20) is introduced and used instead of a classical isostatic model.

In chapter 8, following an overview of the problems of the reference systems and transformations as well as the reduction of the observations, the interpolation of the residuals and the accuracy consequences on the result is investigated by varying the used data set and the covariance function. It was possible to demonstrate that the geoid can be determined with an accuracy of 3 to 4 cm, relative to the fundamental station in Zimmerwald, from astrogeodetic observations alone. A relative error of 1 cm is already reached at a distance of 10 to 20 km. By including a few GPS levelling stations, it is possible to eliminate the systematic long wavelength errors of the astrogeodetic solution. For better accuracy in local

areas, the gravity measurements have to be considered too. The combination of all available measurements leads to a relative geoid accuracy of 2 cm throughout Switzerland. The 1-cm contour line is reached at a distance of 70 to 150 km. The assumption in these calculations is, that there are no remaining systematic errors in the measurements and that all indirect effects have been eliminated by means of the mass models.

In chapter 9, the geoid is calculated in various different ways. These investigations revealed a discrepancy in south-eastern Switzerland of more than 10 cm between the deflections of the vertical and the GPS levelling measurements, which could not be sufficiently explained. The chosen method of eliminating a global trend, resulted in systematic differences in the same order when the gravity measurements were introduced. For the final result, we chose the solution where astrogeodetic observations are combined with GPS levelling. This solution is characterised as provisional because the digital terrain model was not complete at the time of our calculations and an effort is still being made to increase the accuracy of the GPS heights by using a better model of the troposphere.

In chapter 10 we compare our solution with the geoid of Gurtner (1978) and the new European quasigeoid EGG96 which was calculated at the University of Hannover, Germany. This second comparison in particular, gives us information about the absolute accuracy of our solution. In more level terrain these two totally independent solutions coincide better than 5 cm. In more rugged areas we have differences of up to 15 cm. If we presume that our solution is better than the European determination (because of better mass models and a higher number of observations) we can consider an accuracy of better than 5 cm for the geoid in Switzerland, also in the Alpine regions.

## **Zusammenfassung**

Aufgrund der weiten Verbreitung, welche das satellitengestützte Navigationssystem GPS auch in der Landesvermessung erfahren hat, hat die Transformation zwischen den geometrischen, ellipsoidischen Höhen, wie sie aus GPS erhalten werden und den orthometrischen Höhen oder Normalhöhen, wie sie mit klassischen Vermessungsmethoden (Nivellement, Höhenwinkel-messung) bestimmt werden, stark an Bedeutung gewonnen.

Der Unterschied zwischen ellipsoidischer Höhe und orthometrischer Höhe entspricht der Geoidundulation. Sie sollte für hochpräzise Vermessungsaufgaben in der Grössenordnung von wenigen cm über Distanzen von 100 km bekannt sein. In der vorliegenden Arbeit werden die Grundlagen für die Geoidbestimmung in der Schweiz zusammengestellt, aber auch die praktischen Berechnungen durchgeführt, um diesem Ziel möglichst nahe zu kommen.

Seit dem letzten Jahrhundert existieren verschiedene Methoden, um das Geoid aus Schwere-messungen oder aus astrogeodätischen Beobachtungen zu bestimmen. Diese Daten werden mit modernen Satellitenmessungen kombiniert und gemeinsam mit statistischen Verfahren (Kollokation) ausgewertet.

Nach einem generellen Überblick werden in Kapitel 4 die vorhandenen Messungen (ca. 600 Lotabweichungen, ca. 2400 Schwerewerte und ca. 80 nivellierte GPS-Punkte) beschrieben und aufbereitet.

In Kapitel 5 werden die bei einer modernen Geoidbestimmung besonders wichtigen Modelle der bekannten Störmassen vorgestellt. Besondere Aufmerksamkeit wird dabei der Bildung eines neuen Modells der Topographie aus dem digitalen Höhenmodell DHM25 des Bundes-amtes für Landestopographie (L+T) geschenkt. Neben der geometrischen Festlegung des Modells wird auch ein einfaches Verfahren zur Behandlung von Dichtekontrasten innerhalb der Topographie mittels Polygonen entwickelt. Des weiteren konnte das Modell der Krusten-Mantel-Grenze durch die Resultate des Nationalen Forschungsprojektes zur Geologischen Tiefenstruktur der Schweiz (NFP20) ergänzt werden.

Nach einem Überblick über die Problematik der Referenzsysteme und Transformationen sowie der Reduktion der Beobachtungen um den Einfluss der Massenmodelle erfolgen in Kapitel 8 Untersuchungen zur Interpolation des Residualfelds und zur Auswirkung der verwendeten Daten und der Kovarianzfunktion auf die Genauigkeit der Lösung. Dabei hat

sich gezeigt, dass das Geoid relativ zur Fundamentalstation in Zimmerwald aus den astrogeodätischen Daten alleine mit einer Genauigkeit von etwa 3 bis 4 cm berechnet werden kann. Ein relativer Fehler von 1 cm wird jedoch bereits in einer Distanz von 10 bis 20 km erreicht. Durch die Integration von einigen wenigen GPS/Nivellement-Stationen lassen sich insbesondere langwellige systematische Fehler der astrogeodätischen Lösung korrigieren. Für eine Genauigkeitssteigerung im lokalen Bereich müssen jedoch auch die Schweremessungen in die Berechnungen einbezogen werden. Durch die Kombination aller Messungen lässt sich das Geoid in der ganzen Schweiz mit einer Genauigkeit von etwa 2 cm bestimmen. Die 1-cm Isolinie wird in einer Distanz von 70 bis 150 km erreicht. Voraussetzung ist jedoch, dass in den Messungen keine systematischen Fehler enthalten sind und dass durch die Massenmodelle sämtliche indirekte Effekte eliminiert worden sind.

In Kapitel 9 wird das Geoid in verschiedenen Varianten berechnet. Dabei zeigt sich in Graubünden eine Diskrepanz zwischen den Lotabweichungen und den GPS/Nivellement-Messungen von mehr als 10 cm, welche noch nicht abschliessend erklärt werden konnte. Durch das gewählte Verfahren der Trendabsplattung zeigen sich auch bei der Integration der Schweremessungen systematische Unterschiede in der gleichen Grössenordnung. Als Schlusslösung wird die Kombination von astrogeodätischen Messungen mit GPS/Nivellement gewählt. Diese Lösung wird als provisorisch bezeichnet, da zum Zeitpunkt der Berechnungen das DHM25 noch nicht vollständig vorlag und noch versucht wird, die in die Lösung eingeflossenen GPS-Höhen durch eine verbesserte Modellierung der Troposphäre zu verbessern.

In Kapitel 10 erfolgt schliesslich der Vergleich unserer Lösung mit dem bisher verwendeten astrogeodätischen Geoid von Gurtner (1978) und dem neuen europäischen Quasigeoid, welches an der Universität Hannover entstanden ist. Insbesondere dieser zweite Vergleich erlaubt eine Aussage über die absolute Genauigkeit der Lösung. Im Mittelland zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung der beiden völlig unabhängigen Lösungen von besser als 5 cm. Im Alpenraum werden Differenzen von bis zu etwa 15 cm erreicht. Falls wir annehmen, dass unsere Lösung wegen der besseren Massenmodelle und der grösseren Anzahl verwendeter Messungen besser ist als die europäische Berechnung, so können wir auch im Alpengebiet mit einer Genauigkeit von besser als 5 cm rechnen.

---

**INHALTSVERZEICHNIS**

<b>1. EINLEITUNG .....</b>	<b>1</b>
1.1 HINWEIS AUF COPYRIGHT .....	1
1.2 ZIELSETZUNG DIESER ARBEIT.....	2
1.3 ÜBERBLICK ÜBER BISHERIGE ARBEITEN ZUM GEOID IN DER SCHWEIZ .....	3
1.4 GLIEDERUNG DER ARBEIT, VORGEHEN BEI DER NEUBERECHNUNG DES GEOIDS DER SCHWEIZ .....	5
<b>2. ÜBERBLICK ÜBER HÖHENSYSTEME, GEOID UND QUASIGEOID.....</b>	<b>7</b>
2.1 DAS OFFIZIELLE HÖHENSYSTEM DER SCHWEIZ .....	7
2.2 ELLIPSOID UND GEOID.....	8
2.3 DIE ABLEITUNG DES POTENTIALS, DER SCHWEREVEKTOR.....	10
2.4 BESTIMMUNG DES POTENTIALS AUS NIVELLEMENT UND SCHWEREMESSUNGEN.....	11
2.5 NORMALHÖHEN UND ORTHOMETRISCHE HÖHEN.....	12
<b>3. ÜBERBLICK ÜBER DIE METHODEN DER GEOIDBESTIMMUNG.....</b>	<b>15</b>
3.1 ASTROGEODÄTISCHE METHODE.....	15
3.2 GRAVIMETRISCHE METHODE .....	17
3.3 'DIREKTE' BEOBACHTUNG VON GEOIDUNDULATIONEN.....	18
3.4 KOMBINIERTER METHODEN .....	19
<b>4. VORHANDENE INFORMATIONEN ZUM SCHWEREFELD .....</b>	<b>22</b>
4.1 ASTROGEODÄTISCHE MESSUNGEN.....	22
4.2 GRAVIMETRISCHE STATIONEN .....	23
4.3 GPS-STATIONEN MIT NIVELLIRTER HÖHE .....	24
<b>5. MASSENMODELLE DER SCHWEIZ.....</b>	<b>27</b>
5.1 DAS DIGITALE HÖHENMODELL DER SCHWEIZ.....	27
5.1.1 <i>Vorhandene digitale Geländemodelle der Schweiz.....</i>	27
5.1.1.1 RIMINI .....	27
5.1.1.2 RITAF .....	27
5.1.1.3 MH500.....	28
5.1.1.4 MH10.....	28
5.1.1.5 MH50.....	28
5.1.1.6 DHM25 .....	29
5.1.1.7 DTED1.....	30
5.1.1.8 TUG87 .....	30
5.1.2 <i>Bildung eines neuen Geländemodells der Schweiz für Schwerefeldbetrachtungen....</i>	31
5.2 EINFÜHRUNG EINES DICHTEMODELLS FÜR DIE TOPOGRAPHIE.....	34
5.3 WEITERE MASSENMODELLE DER SCHWEIZ .....	36
5.3.1 <i>Moho-Modell.....</i>	36
5.3.1.1 Bisher verwendetes Modell.....	36
5.3.1.2 Neues Modell für die Krusten-Mantel-Grenze.....	38
5.3.2 <i>Po-Sedimente.....</i>	40
5.3.3 <i>Ivrea-Körper.....</i>	41
5.3.4 <i>Molassebecken des Mittellandes.....</i>	42
5.3.5 <i>Seen, quartäre Talfüllungen, Gletscher .....</i>	43

<b>6. REFERENZSYSTEME UND TRANSFORMATIONEN BEI DER SCHWEREFELDBERECHNUNG .....</b>	<b>46</b>
6.1 BENUTZTE REFERENZSYSTEME .....	46
6.2 TRANSFORMATION VON SCHWEREFELDGRÖSSEN .....	48
6.2.1 Lotabweichungen .....	48
6.2.2 Geoidundulationen und Höhenanomalien .....	50
6.2.3 Schwerewerte .....	51
<b>7. REDUKTION DER BEOBACHTUNGEN.....</b>	<b>53</b>
7.1 EINFÜHRUNG.....	53
7.2 BERECHNUNGSMETHODEN FÜR MASSENEINFLÜSSE .....	54
7.3 BESCHREIBUNG DES BERECHNUNGSPROGRAMMS FÜR MASSENEINFLÜSSE .....	55
7.4 EINFLÜSSE VON MASSENMODELLEN .....	55
7.4.1 Wirkung der Topographie .....	55
7.4.1.1 Topographiewirkung ausserhalb des Perimeters von MH10.....	55
7.4.1.2 Berechnung des Topographieeinflusses .....	60
7.4.1.2.1 Grenzabstände für die weitere Topographie .....	61
7.4.1.2.2 Grenzabstände für die Nahtopographie.....	63
7.4.1.3 Darstellung des Topographieeinflusses.....	66
7.4.2 Wirkung der Moho-Diskontinuität .....	68
7.4.3 Wirkung des Ivrea-Körpers.....	69
7.4.4 Wirkung der Po-Sedimente.....	70
7.4.5 Wirkung des Molassebeckens des Mittellandes.....	70
7.4.6 Wirkung von lokalen Störmassen (Seen, Gletscher, quartäre Sedimente) .....	71
7.4.7 Reduzierte Beobachtungen.....	75
7.5 DER TREND DER RESIDUEN .....	79
<b>8. INTERPOLATION DES RESIDUALFELDS .....</b>	<b>83</b>
8.1 EINFÜHRUNG, MATHEMATISCHE GRUNDLAGEN .....	83
8.2 ANWENDUNG DER KOLLOKATION IN DER SCHWEREFELDBESTIMMUNG .....	85
8.3 BESTIMMUNG DER PARAMETER EINER KOVARIANZFUNKTION .....	87
8.4 A PRIORI GENAUIGKEITSUNTERSUCHUNGEN FÜR DAS GEOID.....	89
8.5 EINFLUSS DER WAHL DES KOVARIANZMODELLS AUF DIE LÖSUNG .....	96
8.6 EINFLUSS DER STÜTZPUNKTDICHTE .....	102
<b>9. PROVISORISCHE BERECHNUNGEN DES GEOIDS.....</b>	<b>104</b>
9.1 ASTROGEODÄTISCHE LÖSUNG.....	104
9.2 INTEGRATION VON GPS UND NIVELLEMENT .....	107
9.3 INTEGRATION VON SCHWEREMESSUNGEN.....	112
<b>10. VERGLEICH DES GEOIDS MIT BISHERIGEN LÖSUNGEN .....</b>	<b>114</b>
10.1 VERGLEICH MIT DEM GEOID VON GURTNER.....	114
10.2 VERGLEICH MIT DEM EUROPÄISCHEN QUASIGEOID .....	115
<b>11. WEITERES VORGEHEN, SCHLUSSBETRACHTUNGEN.....</b>	<b>119</b>
11.1 NOCH NICHT ERFÜLLTE VORAUSSETZUNGEN FÜR EIN CM-GEOID DER SCHWEIZ .....	119
11.2 WEITERES VORGEHEN.....	120
11.2.1 Abgabe der Resultate an die Benutzer .....	120

---

<i>11.2.2 Ergänzungsmessungen</i> .....	121
<i>11.2.3 Verbesserung der Massenmodelle</i> .....	122
<i>11.2.4 Verbesserung der Auswerteverfahren</i> .....	123
11.3 SCHLUSSBETRACHTUNGEN.....	124
<b>12. LITERATURVERZEICHNIS</b> .....	<b>126</b>
<b>ANHANG A: IM TEXT VERWENDETE ABKÜRZUNGEN</b> .....	<b>131</b>
<b>ANHANG B: BISHER UNVERÖFFENTLICHTE LOTABWEICHUNGSMESSUNGEN DER SCHWEIZ</b> .....	<b>133</b>
<b>ANHANG C: GPS/NIVELLEMENT-STATIONEN DER SCHWEIZ</b> .....	<b>137</b>

1. The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions and activities. It emphasizes that proper record-keeping is essential for transparency and accountability, particularly in financial reporting and compliance with regulatory requirements. The text notes that incomplete or inconsistent records can lead to significant legal and financial consequences for the organization.

2. The second part of the document outlines the various methods and tools used to collect and analyze data. It highlights the need for robust data management systems that can handle large volumes of information efficiently. The document also discusses the importance of data security and privacy, ensuring that sensitive information is protected from unauthorized access and breaches.

3. The third part of the document focuses on the application of data analysis in decision-making. It explains how data-driven insights can help organizations identify trends, forecast future performance, and optimize their operations. The text stresses that effective data analysis requires a combination of technical skills and strategic thinking to derive meaningful conclusions from the data.

4. The final part of the document provides a summary of the key findings and recommendations. It reiterates the importance of a data-centric approach and encourages organizations to invest in the necessary infrastructure and talent to support their data initiatives. The document concludes by noting that a strong data foundation is critical for long-term success and growth in a competitive market.

---

## 1. Einleitung

Das satellitengestützte Navigationssystem NAVSTAR/GPS des amerikanischen Verteidigungsministeriums hat sich in den letzten Jahren auch für geodätische Punktbestimmungen in höchstem Masse als geeignet erwiesen. Koordinatendifferenzen können über mehrere 100 km mit einer Genauigkeit von wenigen cm bestimmt werden. Dies wurde in der Schweiz durch mehrere gemeinsame Projekte des Geodäsie- und Geodynamiklabors (GGL) des Instituts für Geodäsie und Photogrammetrie (IGP) der ETH Zürich, des Astronomischen Instituts der Universität Bern (AIUB) und des Bundesamtes für Landestopographie (L+T), Bern, bewiesen (z.B. NFP20). GPS-Satelliten und die Empfänger haben nun einen Status erreicht, der auch für kleinere Vermessungsbüros und private Benutzer interessant geworden ist.

Ein wesentliches Problem bei der Benutzung des GPS-Systems besteht jedoch darin, dass sich die berechneten Koordinaten nicht auf dasselbe System beziehen, wie es normalerweise in der klassischen terrestrischen Landesvermessung verwendet wird. Während die in der Schweiz mit klassischen Methoden bestimmten Koordinaten bezüglich des Bessel-Ellipsoids gerechnet werden, erhält man mit GPS Koordinaten in einem globalen, geozentrischen Äquatorsystem. Der grösste Unterschied besteht in der Definition des Höhensystems. Während GPS-Höhen relativ zum Ellipsoid erhalten werden, beziehen sich die mit Nivellement und Triangulation bestimmten Höhen auf das Schwerefeld der Erde. Diese beiden Höhensysteme lassen sich nicht in einfacher Weise ineinander überführen. Die Unterschiede werden als Geoidundulationen bezeichnet. Sie müssen durch Messungen des Schwerefeldes an möglichst vielen Punkten bestimmt und danach mit einer geeigneten Methode interpoliert werden.

Das Bedürfnis nach einem hochgenauen Geoid ist weltweit erkannt: So wurde 1987 von der International Association of Geodesy (IAG) die Forderung nach nationalen Geoiden im Genauigkeitsbereich von 1 cm gestellt, welche mit den Nachbarländern verknüpft werden können.

### 1.1 Hinweis auf Copyright

Die meisten Berechnungen in dieser Arbeit, bei welchen ein Geländemodell verwendet wurden, erfolgten unter direkter oder indirekter Verwendung des digitalen Höhenmodells DHM25 der L+T. Die Verwendung dieser urheberrechtlich geschützten Daten und die Veröffentlichung von entsprechenden Resultaten erfolgt mit Bewilligung der L+T vom 18.

September 1996, ohne dass dies im weiteren Verlauf dieser Publikation konsequent erwähnt wird.

## **1.2 Zielsetzung dieser Arbeit**

Das Ziel dieser Arbeit besteht darin, die Grundlagen zur Erfüllung dieser Forderungen für das Gebirgsland Schweiz bereitzustellen. Es soll untersucht werden, welche Anforderungen an Dichte und Präzision der Messungen erfüllt sein müssen, um die geforderte Genauigkeit auch in einem Land mit starken Reliefunterschieden zu erreichen. Welche Anforderungen muss das digitale Massenmodell (Höhenmodell und Dichtemodell) erfüllen, um keine zusätzlichen Fehlerquellen in den Berechnungen zu erzeugen?

Da zur Zeit am GGL der ETHZ und an der L+T noch Arbeiten zur Modellierung der topographischen und geologischen Massen laufen, ist das Resultat dieser Arbeit vorerst nur ein provisorisches Geoid der Schweiz. Als Vorarbeit für die definitive Berechnung wird ein Programmpaket zusammengestellt, mit welchem alle zur Berechnung von Komponenten des Schwerefeldes - insbesondere des Geoids - nötigen Schritte durchgeführt werden können. Das Programmsystem erfüllt folgende Hauptaufgaben:

- Berechnung der Einflüsse von Modellmassen auf Schwerepotential und Schwerevektor
- Reduktion der beobachteten Komponenten des Schwerevektors um die Einflüsse von Modellmassen
- Interpolation der Residualfelder, Berechnung eines reduzierten Cogeoids und von reduzierten Komponenten des Schwerevektors
- Prädiktion von Oberflächenlotabweichungen, Schwerewerten und Geoidhöhen
- Berechnung von orthometrischen Korrekturen zur Reduktion von Nivellement-Messungen
- Berechnung von Punkthöhen in verschiedenen Höhensystemen (orthometrische Höhen, Normalhöhen usw.)
- Transformation des Geoids und des Schwerevektors in verschiedene gebräuchliche Bezugssysteme

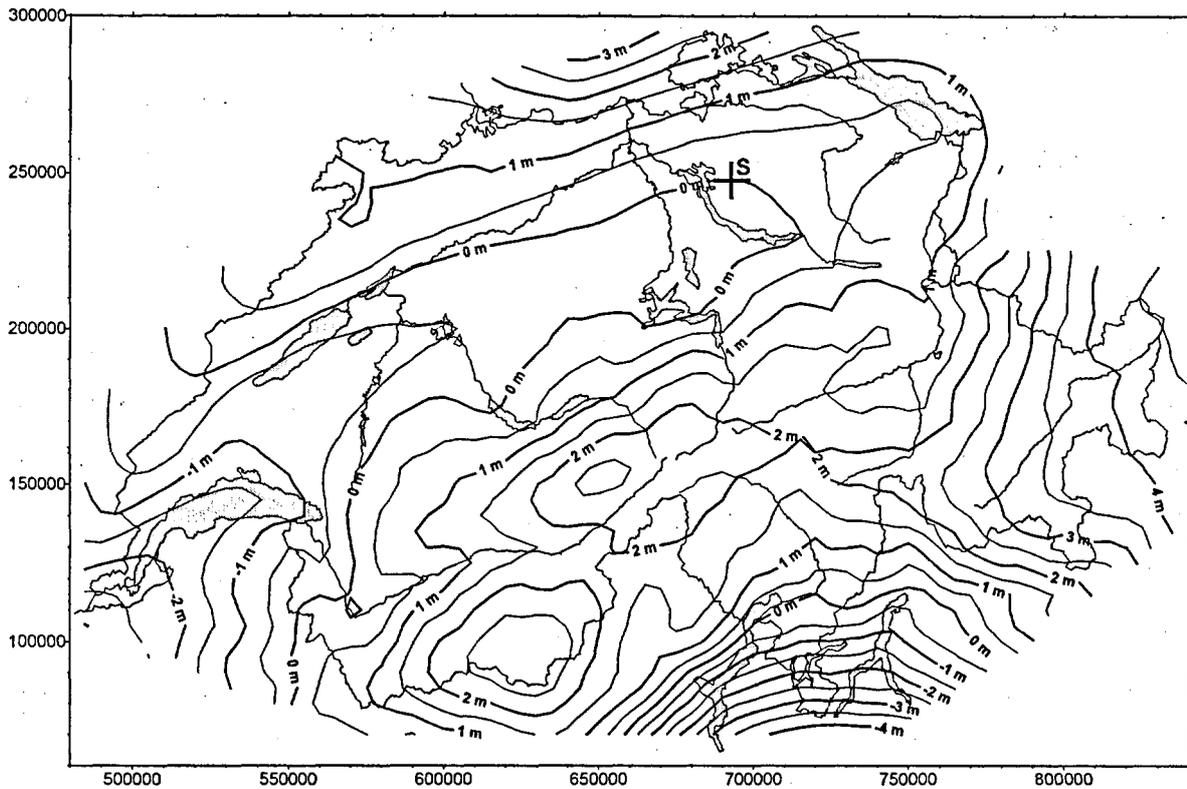
---

### 1.3 Überblick über bisherige Arbeiten zum Geoid in der Schweiz

Ein ausführlicher Überblick über die Geschichte der Schwerefeldbestimmung in der Schweiz wurde bereits von Geiger [1990] gegeben. Deshalb seien hier nur noch die Arbeiten mit wesentlichen Auswirkungen bis in die heutige Zeit aufgeführt.

Elmigers Ziel war es 1969, Lotabweichungen aus Massen zu präzisieren. Dabei wendete er die unter dem Namen Remove-Restore bekannte Technik der Regularisierung des Schwerefeldes an. Im Berner Oberland wurden damit gute Resultate erzielt. Neben der Interpolation der Lotabweichungen konnte mit der Methode des Flächennivellements und Interpolation mittels Polynomen ein Geoid für das Berner Oberland mit einer Genauigkeit von ca. 10 cm, sowie ein Geoid der Schweiz berechnet werden. Als Massenmodelle wurden insbesondere die Topographie, Seen und Gletscher berücksichtigt. Zusätzlich wurde auch das isostatische Modell von Pratt-Hayford zur Reduktion verwendet [Elmiger 1969]. 1975 wurde nach der gleichen Methode ein verbessertes Geoid für die ganze Schweiz berechnet [Elmiger, 1975].

Die Arbeiten von Elmiger wurden von Gurtner weitergeführt und resultierten 1978 in einem verbesserten astrogeodätischen Geoid [Gurtner, 1978]. Als wesentlicher Unterschied zu Elmiger wurde nun die Interpolation des Restfeldes mit einem Kollokationsansatz durchgeführt. Zudem wurde das für die Berechnung im Tessin wichtige Massenmodell des Ivrea-Körpers eingeführt. Das isostatische Modell wurde durch ein Tiefenmodell der Krusten-Mantel-Grenze (Mohorovičić-Diskontinuität, Moho) ersetzt. Die erreichte Genauigkeit war mit ca. 10 cm über den grössten Teil der Schweiz angegeben [Gurtner, 1978]. Das Geoid von Gurtner und das zugehörige Programm LAG (oder GEOLOT) wird in der Schweiz bis heute (mit einigen Modifikationen von Elmiger, Wirth und Marti) zur Prädiktion von Lotabweichungen und Geoidhöhen verwendet (Abbildung 1.1). Dieses Geoid bezieht sich auf das Referenzsystem der sogenannten schweizerischen Landesvermessung CH1903 und stützt sich auf 204 Lotabweichungskomponenten, gemessen auf 121 Stützpunkten. Das Höhenreferenz-Datum wurde so gewählt, dass sich in Schwerzenbach (im Schnittpunkt des Meridians vom Gotthard und des Parallels von Zürich) eine Geoidundulation von 0 Metern ergibt.



**Abbildung 1.1:** Astrogeodätisches Geoid von Gurtner (1978), gelagert im Schnittpunkt der Geoidprofile vom Gotthard und Zürich in Schwerzenbach (S) mit  $N = 0$  m.

Seit den Arbeiten von Gurtner und Elmiger wurde in der Schweiz die astrogeodätische Geoidbestimmung in regionalen Gebieten angewendet. So wurden insbesondere im Einflussgebiet des Ivrea-Körpers neue Stationen mit der transportablen Zenitkamera TZK3 der ETH Zürich beobachtet [s. u.a. Bürki, 1989]. Das daraus resultierende astrogeodätische Geoid wurde von Marti [1988] präsentiert. Dabei wurde in einem Gebiet von ca. 10'000 qkm eine relative Genauigkeit von 3 cm erreicht.

Die erste satellitengestützte Geoidbestimmung der Schweiz wurde mit Dopplermessungen im Rahmen des von Marussi 1982 vorgeschlagenen ALGEDOP-Projektes zur Bestimmung des Geoids im ganzen Alpenraum durchgeführt. Dabei wurden auch in der Schweiz auf 15 Stationen Dopplermessungen mit dem TRANSIT-System durchgeführt [Geiger, Müller, 1987]. Zusammen mit den ca. 20 Stationen der Dopplerkampagne SWISSDOC konnte ein Geoid gerechnet werden. Wegen der Ungenauigkeit des TRANSIT-Systems und der nicht sehr hohen Stationsdichte ist die Genauigkeit dieses Geoids nicht besser als etwa 1 Meter [Wiget et al., 1986].

Ein wesentlicher Schritt in der Verbesserung der satellitengestützten Geoidbestimmung wurde Mitte der achtziger Jahre durch die Einführung des GPS-Systems möglich. Die

Genauigkeitssteigerung gegenüber dem TRANSIT-System beträgt mehr als ein Faktor 10. Dadurch wurde es möglich, ein Geoid mit einer Genauigkeit, welche im Bereich von dem des astrogeodätischen liegt, zu berechnen. Ein erster Versuch dazu wurde 1989 im Nachfolgeprojekt von ALGEDOP unter dem Namen ALGESTAR durchgeführt [Marti, 1990]. Dabei wurden 40 Stationen des Triangulationsnetzes der Schweiz mit GPS vermessen. Zusammen mit bestehenden Nivellementdaten wurde in kurzer Zeit ein Geoid berechnet, dessen Genauigkeit mit 15 bis 20 cm angegeben werden kann. Dabei wurden dieselben Massenmodelle wie 1978 von Gurtner verwendet. Die Differenzen zum Geoid von Gurtner liegen in etwa 85 % innerhalb von 20 cm. In Extremfällen beträgt die Abweichung 0.5 Meter in der Gegend des Julierpasses.

Das erste präzise gravimetrische Geoid der Schweiz wurde 1990 von Geiger präsentiert. Die dabei verwendete Methode basiert auf der Stokes-Integration. Dabei wurden keine Massenmodelle in die Auswertung einbezogen, sondern Freiluft-Schwereanomalien verwendet. Die Genauigkeit dieses Geoids beträgt etwa 10 bis 15 cm [Geiger, 1990].

Erste Versuche von kombinierten Geoidbestimmungen im lokalen Bereich wurden von Wirth im Turtmann-Netz [Jeanrichard (Hrsg.) 1992] und auf der Nivellement-Linie von Visp nach Zermatt [Wirth, 1990] durchgeführt. Dabei wurden sowohl mit GPS bestimmte Geoidhöhen, als auch astrogeodätische Daten und Schweremessungen mittels eines gemeinsamen Kollokationsansatzes behandelt. Die erreichte Genauigkeit von z.T. besser als einem cm zeigt dabei die Möglichkeiten dieser Methode auf.

#### **1.4 Gliederung der Arbeit, Vorgehen bei der Neuberechnung des Geoids der Schweiz**

Aufbauend auf den Arbeiten von Elmiger, Gurtner, Wirth und Geiger soll in dieser Arbeit die Grundlage zur Berechnung eines neuen Geoids der Schweiz, mit einer Genauigkeit im Bereich von wenigen cm bereitgestellt werden. Dabei werden alle vorhandenen Informationen über das Schwerfeld miteinbezogen. Es handelt sich um folgende Grössen:

- Lotabweichungen
- Schweremessungen
- Geoidundulationen aus GPS und Nivellement
- Massenmodelle

Die Ausgangsbeobachtungen können in der Schweiz nicht direkt zur Geoidbestimmung herangezogen werden. Sie zeigen im Alpenraum einen so unruhigen Verlauf, dass eine

---

Interpolation der Rohdaten unmöglich ist. Um dieses Problem zu lösen, wenden wir die Remove-Restore-Technik an, bei welcher zunächst die Einflüsse von bekannten Massen reduziert werden und zum Schluss wieder zum sogenannten Cogeoid hinzugezählt werden. Dabei dienen die Massenmodelle nicht nur zur Glättung der Beobachtungen, sondern auch zur Abschätzung des indirekten Potential-Effektes (Lotkrümmungen, orthometrische Korrekturen), falls wir uns nicht auf das ohne Hypothesen über die Dichteverteilung im Erdinnern bestimmbare Quasigeoid beschränken, sondern das zum orthometrischen Höhensystem passende Geoid bestimmen wollen.

Die mit Hilfe der Massenmodelle reduzierten Beobachtungen müssen mit einem geeigneten Algorithmus interpoliert werden, um das Cogeoid des Restfeldes zu berechnen. Dazu hat sich die Kollokationsmethode als geeignet erwiesen. Sie erlaubt es, die unterschiedlichen Arten von Messungen (Lotabweichungen, Schweren, Geoidundulationen und Dichten) elegant in einem einzigen Berechnungsvorgang zu kombinieren. Das Problem bei dieser Methode ist allerdings, dass die zu invertierende Normalgleichungsmatrix die Dimension der Anzahl Beobachtungen aufweist. Deshalb ist es für die Geoidberechnung nicht mehr möglich, jede einzelne Messung in das Normalgleichungssystem einzuführen.

In dieser Arbeit werden nach einer kurzen Einführung über Höhensysteme zunächst die vorhandenen Messungen und Massenmodelle vorgestellt, welche für die Schwerefeldbestimmung von Bedeutung sind. Anschliessend wird die Reduktion dieser Messungen beschrieben. Bevor das daraus entstehende Residualfeld interpoliert wird, folgt eine kurze Zusammenfassung der wichtigsten Grundlagen der Anwendung der Kollokation nach der Methode der kleinsten Quadrate für die Schwerefeldbestimmung. Mit diesen Grundlagen sind wir anschliessend in der Lage, Variantenstudien und Genauigkeitsuntersuchungen durchzuführen. Daraus ergibt sich die Vorgehensweise, welche für die definitive Lösung für das Geoid und das Quasigeoid anzuwenden ist. Nach der Addition der früher eliminierten Einflüsse der Massenmodelle können die Resultate mit bereits bestehenden Lösungen verglichen und in verschiedene geodätische Referenzsysteme übergeführt werden. Dies ist insbesondere für den Datenaustausch mit den Nachbarländern ein nicht zu vernachlässigendes Problem. Schon jetzt kann gesagt werden, dass mit dieser Arbeit das hochgesteckte Ziel einer Geoidbestimmung mit einer Genauigkeit von 1 cm nicht erreicht werden konnte. Abschliessend wird diskutiert, welche weiteren Schritte unternommen werden müssen, um diese ehrgeizige Aufgabe zu erfüllen.

---

## 2. Überblick über Höhensysteme, Geoid und Quasigeoid

### 2.1 Das offizielle Höhensystem der Schweiz

Die Schweiz verwendet bis heute als eines der letzten Länder in Europa noch ein Gebrauchshöhensystem, bei welchem die Nivellement-Messungen nicht um die Schwere korrigiert werden. Die Höhe des Referenzpunktes RPN (repère Pierre du Niton) im Hafenbecken von Genf stammt aus Anschlussmessungen zum Hafen von Marseille und wurde auf 373.6000 Metern festgehalten. Ausgehend vom RPN wurde das Nivellement ohne Schweremessungen durch gleichmässiges Verteilen der Schleifenschlüsse ausgeglichen. Diese provisorische Lösung wurde jedoch in der amtlichen Vermessung angewendet und hat dadurch viele Jahrzehnte überdauert. Zwar wurden seit den vierziger Jahren [Schürer, 1944] strenge Ausgleichungen durchgeführt, gelangten aber nie in die offiziellen Verzeichnisse des Landesnivellements. Als weiterer Nachteil dieses Höhensystems, welches als LN02 (Landesnivellement 1902) bezeichnet wird, ist zu nennen, dass bei Neumessungen alle Knotenpunkte auf den Werten der Erstmessung festgehalten wurden. Damit wurde die Alpenhebung, welche in der Schweiz bis zu 1.5 mm pro Jahr beträgt [Gubler et al., 1981] nicht berücksichtigt. Dies führt dazu, dass im Alpenraum die neuesten Nivellement-Messungen zum Teil um mehr als 10 cm verzwängt werden müssen, um die offiziellen Gebrauchshöhen zu erhalten.

Mit der Realisierung eines neuen Grundlagenetzes für die Landesvermessung LV95 soll gleichzeitig auch das Höhensystem der Schweiz auf einen Stand gebracht werden, welcher den heutigen Anforderungen genügt und die modernen Messmethoden, insbesondere GPS, auszuschöpfen vermag. Dieses neue Netz, welches als LHN95 (Landeshöhennetz 1995) bezeichnet wird, soll ein strenges orthometrisches Höhensystem sein, welches auch die Alpenhebung berücksichtigt. Seine Publikation wird jedoch erst im Jahre 2001 erwartet, da sämtliche Messungen dieses Jahrhunderts mitverwendet werden sollen und diese zunächst in eine digitale Form gebracht werden müssen.

Da das offizielle europäische Höhendatum auf Normalhöhen beruht und sich alle Nachbarländer der Schweiz ausser Österreich für Normalhöhen als offizielles System entschieden haben, müssen sich die Ergebnisse von LHN95 auch in diesem System ausdrücken lassen, damit der Datenaustausch innerhalb Europas gewährleistet ist. Dies bedeutet aber auch, dass im vorliegenden Projekt nicht nur das Geoid, sondern auch das

Quasigeoid bestimmt werden muss, um die Transformation von diesen beiden Höhensystemen in einfacher Weise zu ermöglichen.

Im weiteren Verlauf dieses Kapitels sollen nun die Grundbegriffe, Definitionen und die wichtigsten Formeln für die Bestimmung eines strengen, nach potentialtheoretischen Grundsätzen aufgebautes Höhensystem zusammengestellt werden.

## 2.2 Ellipsoid und Geoid

Für alle geodätischen Arbeiten ist es von Bedeutung, auf welches Bezugssystem sie sich beziehen. Während sich für lokale Arbeiten eine Ebene als Approximation der Erdform durchaus eignet, ist bereits ab einer Distanz von wenigen hundert Metern der Einfluss der Erdkrümmung insbesondere auf Höhenbestimmungen nicht mehr zu vernachlässigen. Die Erde muss in diesem Fall als Kugel modelliert werden. Für die Distanzbereiche, welche in der Landesvermessung auftreten, muss auch die Abplattung der Erde berücksichtigt werden. Somit wird für Lagebestimmungen ein Rotationsellipsoid verwendet. Für die Höhenbestimmung in der Landesvermessung genügt jedoch dieses Modell nicht, und es müssen auch die durch unregelmässige Massenverteilungen verursachten Störungen berücksichtigt werden. Dies führt uns zum Begriff des Geoids als natürliche Bezugsfläche für grossräumige geodätische Arbeiten. Seine Form wird durch die Massenverteilung an der Erdoberfläche (Berge und Täler) und im Erdinnern (Dichteunterschiede) bestimmt, also die Gravitationskräfte, welche auf einen Körper wirken und durch die Rotation der Erde um ihre eigene Achse (Zentrifugalkräfte).

Diese beiden Kräfte lassen sich in jedem Punkt P durch das Potential  $W_p$  als Summe des Gravitationspotentials  $G_p$  und des Zentrifugalpotentials  $Z_p$  beschreiben:

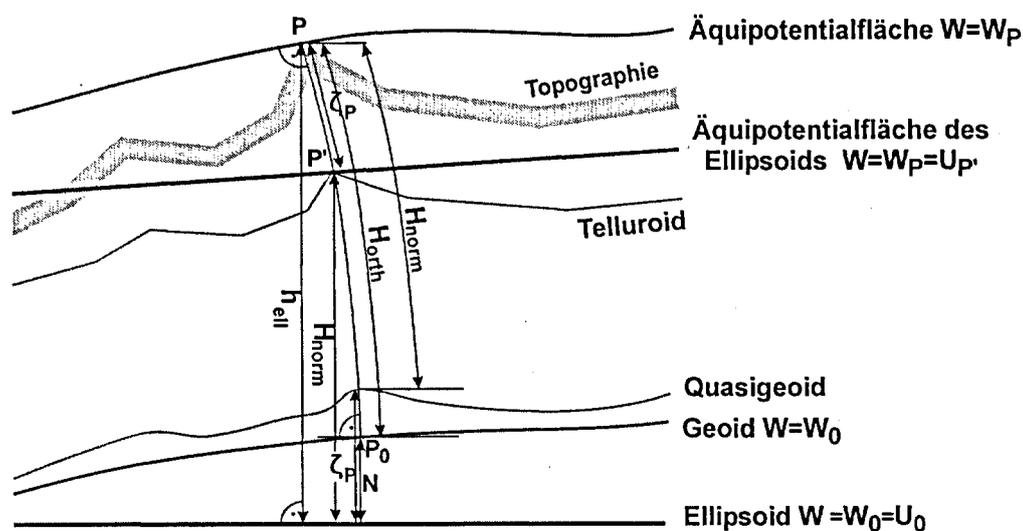
$$W_p = G_p + Z_p = \Gamma \int \frac{dm}{d} + \frac{1}{2} \omega^2 r^2$$

- mit
- $\Gamma$  = Gravitationskonstante =  $6.673 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$
  - $dm$  = Massenelement
  - $d$  = räumlicher Abstand von  $dm$  zu P
  - $\omega$  = Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation =  $7.292115 \cdot 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$  (GRS80)
  - $r$  = Abstand von P zur Rotationsachse

Alle Punkte mit konstantem Potential  $W_p$  bilden Flächen im Raum, welche als Äquipotentialflächen bezeichnet werden. Eine besonders ausgezeichnete Äquipotentialfläche bildet diejenige, welche durch die ruhenden Weltmeere und ihre theoretische Fortsetzung unter den Kontinenten gebildet würde. Diese Fläche wird als Geoid bezeichnet und bildet die Bezugsfläche für die Höhenbestimmung.

Der Betrag des Potentials auf dem Geoid beträgt nach den Festlegungen des heute verwendeten GRS80 (Global Reference System 1980)  $6.263686 \cdot 10^7 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ . Das mittlere Erdellipsoid des GRS80 ist so festgelegt, dass es an seiner Oberfläche dasselbe Potential aufweist, wie das Geoid. Zudem hat es die gleiche Winkelgeschwindigkeit, Gesamtmasse und den gleichen Schwerpunkt wie sämtliche durch das Geoid begrenzten Massen. Das Potential  $W_p$  in einem Punkt P lässt sich aufteilen in einen Normalanteil  $U_p$ , welcher vom mittleren Erdellipsoid verursacht wird und einen Störanteil  $T_p$ , welcher durch die Unregelmässigkeiten der Erdform verursacht wird. Der Abstand entlang der Schwerefeldlinie zwischen dem Ellipsoid und dem Geoid wird als Geoidundulation bezeichnet. Diese lässt sich nicht nur gegenüber dem mittleren Erdellipsoid ausdrücken, sondern kann auch gegenüber einem lokalen Ellipsoid berechnet werden, wie es üblicherweise in einer Landesvermessung verwendet wird. Mehr dazu im Kapitel 6.2 über die Transformation von Schwerefeldgrössen.

Die verschiedenen Begriffe wie Geoid, Ellipsoid, Äquipotentialflächen sowie Telluroid und Quasigeoid sollen anhand der folgenden Abbildung veranschaulicht werden.



**Abbildung 2.1:** Potential und Normalpotential:  $N$  = Geoidundulation,  $\zeta$  = Höhenanomalie,  $W$  = Schwerepotential,  $U$  = Normalpotential,  $h_{ell}$  = ellipsoidische Höhe,  $H_{orth}$  = orthometrische Höhe,  $H_{norm}$  = Normalhöhe

Das Potential  $W_p$  eines Punktes  $P$  der Erdoberfläche ist im allgemeinen nicht identisch mit dem Normalpotential  $U_p$  im selben Punkt  $P$ . Die Äquipotentialfläche des Erdellipsoids mit demselben Potential  $W_p$  verläuft durch einen von  $P$  unterschiedlichen Punkt  $P'$ . Der Abstand von  $P$  zu  $P'$  wird als Höhenanomalie  $\zeta$  bezeichnet. Alle Punkte  $P'$ , für welche gilt, dass ihr Normalpotential identisch mit dem wirklichen Potential eines Punktes  $P$  an der Erdoberfläche ist, bilden das sogenannte Telluroid. Falls wir die Höhenanomalien  $\zeta$  vom Ellipsoid aus auftragen, so erhalten wir als weitere wichtige Bezugsfläche das Quasigeoid, welches zwar keine Äquipotentialfläche darstellt, sich aber vom Geoid im allgemeinen um weniger als 50 cm unterscheidet. Es lässt sich im Gegensatz zum Geoid allein aus Beobachtungen an der Erdoberfläche bestimmen, ohne dass Hypothesen über die Massenverteilung im Erdinnern angenommen werden müssen.

Der Abstand zwischen dem Punkt  $P$  und dem Punkt  $P_0$  auf dem Geoid wird als orthometrische Höhe  $H_{\text{orth}}$  bezeichnet. Der Abstand zwischen dem Punkt  $P'$  und dem Ellipsoid entspricht der Normalhöhe  $H_{\text{norm}}$  und ist identisch mit dem Abstand des Punktes  $P$  vom Quasigeoid. Die Umrechnung von orthometrischen Höhen in Normalhöhen geschieht über die ellipsoidischen Höhen  $h_{\text{ell}}$ , welche den Abstand von  $P$  zum Ellipsoid bezeichnen. Zur Umrechnung gelten folgende wichtige Beziehungen:

$$h_{\text{ell}} = H_{\text{orth}} + N = H_{\text{norm}} + \zeta$$

Diese recht einfachen Zusammenhänge sind in Abbildung 2.1 dargestellt, dort aber nicht sehr deutlich erkennbar, da die einzelnen Grössen zum Teil entlang der Schwerelinie und zum Teil entlang der Ellipsoidnormalen aufgetragen sind. In Wirklichkeit betragen die dadurch verursachten Längenunterschiede jedoch nur einige Mikrometer (vgl. z.B. [Wirth, 1990]), was deutlich unter jeder für uns entscheidenden Grössenordnung liegt. In Abbildung 2.1 ist ebenfalls angedeutet, dass die Korrelation zwischen Topographie und Quasigeoid im allgemeinen grösser ist, als diejenige zwischen Topographie und Geoid. Daraus folgt auch der im Vergleich zum Geoid unruhigere Verlauf des Quasigeoids.

### 2.3 Die Ableitung des Potentials, der Schwerevektor

Die Orthogonaltrajektorien zum Potential  $W$  formen räumliche Kurven, welche als Schwerefeldlinien bezeichnet werden. Diese sind gekrümmt, da die Äquipotentialflächen im allgemeinen nicht parallel sind. Die Tangenten an diese Schwerefeldlinien werden als

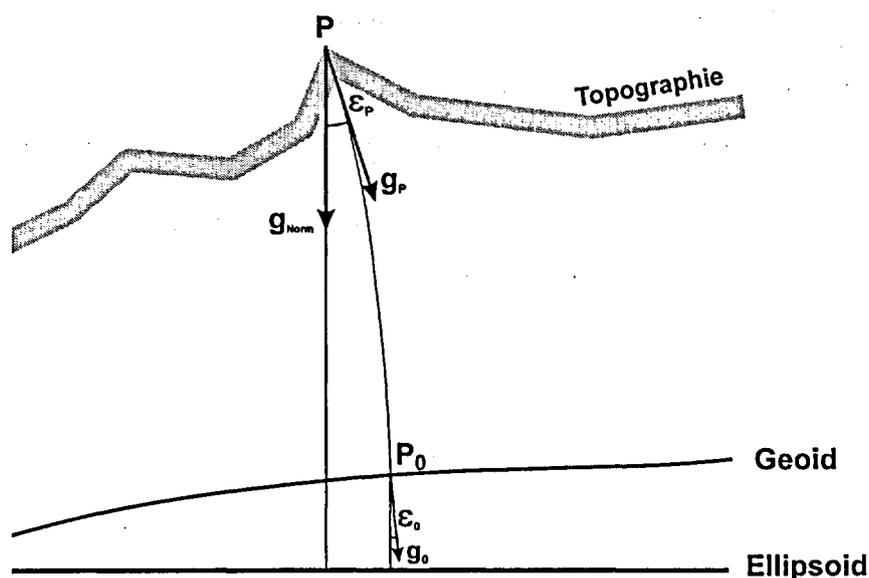
Lotlinien bezeichnet. Der Schwerevektor  $g$  im Punkt  $P$ , welcher parallel zur Lotlinie ist, ergibt sich aus der Ableitung von  $W$  in Richtung der maximalen Änderung. Also

$$\bar{g} = \text{grad}(W)$$

Der Betrag des Schwerevektors wird als Schwere bezeichnet und lässt sich mit absoluten Gravimetern messen.

Der Normalschwerevektor ergibt sich, indem in der obenstehenden Formel nicht das Potential  $W$ , sondern das Normalpotential  $U$  eingesetzt wird.

Der Winkel zwischen Normalschwerevektor und Schwerevektor wird als Lotabweichung  $\varepsilon$  bezeichnet. Diese Begriffe sind in der folgenden Abbildung illustriert.



**Abbildung 2.2:** Schwerevektor und Lotabweichung:  $\varepsilon_p$  = Oberflächenlotabweichung,  $\varepsilon_0$  = Lotabweichung auf dem Geoid,  $g_p$  = Oberflächenschwere,  $g_{Norm}$  = Normalschwerevektor,  $g_0$  = Schwerevektor auf dem Geoid

In Abbildung 2.2 sind die Normalschwerelinien als Geraden dargestellt, obwohl dies streng betrachtet nicht gilt. Deutlich zu sehen ist der Einfluss der Krümmung der Schwerefeldlinien auf die Lotabweichung. Diese nimmt dadurch im Punkt  $P$  und dem entsprechenden Fusspunkt  $P_0$  unterschiedliche Beträge an. Die Differenz zwischen  $\varepsilon_p$  und  $\varepsilon_0$  wird als Lotkrümmung bezeichnet (obwohl sie ein Winkel ist).

## 2.4 Bestimmung des Potentials aus Nivellement und Schweremessungen

In Kapitel 2.3 wurde der Schwerevektor als Ableitung des Potentials beschrieben. In der praktischen geodätischen Höhenbestimmung ist jedoch die umgekehrte Berechnung wichtiger.

Aus gemessenen Höhendifferenzen und Schwerewerten soll die Potentialdifferenz  $\Delta W$  bestimmt werden. Dies ergibt sich aus folgender Formel:

$$\Delta W = - \int g \cdot dh$$

wobei in der Praxis das Integral durch eine Summe über alle gemessenen Höhendifferenzen ersetzt werden muss. Falls dabei in einem Punkt gestartet wird, welcher auf dem Geoid liegt, erhält man die sogenannten geopotentiellen Knoten C. Diese sind, im Gegensatz zum reinen geometrischen Nivellement ohne Berücksichtigung von Schweremessungen, nicht mehr abhängig vom eingeschlagenen Weg zwischen Startpunkt und Zielpunkt. Die geopotentiellen Knoten dienen im folgenden als Grundlage für alle strengen Höhensysteme, sind selbst jedoch aus folgenden Gründen nicht als Höhensystem geeignet:

Als Potentialdifferenz weisen sie nicht die Einheit "Meter", sondern die Einheit  $m^2 s^{-2}$  auf. Dies widerspricht der Gewohnheit, einen Höhenunterschied als Längenmass zu betrachten.

Potentialdifferenzen weisen gegenüber metrischen Höhendifferenzen einen Massstabsfaktor von etwa 9.8 auf. Deshalb wird für die praktische Arbeit mit geopotentiellen Knoten die Einheit GPU verwendet, wobei gilt:

$$1 \text{ GPU (geopotential unit)} = 10 m^2 s^{-2}$$

Um diese beiden Nachteile zu eliminieren, wurde das System der dynamischen Höhen geschaffen. Dabei werden die geopotentiellen Knoten C durch die Normalschwere in einer Breite von  $45^\circ$  dividiert (im GRS80:  $g_{\text{Norm}}(45^\circ) = 9.806199 \text{ ms}^{-2}$ ). Somit erhalten wir ein strenges Höhensystem, bei welchem gilt, dass Punkte mit gleicher Höhe auf derselben Äquipotentialfläche liegen. Trotz dieses Vorteils wird das dynamische Höhensystem in der Praxis sehr selten angewendet. Es hat nämlich den Nachteil, dass in geographischen Breiten, welche stark von  $45^\circ$  abweichen und in gebirgigen Regionen ein grosser Massstabsfehler auftritt.

## 2.5 Normalhöhen und orthometrische Höhen

Um den Nachteil der Massstabsverzerrung der dynamischen Höhen zu eliminieren, dürfen die geopotentiellen Knoten C nicht durch eine Konstante dividiert werden, sondern durch einen Schwerebetrag, welcher sowohl die geographische Breite, als auch die Stationshöhe berücksichtigt.

Im Fall der Normalhöhen wird dazu die mittlere Normalschwere zwischen der Erdoberfläche und dem Quasigeoid, oder exakter zwischen dem Telluroid und dem Referenzellipsoid verwendet. Also:

$$H_N = \frac{C}{\bar{g}_{norm}}$$

wobei die mittlere Normalschwere entlang der Lotlinie aus der Normalschwereformel und der Formel für die Freiluftkorrektur gerechnet werden kann, ohne dass die Dichteverteilung im Erdinnern bekannt sein muss. Gerechnet wird sie mit der folgenden, in abgewandelter Form aus [Heiskanen, Moritz, 1967] entnommenen Formel, welche für Stationen gilt, welche nicht sehr weit von der Erdoberfläche entfernt liegen:

$$\bar{g}_{norm} = g_{aq} \cdot \frac{1 + \left( \frac{b \cdot g_{pol}}{a \cdot g_{aq}} - 1 \right) \sin^2 \varphi}{\sqrt{1 - \frac{a^2 - b^2}{a^2} \sin^2 \varphi}} - g_{aq} \cdot \frac{h}{2a} \left( 2 + 2.4 \frac{a-b}{a} + 0.8 \frac{g_{pol} - g_{aq}}{g_{aq}} + 2 \left( \frac{g_{pol} - g_{aq}}{g_{aq}} - 2 \frac{a-b}{a} \right) \sin^2 \varphi - 3 \frac{h}{a} \right)$$

Dabei entspricht der erste Teil der Formel für die Normalschwere und der zweite Teil der halben Freiluftkorrektur.

Es gelten dabei die folgenden Bezeichnungen und Werte für das GRS80:

- $\bar{g}_{norm}$  : mittlere Normalschwere in der Lotlinie
- a : Grosse Halbachse des Ellipsoids = 6'378'137.0 m
- b : kleine Halbachse des Ellipsoids = 6'356'752.3141 m
- $g_{aq}$  : Normalschwere am Äquator = 9.7803267715 ms<sup>-2</sup>
- $g_{pol}$  : Normalschwere am Pol = 9.8321863685 ms<sup>-2</sup>
- $\varphi$  : ellipsoidische Breite
- h : Normalhöhe

In dieser Formel tritt die Normalhöhe selbst als Parameter auf, obwohl sie eigentlich noch unbekannt ist. Für praktische Anwendungen genügt jedoch eine Näherung, oder sie kann durch iteratives Vorgehen bestimmt werden.

Im Fall der orthometrischen Höhen, wo nicht das Normalschwerefeld als Bezug verwendet wird, müssen die geopotentiellen Knoten durch die tatsächlich vorhandene mittlere Schwere in der Lotlinie dividiert werden. Also:

$$H_{orth} = \frac{C}{\bar{g}}$$

Die mittlere Schwere entlang der Lotlinie ist weder theoretisch herleitbar, noch ist sie zu beobachten. Sie muss aus der beobachteten Schwere an der Oberfläche und Hypothesen über die Massenverteilung im Erdinnern geschätzt werden. In [Wirth, 1990] ist eine ausführliche Herleitung der folgenden, auch in dieser Arbeit verwendeten Formel gegeben.

$$\bar{g}^P = g_{beob}^P + \frac{1}{2}g_{frei}^P - g_{Modelle}^P - \frac{T_M^P - T_M^0}{h}$$

Dabei bezeichnen

- $g_{beob}$  : Beobachtete Schwere im Punkt P
- $g_{frei}$  : Freiluftkorrektur im Punkt P
- $g_{Modelle}$  : Wirkung der Massenmodelle auf den Betrag des Schwerevektors
- $T^P$  : Wirkung der Massenmodelle auf das Potential in Punkt P
- $T^0$  : Wirkung der Massenmodelle auf das Potential in Höhe Null

Diese Formel ist streng gültig, falls davon ausgegangen wird, dass alle Massen, welche unterschiedliche Wirkungen auf das Potential im Punkt P und auf "Meereshöhe" verursachen, in Modellen erfasst sind. Die zur Berechnung der mittleren Schwere in der Lotlinie verwendeten Massenmodelle sind dieselben, welche später in Kapitel 5 vorgestellt werden.

### 3. Überblick über die Methoden der Geoidbestimmung

#### 3.1 Astrogeodätische Methode

Die astrogeodätische Geoidbestimmung basiert auf der Messung von Oberflächenlotabweichungen  $\varepsilon$  (vgl. Kapitel 2.3), welche üblicherweise in eine Nord-Süd-Komponente  $\xi$  und eine West-Ost-Komponente  $\eta$  aufgeteilt wird. Dabei gilt die Beziehung

$$\varepsilon = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}$$

Bei  $\varepsilon$  handelt es sich dabei um den Betrag der Lotabweichung. Die Lotabweichung in einem bestimmten Azimut  $\alpha$  ergibt sich zu

$$\varepsilon(\alpha) = \xi \cdot \cos \alpha + \eta \cdot \sin \alpha$$

Da die Lotabweichungen die Richtung des Schwerevektors festlegen und somit senkrecht zu den Äquipotentialflächen stehen, gilt auch

$$\varepsilon = -\frac{\partial W}{\partial s}$$

wobei  $ds$  ein horizontales Streckenelement bezeichnet. Für das Geoid als spezielle Äquipotentialfläche müssen an Stelle der beobachteten Oberflächenlotabweichungen  $\varepsilon$  die auf Höhe Null reduzierten Lotabweichungen  $\varepsilon_0$  verwendet werden. Aus diesen ergibt sich die Geoiddifferenz  $\Delta N$  zwischen 2 Punkten A und B durch Integration:

$$\Delta N = \int_A^B -\varepsilon_0 ds$$

Mit diesem astrogeodätischen Nivellement lassen sich nur Geoidhöhendifferenzen bestimmen. Für die absolute Lagerung muss  $N$  in mindestens einem Punkt vorgegeben sein oder durch andere Methoden bestimmt werden. Dieses Verfahren lässt sich auch flächenhaft anwenden, wobei die Lotabweichungen in Zwischenpunkten durch geeignete Verfahren (Polynome, Kollokation) interpoliert werden.

Der Vorteil der astrogeodätischen Geoidbestimmung besteht darin, dass das Geoid bereits durch wenige Messungen in einem beschränkten Gebiet mit relativ hoher Genauigkeit bestimmt werden kann. Ein Nachteil besteht darin, dass Lotabweichungsmessungen relativ teuer sind und somit eine Abdeckung eines grösseren Gebiets in der benötigten Dichte,

insbesondere bei bewegter Topographie, kostspielig wird. Deshalb wird die astrogeodätische Geoidbestimmung heute meist auf lokale Gebiete beschränkt.

Ein weiterer Nachteil, der jedoch nicht nur für die astrogeodätische Geoidbestimmung gilt, ist die Tatsache, dass zur Berechnung die Lotabweichungen  $\varepsilon_0$  auf dem Geoid verwendet werden müssen und diese nur über Annahmen über die Dichteverteilung im Erdinnern ableitbar sind. Deshalb wird heute immer häufiger nicht mehr das Geoid, sondern das Quasigeoid nach Molodensky (1945) bestimmt. Da hier das Randwertproblem nicht auf Höhe des Geoids sondern auf Höhe der Topographie gelöst wird, fließen zu seiner astrogeodätischen Berechnung grundsätzlich die Oberflächenlotabweichungen ein, welche noch um das Normalfeld korrigiert werden müssen. Diese Korrekturen können für erdnahe Punkte nach folgenden Formeln berechnet werden:

$$\xi_{Norm} = \frac{g_{Pol} - g_{Aeq}}{g_{Aeq}} \cdot \frac{\sin 2\varphi \cdot H}{a \cdot (1 - f \cdot \sin^2 \varphi)}$$

$$\eta_{Norm} = 0$$

Dabei bezeichnen:  $g_{Pol}$  und  $g_{Aeq}$  Die Normalschwere am Pol resp. am Äquator  
 $a, f$  Halbachse und Abplattung des Referenzellipsoids  
 $\varphi, H$  geographische Breite und Höhe

Da diese Korrekturen jedoch verglichen mit den Messfehlern meistens relativ klein sind (in mittleren Breiten:  $\xi_{Norm} \approx 0.17'' \cdot H[\text{km}]$ ), wird diese Korrektur oft vernachlässigt.

In der Schweiz besteht bereits eine lange Tradition in der astrogeodätischen Geoidbestimmung (siehe Kapitel 1.3). Es liegt ein dichtes Netz von Lotabweichungsstationen vor, welches auch eine nationale Geoidbestimmung mit hoher Genauigkeit erlaubt.

### 3.2 Gravimetrische Methode

Bei dieser klassischen, auf G. Stokes (1849) zurückzuführenden Methode handelt es sich um die heute am häufigsten angewendete Methode. Sie liefert absolute Geoidundulationen in einem streng geozentrischen System durch die Anwendung der bekannten Formel von Stokes:

$$N = \frac{R}{4\pi g_{\text{norm}}} \iint \Delta g \cdot S(\Psi) \cdot d\sigma$$

Dabei bezeichnen:	N	Geoidundulation im Punkt ( $\varphi, \lambda$ )
	R	mittlerer Erdradius
	$g_{\text{norm}}$	Normalschwere im Punkt ( $\varphi, \lambda$ )
	$S(\Psi)$	Wert der Stokes Funktion im sphärischen Abstand $\Psi$
	$\Delta g$	Schwereanomalie im Oberflächenelement $d\sigma$

Der Integrationsbereich erstreckt sich über die ganze Erde. Regionen mit fehlenden Schweredaten machen sich dabei als langwellige Fehler im Geoid bemerkbar. Für praktische Berechnungen wird jedoch meist nicht über die ganze Erde integriert, sondern das Schwerefeld wird ausserhalb eines bestimmten sphärischen Abstands  $\Psi$  durch ein globales Kugelfunktionsmodell (z.B. OSU91A [Rapp et al., 1991]) als gegeben betrachtet. Zudem muss das Integral durch eine Summenbildung über finite Oberflächenkompartimente ersetzt werden. Dazu müssen die gemessenen Schwereanomalien durch einen repräsentativen Mittelwert des Kompartiments gegeben sein.

Als Schwereanomalien  $\Delta g$  werden klassischerweise Freiluftanomalien verwendet. Diese sind ohne grossen Aufwand berechenbar und liefern brauchbare Resultate. Sie haben aber den Nachteil, dass sie keinen ruhigen Verlauf zeigen und deshalb schwer auf den Mittelwert der Oberflächenelemente  $d\sigma$  zu interpolieren sind. Zudem geht die Stokes-Formel von der Annahme aus, dass ausserhalb des Geoids keine Massen vorhanden sind. Dies ist bei Freiluftanomalien nicht der Fall. Trotzdem sind sie für die Geoidbestimmung besser geeignet als die Bouguer-Anomalien [Heiskanen, Moritz 1967], da sie einen viel kleineren indirekten Effekt verursachen (Isostasie, Mohowirkung).

Wegen der erwähnten Nachteile der Freiluftanomalien geht man heute immer mehr dazu über, die Remove-Restore-Technik anzuwenden. Dabei werden die Einflüsse der bekannten Massenmodelle zunächst von den Schweremessungen subtrahiert und nach der Berechnung des nun entstehenden Cogeoids wieder hinzugezählt.

Das genaue Vorgehen bei der gravimetrischen Geoidbestimmung der Schweiz und weiterführende Informationen sind in [Geiger, 1990] ausführlich beschrieben.

### 3.3 'Direkte' Beobachtung von Geoidundulationen

Alle Methoden, bei welchen Geoidundulationen oder Höhenanomalien als Beobachtungen verwendet werden, beruhen auf den einfachen Beziehungen zwischen den Höhensystemen, wie wir sie in Kapitel 2.2 vorgestellt haben. Umgeformt ergeben sich die Formeln:

$$N = h_{\text{ell}} - H_{\text{orth}} \quad \text{und} \quad \zeta = h_{\text{ell}} - H_{\text{norm}}$$

Für die Einführung von 'direkt' beobachteten Geoidundulationen oder Höhenanomalien benötigt man sowohl die ellipsoidische Höhe  $h_{\text{ell}}$  als auch die orthometrische Höhe oder die Normalhöhe. Da es nun aber mit klassischen Messmethoden praktisch unmöglich ist, die ellipsoidische Höhe zu beobachten, erfolgte der Durchbruch erst mit dem Aufkommen der Satellitengeodäsie. Die ersten Geoidbestimmungen nach dieser Methode erfolgten durch die Altimetrie im ozeanischen Bereich, wo durch Reflexion eines Radarsignals der Abstand des Satelliten von der Wasseroberfläche bestimmt werden kann. Die ellipsoidische Höhe des Satelliten wird durch Kontrollstationen bestimmt. Die Differenzbildung ergibt eine Fläche, welche ungefähr das Geoid (im ozeanischen Bereich identisch mit dem Quasigeoid) beschreibt, aber noch durch die sogenannte Meerestopographie oder 'Sea Surface Topography' (SST) verfälscht ist. Diese hat verschiedene Ursachen wie zum Beispiel Strömungen, Wellen, Temperaturunterschiede und Salzgehalt des Wassers. Ihre Bestimmung ist eines der wesentlichen Probleme bei der genauen altimetrischen Geoidbestimmung.

Die satellitengeodätische Geoidbestimmung auf dem Festland wurde zwar schon Ende der siebziger Jahre mit dem Dopplersystem TRANSIT durchgeführt (siehe z. B. das Projekt ALGEDOP [Geiger, Müller, 1987]), erreichte aber erst mit GPS eine Genauigkeit, welche mit derjenigen der astrogeodätischen oder gravimetrischen Methode vergleichbar ist. Dabei wird auf Stationen, deren orthometrische Höhe oder Normalhöhe aus einem Präzisionsnivellement und Schweremessungen bekannt ist, mit GPS auch die ellipsoidische Höhe bestimmt. Die wichtigste Fehlerquelle bildet heute bei dieser Methode der Einfluss der troposphärischen Refraktion auf die Laufzeit der GPS-Signale. Erste Geoidberechnungen nach dieser Methode wurden in der Schweiz im Polygonzug von Visp nach Zermatt [Wirth, 1990] und im Projekt ALGESTAR [Marti, 1990] durchgeführt. Heute wird die Methode des GPS/Nivellement

allerdings meistens noch nicht selbständig, sondern nur zur Überprüfung des gravimetrischen oder astrogeodätischen Geoids eingesetzt.

Durch die Weiterentwicklung der Mess- und Auswertetechnik im GPS-Bereich, welche auch die kinematische Positionierung im cm-Bereich erlaubt [Cocard, 1995], werden heute Methoden erprobt, welche ähnlich der Altimetrie, von Flugzeugen aus mittels Laser-Profilern die Distanz zur Meeres- oder Seeoberfläche messen [Geiger et al., 1994]. Ein dieser Methode sehr ähnliches Verfahren besteht darin, einen GPS-Empfänger in eine Schwimmboje einzubauen und somit das Geoid (oder genauer: die Meerestopographie) direkt zu messen.

### 3.4 Kombinierte Methoden

Alle oben beschriebenen Methoden haben ihre Vor- und Nachteile, welche hier noch einmal kurz zusammengefasst seien:

- Die gravimetrische Methode erlaubt eine globale Bestimmung des Geoids mit einer hohen Genauigkeit und mit einer hohen Auflösung. Ihr Hauptnachteil besteht aber darin, dass die Messungen praktisch flächendeckend vorhanden sein müssen, um keine langwelligen Fehler in die Lösung einzuführen.
- Die astrogeodätische Methode erlaubt lokal eine hochgenaue relative Geoidbestimmung. Für grössere Gebiete eignet sie sich nur bedingt, da die Lotabweichungsmessungen aufwendig und teuer sind und deshalb Datenlücken kaum zu vermeiden sind. Dies führt dazu, dass der Fehler relativ zum Ausgangspunkt (Fundamentalpunkt) ziemlich rasch ansteigt.
- Die 'direkte' Beobachtung von Geoidundulationen aus Nivellement und GPS führt zu relativ genauen Werten entlang der Nivellement-Linien. Wegen der speziellen Struktur der Nivellementnetze ist eine flächenhafte Interpolation meist schwierig. Über grössere Distanzen und bei grossen Höhendifferenzen bildet zudem der Einfluss der Troposphäre auf die mit GPS bestimmten ellipsoidischen Höhen eine Limitierung der Genauigkeit.
- Die in dieser Arbeit nicht besprochene Methode der Geoidbestimmung aus Bahnstörungen erdnahe Satelliten (siehe z.B. [Vaniček, Krakiwsky, 1986]) führt zwar zu einem homogenen, weltweiten Kugelfunktionsmodell des Schwerfelds, eignet sich aber wegen seiner geringen Auflösung nicht für eine lokale Bestimmung mit cm-Genauigkeit.

Aufgrund dieser Vor- und Nachteile ist es naheliegend, zu versuchen die unterschiedlichen Messungen zu kombinieren und einer gemeinsamen Ausgleichung zuzuführen. Dies kann auf viele Arten geschehen, wobei aber immer die grundlegenden Formeln von Stokes und Vening Meinesz in ihrer ursprünglichen oder einer modifizierten Form und die bekannten Differenzialbeziehungen zwischen den Lotabweichungen und den Geoidundulationen verwendet werden.

Eine bekannte Methode ist das sogenannte astro-gravimetrische Nivellement, wo zwischen den eigentlichen Lotabweichungsstationen, welche recht weit auseinander liegen dürfen,

weitere Lotabweichungen aus Schweremessungen interpoliert werden und somit die stützpunktfreien Zonen überbrückt werden.

Für lokale gravimetrische Geoidbestimmungen ist es heute üblich, ein globales Kugelfunktionsmodell zu verwenden, um die langwelligen Fehler unter Kontrolle zu bekommen. Dies entspricht normalerweise einer Kombination von Schweremessungen mit beobachtetem Potential aus Bahnstörungen von Satelliten.

Die absolute Lagerung eines lokalen astrogeodätischen Geoids wird heute durch die Beobachtung der Geoidundulation (GPS und Nivellement) in mindestens einem Punkt erreicht. Die problemlose Einführung weiterer 'direkt' beobachteter Geoidundulationen führt zu einer Genauigkeitssteigerung der reinen astrogeodätischen Lösung, insbesondere über grössere Distanzen.

Diese Beispiele zeigen, dass eine Kombination aller Typen von Messungen grundsätzlich möglich ist. Eine Voraussetzung dafür ist jedoch, dass sich alle Daten auf das gleiche Bezugssystem beziehen, oder dass der Datumsübergang bekannt ist. Einen limitierenden Faktor bei der Berechnung über grössere Gebiete bilden oft langwellige Fehleranteile, welche bei den meisten Methoden zur Geoidbestimmung auftreten.

Neben der in dieser Arbeit behandelten Beobachtungstypen (Potential und seine ersten Ableitungen) lassen sich auch weitere Beobachtungen in eine kombinierte Ausgleichung integrieren. Dabei handelt es sich insbesondere um die mit Gradiometern messbaren zweiten Ableitungen des Potentials, aber auch um Dichten und Dimensionen von Störmassen.

## 4. Vorhandene Informationen zum Schwerefeld

### 4.1 Astrogeodätische Messungen

Die astrogeodätische Lotrichtungsbestimmung hat in der Schweiz eine lange Tradition. So wurden bereits Mitte des 19. Jahrhunderts die ersten heute noch erhaltenen Messungen durchgeführt [Plantamour und Hirsch, 1864]. Bis heute verfügt man im Bereich des schweizerischen Landesvermessungsnetzes über etwa 600 Stationen, von denen zumindest eine Lotabweichungskomponente gemessen wurde. Tabelle 4-1 gibt eine Übersicht über die Herkunft der grössten Gruppen von Lotabweichungsmessungen.

Projekt	Messjahr	Anz. Stat.	Publikation
Meridian vom Gotthard	1916-1918	54	SGK-Band 19 [1932]
Parallel von Zürich	1934-1936	32	SGK-Band 22 [1944]
Meridian von Lugano	1939	12	SGK-Band 24 [1951]
Parallel von Locarno	1947-1948	7	SGK-Band 24 [1951]
Berner Oberland/Wallis	1951-1964	29	SGK-Band 26 [1967]
Basis Heerbrugg	1959	7	SGK-Band 30 V [1984]
Messungen im Netz 1.O.	1886-1979	26	diverse
Diplomkurs Oberwallis	1982	5	Diplomarbeit ETHZ
CERN-Netz	1983-1984	10	nicht publiziert
Diplomkurs Prättigau	1984	5	Diplomarbeit ETHZ
Ivrea-Zone	1983-1986	115	SGK-Band 40 [1989]
Turtmann	1986	10	SGK-Band 45 [1992]
NFP20 / Visp - Zermatt	1986-1988	84	SGK-Band 47 [1993]
Diplomkurs Flüelapass	1988	7	Diplomarbeit ETHZ
Diplomkurs Gotthard	1990	6	Diplomarbeit ETHZ
Grande Dixence/Cleuson	1992	7	nicht publiziert
LV95/Geoid der Schweiz	1990-1992	99	nicht publiziert

*Tabelle 4-1: Wichtigste Datenquellen von Lotabweichungen in der Schweiz*

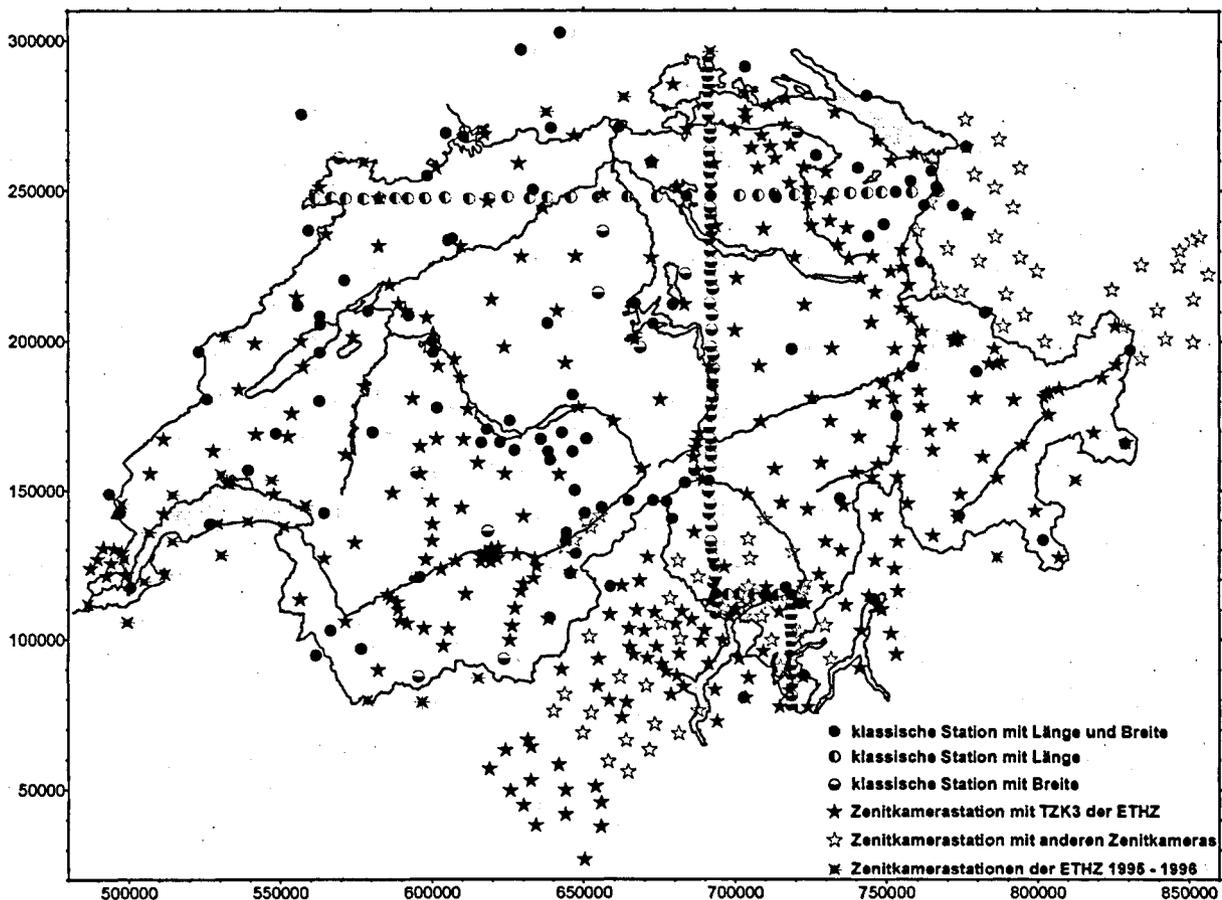
Bei den übrigen ca. 90 Stationen handelt es sich um ältere Messungen, welche in [Elmiger, 1971] und [Müller, 1972] dokumentiert sind, sowie um Messungen, welche uns von den Nachbarländern zur Verfügung gestellt wurden. Die bisher nicht publizierten Messungen und diejenigen, welche nur in Diplomarbeiten der ETH Zürich enthalten sind, wurden in Anhang B aufgelistet.

In der Regel wurde die Genauigkeit der Messungen mit 0.5" angesetzt. Nur falls aus den Originalauswertungen eine deutliche Abweichung festgestellt wurde, haben wir den Wert entsprechend geändert. Für die seit 1983 durch das GGL der ETHZ mit der Zenitkamera bestimmten Lotabweichungen dürften die Genauigkeiten eher besser sein. Dies zeigt Tabelle

4-2, in der die Repetierbarkeit der Lösung einer Zenitkammermessung (HPV-Dach der ETH Höggerberg) dargestellt ist.

Messdatum	Länge	Breite	Messdatum	Länge	Breite
Okt. 1984	8° 30' 42.88"	47° 24' 23.23"	Nov. 1987	8° 30' 42.64"	47° 24' 23.56"
Aug. 1985	8° 30' 43.24"	47° 24' 23.56"	Aug. 1988	8° 30' 43.10"	47° 24' 23.45"
Mai 1986	8° 30' 43.28"	47° 24' 23.77"	Mai 1991	8° 30' 42.81"	47° 24' 23.63"
Nov. 1986	8° 30' 43.07"	47° 24' 23.81"			

**Tabelle 4-2:** Zusammenstellung der Resultate von Zenitkamera-Eichmessungen auf dem Dach des HPV-Gebäudes der ETH Höggerberg

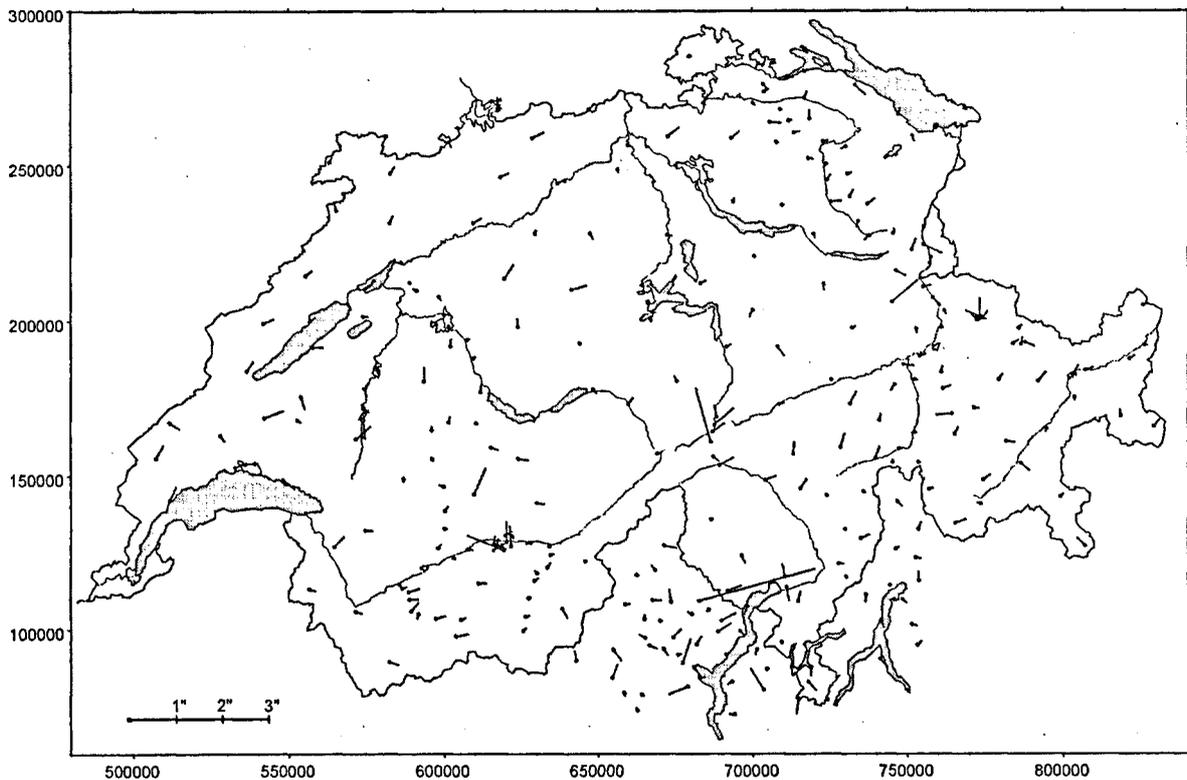


**Abbildung 4.1** Lotabweichungsstationen der Schweiz, Stand 1994. Die Sterne bezeichnen die seit 1980 mit einer Zenitkamera bestimmten Messungen

Die Anzahl der verfügbaren Lotabweichungskomponenten hat sich seit der Geoidbestimmung durch Gurtner 1978 etwa verdreifacht. Im Herbst 1995 wurden im benachbarten Ausland noch etwa 12 zusätzliche Stationen beobachtet. Diese Messungen konnten jedoch in der vorliegenden Arbeit nicht mehr berücksichtigt werden.

Als Referenzsystem für die astronomischen Koordinaten wurde das System des PPM-Sternkatalogs [Röser, Bastian, 1989] gewählt. Dieser war jedoch erst seit 1992 verfügbar. Deshalb wurden sämtliche bis zu diesem Zeitpunkt durchgeführten Zenitkammermessungen

noch einmal mit dem stark verbesserten Sternkatalog ausgewertet. Die dadurch entstandenen Differenzen gegenüber dem AGK3-Katalog [Heckmann, Dieckvoss, 1975] sind in Abbildung 4.2 dargestellt. In der Regel sind die Unterschiede weit geringer, als die Messgenauigkeit der Zenitkamera. Für einzelne Stationen, insbesondere mit qualitativ schlechten Filmaufnahmen, hat sich dieser Aufwand jedoch gelohnt. Zudem konnten auf all diesen Stationen noch einmal die Zentrierelemente und die Uhrkorrekturen überprüft werden.



**Abbildung 4.2:** *Differenzen in den Lotabweichungen, verursacht durch die Verwendung des AGK3- oder des PPM-Sternkatalogs.*

## 4.2 Gravimetrische Stationen

Der Grossteil der ca. 2500 Schwerewerte, welche in der Schweiz verfügbar sind, stammen aus Arbeiten der Schweizerischen Geophysikalischen Kommission (SGPK) zur Erstellung der Schwerekarte der Schweiz [Klingelé, Olivier, 1980]. Etwa 260 Stationen im südlichen Teil und in Italien stammen zudem aus Arbeiten von Kissling [1982] und Schwendener [1984]. Zur Zeit sind weitere gravimetrische Projekte in Arbeit, welche sich vor allem auf die Hauptlinien des Nivellementnetzes erstrecken. 1995 wurden die Arbeiten zum neuen Schweregrundnetz abgeschlossen [Arnet, Klingelé, 1996], dessen Stationen zum grossen Teil identisch mit denjenigen des schweizerischen GPS-Basisnetzes LV95 sind. Als weitere Ergänzung dieses Datensatzes ist die SGPK daran, einen Schwereatlas der Schweiz im

Massstab 1:100'000 zu erstellen. In diesem Projekt werden sämtliche vorhandenen Schweremessungen aufbereitet und auf ein einheitliches Referenzsystem (GRS80) bezogen. Durch diese Arbeiten konnten bis jetzt etwa 20'000 Schwerestationen für die Schwerefeldbestimmungen verwendet werden.

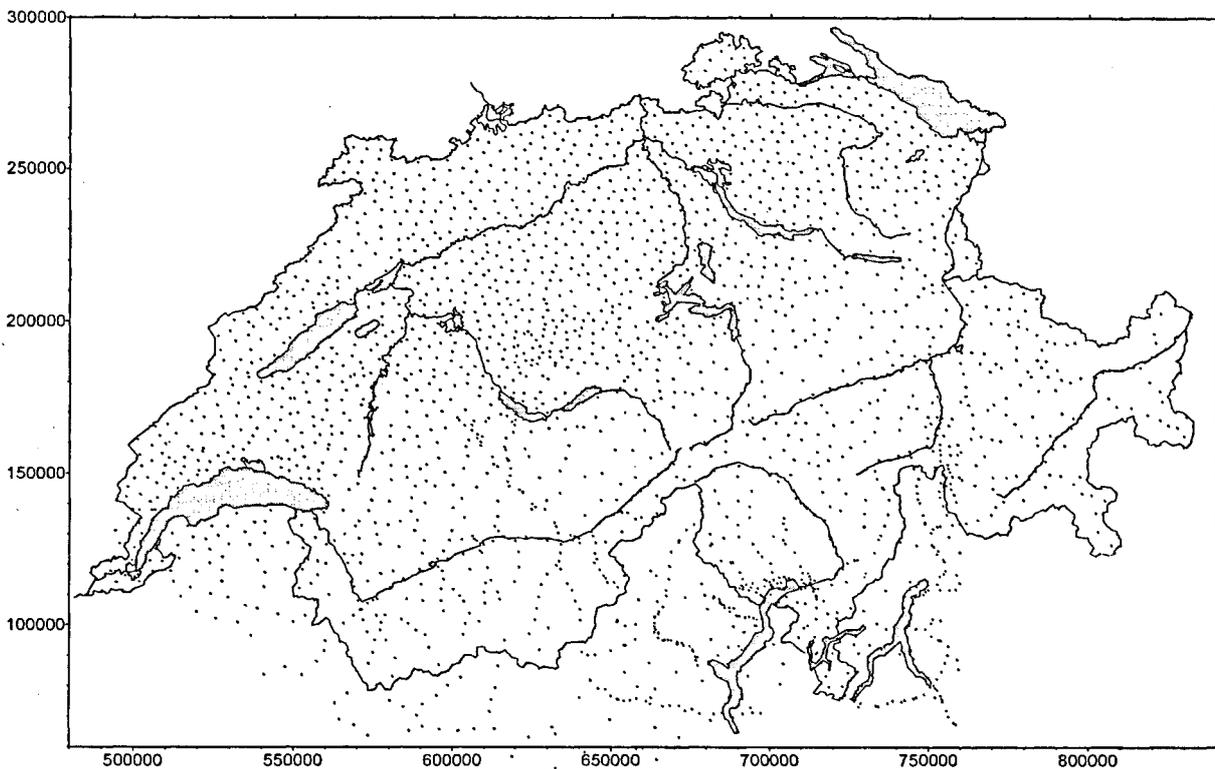


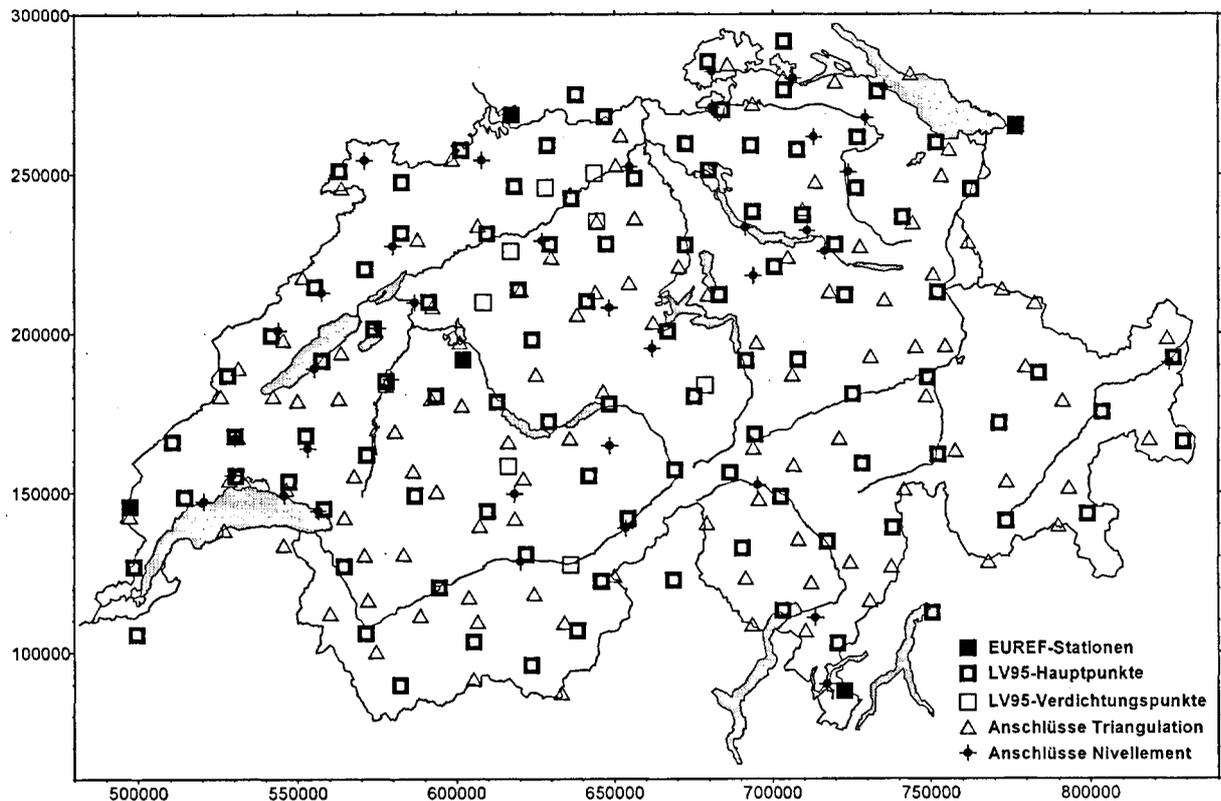
Abbildung 4.3: Verfügbare Schwerewerte der Schweiz [nach Klingelé, Olivier, 1980]

### 4.3 GPS-Stationen mit nivellierter Höhe

Das neue schweizerische GPS-Grundnetz LV95 (Abbildung 4.4) der L+T [Wiget et al., 1991], welches in den Jahren 1989 bis 1994 etabliert und das erste Mal vermessen wurde, stellt neben seiner Hauptaufgabe als Referenzsystem der neuen Landesvermessung, auch eine wichtige Stütze für eine Geoidbestimmung aus GPS-Messungen in Kombination mit Nivellementdaten dar. Die ca. 105 Stationen sind teilweise durch lokale Nivellements direkt an das Schweizerische Landesnivellement angeschlossen worden. Die meisten übrigen Stationen sind durch kurze Basislinien mittels GPS an naheliegende Nivellement-Punkte angeschlossen (Abbildung 4.5). Für die Schwerefeldbestimmung können somit etwa 80 Punkte verwendet werden.

Dieses Netz ist auf den ITRF93-Koordinaten des Fundamentalpunkts in Zimmerwald gelagert. Die übrigen Punkte, welche an das europäische Grundlagenetz EUREF

angeschlossen sind, wurden jedoch, wie alle übrigen Punkte, zwangsfrei bestimmt. In der Lage weist dieses Netz eine Genauigkeit auf, welche deutlich besser als 1 cm ist. Für die ellipsoidischen Höhen wird eine mittlere Genauigkeit von 3 bis 5 cm angegeben. Da in einem gemeinsamen Projekt der L+T mit dem GGL der Einfluss der Atmosphäre noch besser modelliert wird, sind die zur Zeit verfügbaren Höhen als provisorisch anzusehen.



**Abbildung 4.4:** GPS-Basisnetz LV95 des Bundesamtes für Landestopographie mit Verdichtungspunkten und Anschlusspunkten an die Triangulation und ans Nivellement

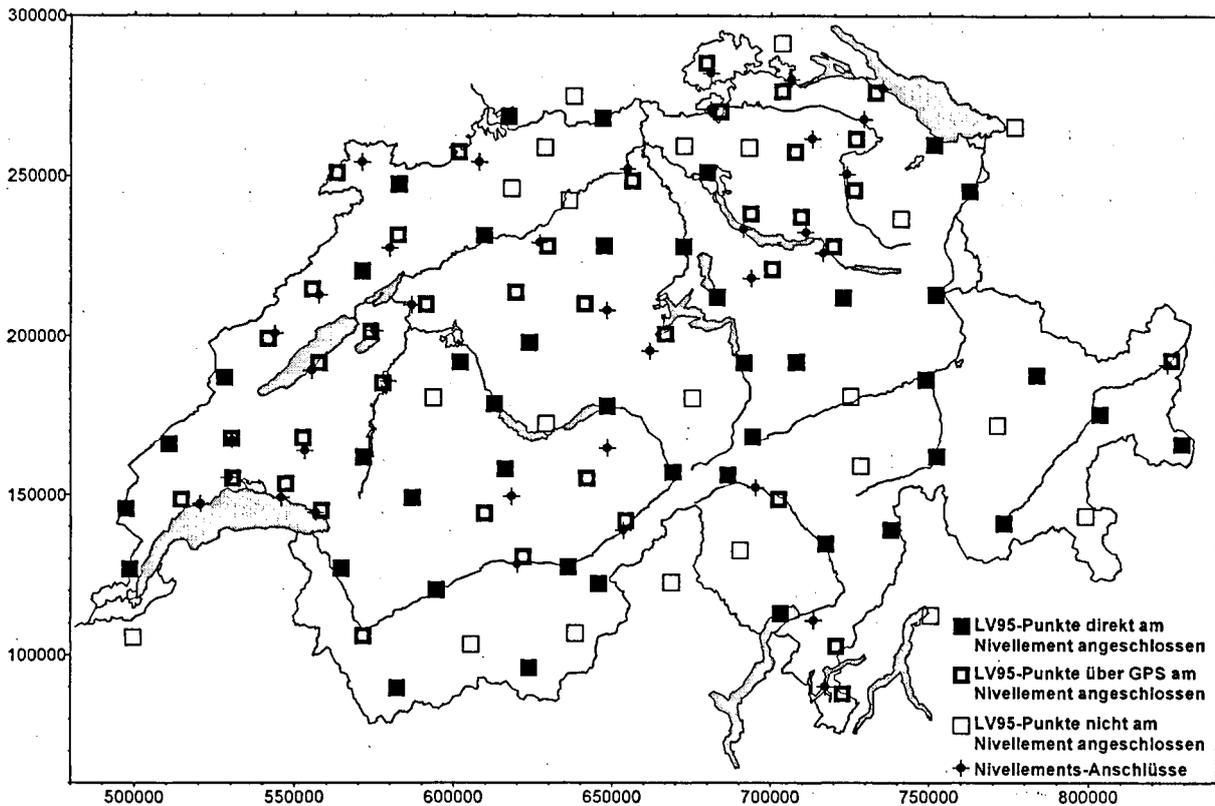


Abbildung 4.5: Anschlüsse von LV95 an das Landesnivellement

Neben LV95 und seinen Verdichtungs- und Anschlusskampagnen wurden in der Schweiz seit 1986 weitere GPS-Messungen auf Punkten durchgeführt, welche einen Anschluss an das Landesnivellement aufweisen. Als wichtigste Projekte seien hier genannt:

- Polygonzug Visp - Zermatt 1987 [Wirth, 1990]
- ALGESTAR 1989 [Marti, 1990]
- Turtmann-Netz 1986-1995 [Jeanrichard Hrsg., 1992]
- GRANIT 1987 [Kahle Hrsg., 1993]

Diese und weitere Kampagnen weisen jedoch gegenüber LV95 eine deutlich verminderte Höhengenaugigkeit auf oder beschränken sich auf lokale Gebiete, so dass sich ihre vollständige Integration in die nationale Geoidbestimmung nicht lohnt. Einige Punkte dieser Kampagnen sind in LV95 integriert und neu beobachtet worden.

## 5. Massenmodelle der Schweiz

### 5.1 Das Digitale Höhenmodell der Schweiz

#### 5.1.1 Vorhandene digitale Geländemodelle der Schweiz

##### 5.1.1.1 RIMINI

Das erste, das Gebiet der Schweiz vollständig abdeckende Höhenmodell (RIMINI) wurde von der Gruppe für Rüstungsdienste (GRD) und der Gruppe für Generalstabdienste (GGST) in Zusammenarbeit mit einer privaten Firma Mitte der sechziger Jahre für militärische Zwecke erstellt. Es handelt sich dabei um ein 250-Meter-Raster mit Punkthöhen im Referenzsystem der schweizerischen Landesvermessung. Dieses Modell wurde manuell aus der Landeskarte 1:25'000 mit Hilfe eines transparenten Zentimetergitters erfasst. Im grenznahen Ausland wurde auf die gleiche Weise ein 500-Meter-Raster aus der Landeskarte 1:50'000 erstellt und anschliessend linear auf 250 Meter interpoliert. In den Seen ist die Seeoberfläche dargestellt. Die Genauigkeit beträgt im Mittel etwa 20 Meter. Die grössten Fehler wurden im Verlauf der Jahre durch verschiedene Benutzer korrigiert, doch treten auch heute noch vereinzelt Fehler von bis zu 500 Metern auf. Seit dem Herbst 1991 vertreibt die L+T dieses Modell, führt es jedoch nicht mehr nach. RIMINI ist nach Kartenblättern 1:25'000 (Gitter von 17.5 auf 12 km) geordnet und enthält 71 mal 49 Höhen pro Teilmodell. Insgesamt sind 329 Kartenblätter verfügbar, deren Perimeter in Abbildung 5.1 dargestellt ist.

##### 5.1.1.2 RITAF

Als Ergänzung zu RIMINI wurde von der GRD in Zusammenarbeit mit der Generaldirektion der PTT das 250-Meter-Modell RITAF (Rimini, Italien, Topographie, Austria, France) erstellt. Es handelt sich dabei um eine geographische Erweiterung des Geländemodells über den Bereich der schweizerischen Landeskarten hinaus und deckt grob folgenden Perimeter ab:

- Im Norden : bis ca. 49° (Karlsruhe, Regensburg)
- Im Westen : bis ca. 4.5° (Dijon, Lyon)
- Im Süden : bis ca. 44° (Genua, Bologna)
- Im Osten : bis ca. 12.5° (Salzburg, Venedig)

Die Datenstruktur von RITAF entspricht derjenigen von RIMINI, das heisst also, dass sich auch dieses Modell auf das Projektionssystem der schweizerischen Landesvermessung bezieht und dass die Teilmodelle kartenblattweise abgelegt sind (nach einer fiktiven Fortsetzung des Blatteinteilungsrasters der Landeskarte 1:25'000). Die Genauigkeit dieses Modells ist

---

innerhalb der Schweiz gleich wie diejenige von RIMINI. Ausserhalb der Schweiz können jedoch je nach verwendeten Quellen auch grössere Fehler auftreten. Für den Zweck der Schwerefeldbestimmung ist dies jedoch von untergeordneter Bedeutung. Insgesamt werden zur Zeit durch RITAF 1554 Kartenblätter abgedeckt.

#### 5.1.1.3 MH500

Da für Untersuchungen des Schwerefeldes anstelle von Punkthöhen mittlere Höhen benötigt werden, wurde am IGP aus den Punkthöhen des RIMINI ein regelmässiges 500-Meter-Raster mit mittleren Höhen generiert, welches unter dem Namen MH500 bekannt wurde. Es ist dasjenige Höhenmodell, welches bei der astrogeodätischen Geoidberechnung von Gurtner 1978 zur Anwendung kam und heute noch im Programm LAG (GEOLOT) verwendet wird. Seither wurde MH500 vom IGP - insbesondere wegen des Ivrea-Projektes [Bürki, 1989]- nach Süden hin erweitert und um zahlreiche grobe Fehler korrigiert. In der ursprünglichen Version waren zudem, wie in Rimini, die Seeoberflächen enthalten. Im Verlauf des Ivrea-Projektes wurde der Seeuntergrund der grösseren Seen digitalisiert und ins Modell integriert. All diese Korrekturen wurden nur für interne Projekte des IGP (z.B. Ivrea-Projekt, Polygonzug Visp - Zermatt, NFP20) verwendet, in LAG aber nicht eingeführt. MH500 ist in Blöcken von 10 mal 10 km organisiert und überdeckt eine Fläche von 76'000 km<sup>2</sup>.

#### 5.1.1.4 MH10

Da RIMINI, und somit auch MH500, im wesentlichen nur das Gebiet der Landeskarten der Schweiz überdeckt, befinden sich einige Regionen (Genf, Unterengadin) am äusseren Rand des Modells. Somit konnte der topographische Effekt in diesen Regionen nicht befriedigend genau gerechnet werden. Zudem spielt auch die grobe Form der weiter entfernten Topographie eine Rolle. Deshalb wurde für LAG ein grobes 10-km-Raster für einen Umkreis von ca. 200 km um die Schweiz erstellt. Dieses wurde aus kleinmassstäblichen Karten von Hand grob digitalisiert. Damit war eine bessere Abschätzung des Einflusses der weiter entfernten Topographie möglich, die Probleme in den Randzonen (insbesondere Genf) konnten jedoch dadurch nicht eliminiert werden.

#### 5.1.1.5 MH50

Insbesondere für die Reduktion der Schweredaten, aber auch der Lotabweichungen, zeigte es sich, dass die nächste Punktumgebung mit einer grösseren Auflösung als 500 Meter berechnet

werden muss. So wurde am Institut für Geophysik der ETHZ damit begonnen, ein 50-Meter-Raster zu erstellen. Dabei wurden mittlere 100-Meter-Höhen aus der Landeskarte 1:25'000 von Hand digitalisiert und nachträglich auf die 50-Meter-Werte interpoliert. Diese aufwendige Arbeit wurde jeweils in denjenigen Gebieten vorangetrieben, wo es gerade gebraucht wurde, ist aber nicht flächendeckend abgeschlossen. Für die Projekte des IGP (Ivrea, NFP20) wurde dieses Modell jeweils in einem Umkreis von 1 bis 2 km um die astrogeodätischen Messstationen herum ergänzt und dessen Effekt mit LAG berechnet. Ausserhalb der ETHZ wurde dieses Modell nicht verbreitet. In standardmässig mit LAG berechneten Lotabweichungsprädiktionen konnten daher Fehler bis zu 2" auftreten. MH50 ist quadratkilometerweise organisiert und enthält den Untergrund der Seen. Durch die manuelle Erfassung haben sich einige Fehler (bis zu 100 Metern) in das Modell eingeschlichen, welche aber in der Regel keine spürbaren Einflüsse auf die Schwerefeldkomponenten zur Folge haben.

#### **5.1.1.6 DHM25**

Da das Bedürfnis nach einem hochauflösenden digitalen Geländemodell auch ausserhalb der Geodäsie stark wächst, begann die L+T 1988 mit der Erstellung eines 25-Meter-Punkthöhen-Rasters, welches als DHM25 bezeichnet wird. Dieses Höhenmodell umfasst den Bereich der Landeskarten 1:25'000 und entsteht durch Scannen und anschliessendes Vektorisieren des Höhenkurvenbildes. Dieses Basismodell wird unter Einbezug von zusätzlichen Einzelkoten und Bruchkanten in einem zweiten Schritt auf ein regelmässiges 25-Meter-Raster interpoliert (Matrixmodell). Aus dem Vergleich des Matrixmodells mit den digitalisierten Einzelkoten können folgende Angaben über die Genauigkeit abgeleitet werden: In flachem bis hügeligem Gelände im Mittel 1 bis 3 Meter und in gebirgigen Gebieten 5 bis 8 Meter. In den Kretenlagen der Alpen können zur Zeit noch Fehler von bis zu 90 Metern auftreten. Dieser Effekt kann in Zukunft durch verbesserte Interpolationsmethoden und durch die Messung von photogrammetrischen Bruchkanten eliminiert werden.

Das in dieser Arbeit verwendete Matrixmodell von DHM25 ist kartenblattweise organisiert und enthält demzufolge pro Teilmodell 701 mal 481 Höhenwerte, welche mit Dezimeter-Genauigkeit abgespeichert sind. Zum Zeitpunkt der in diesem Band enthaltenen Berechnungen waren die Arbeiten an DHM25 noch nicht ganz abgeschlossen. Ende 1995 waren etwa 95% aller Kartenblätter verfügbar. Es fehlten noch die Gebiete im Engadin und

---

den südlichen Bündner Tälern. Ende 1996 lag DHM25 vollständig vor und wurde noch durch die Gebiete der Landeskarte 1:50'000 des angrenzenden Auslandes erweitert. Zudem waren zum Berechnungszeitpunkt nur die Seeoberflächen in DHM25 integriert.

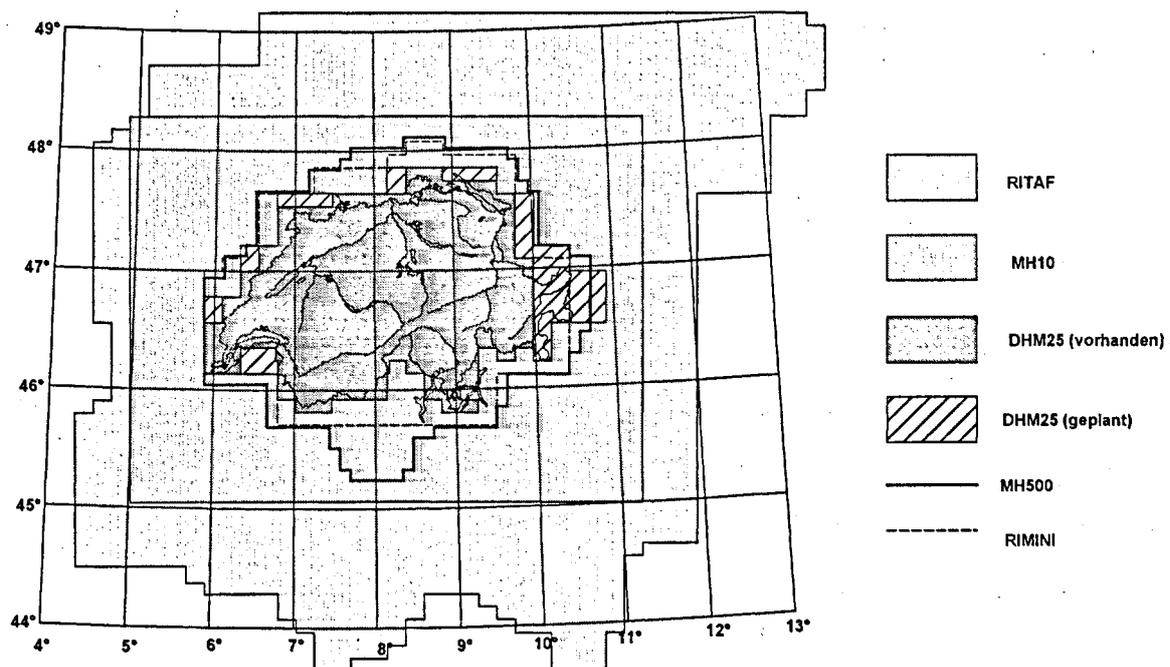
#### **5.1.1.7 DTED1**

Seit Mitte 1995 steht der L+T ein weiteres hochauflösendes digitales Höhenmodell DTED1 (Digital Terrain Elevation Data Level 1) zur Verfügung, welches von der amerikanischen DMA (Defence Mapping Agency) für militärische Zwecke erstellt wurde. Dieses weltweite Modell entstand aus der Digitalisation von Karten im Massstab 1:250'000. Die Auflösung der Originaldaten im WGS84-System beträgt in mittleren Breiten 3" mal 3" (etwa 100 Meter). Die Genauigkeit beträgt im Mittel sowohl horizontal als auch vertikal im Mittel etwa 50 Meter. Dies kann jedoch stark variieren. So wird in Norditalien für die horizontale Lage des Modells eine Genauigkeit von 250 Metern ausgewiesen, was sich bei Vergleichen von DHM25 und DTED1 deutlich bemerkbar machte.

An der L+T wurde nun der Ausschnitt von 4° bis 13° Ost und von 44° bis 49° Nord ins Projektionssystem der schweizerischen Landesvermessung umgerechnet und auf ein 50 mal 50-Meter-Gitter interpoliert. Ein Vergleich von diesen interpolierten Daten mit DHM25 zeigte, dass im Mittelland die Übereinstimmung in der Regel besser als 20 Meter ist. Im Alpenraum treten jedoch Unterschiede von mehr als 200 Metern auf. DTED1 wird deshalb für die vorliegenden Berechnungen nur dort verwendet, wo keine andere hochauflösende Information zur Verfügung steht. Dies ist insbesondere für Lotabweichungsstationen im benachbarten Ausland der Fall.

#### **5.1.1.8 TUG87**

Um zu testen, ob der Perimeter der eingeführten Höhenmodelle für Schwerefeldberechnungen genügt, wurde für die Berechnung des Einflusses der weltweiten Topographie ein weiteres Höhenmodell in die Berechnungen einbezogen. TUG87 ist ein weltweites digitales Modell mit mittleren Höhen in einem Raster von 5' x 5'. Es entstand 1987 an der Technischen Universität Graz [Wieser 1987] im Rahmen der lokalen Geoidberechnung von Österreich. Es handelt sich dabei um eine zusammengefasste und korrigierte Version der beiden vom 'National Geophysical Data Center' in Boulder, Colorado, herausgegebenen Topomodelle ETOPO5 (positive und negative Topographie) sowie DBDB5 (nur Meerestiefen).



**Abbildung 5.1:** Geländemodelle der Schweiz. Der geographische Raster zeigt den Perimeter der an der L+T verfügbaren DTED1-Daten an. Ausserhalb davon steht nur TUG87 zur Verfügung.

### 5.1.2 Bildung eines neuen Geländemodells der Schweiz für Schwerefeldbetrachtungen

Aus all den Modellen aus Kapitel 5.1.1 soll für Berechnungen des Schwerefeldes ein einfach aufgebautes, einheitliches Höhenmodell konstruiert werden. Dabei sollen folgende Randbedingungen erfüllt werden:

- Als Bezugssystem wird das Projektionssystem der schweizerischen Landesvermessung verwendet. Dies hat den Nachteil, dass für weit entfernte Massen Projektionsverzerrungen auftreten, deren Einfluss auf das Schwerefeld jedoch innerhalb des Perimeters von MH10 deutlich unterhalb jeder Messgenauigkeit liegen. Allerdings ist es nicht erlaubt, ein weltweites Modell in diesem System zu verwenden. Dies führt zwangsläufig zum Problem des Übergangs von 2 Systemen, welcher nicht ohne Überlappungen oder Klaffen zu erreichen ist. Der Vorteil dieses Bezugssystems liegt darin, dass die hochauflösenden Geländemodelle der Schweiz (insbesondere DHM25) bereits in diesem System vorliegen. Damit können sie ohne Genauigkeitsverlust durch Transformation und Interpolation direkt verwendet werden.
- Um Datenmengen und insbesondere Rechenzeiten gering zu halten, wird ein mehrstufiger Aufbau des Geländemodells konstruiert. Das heisst, dass neben den hochauflösenden Modellen (DHM25, DTED1) auch daraus abgeleitete, konsistente Modelle mit geringerer Auflösung abgespeichert werden sollen. Diese abgeleiteten Modelle sollen nicht Punkthöhen, sondern für das entsprechende Gebiet repräsentative mittlere Höhen enthalten.
- Grundsätzlich soll im neuen Geländemodell der Untergrund der Seen und nicht deren Oberfläche enthalten sein. Dadurch werden bei der Schwerefeldberechnung unter Vernachlässigung der Wassermassen der Seen die begangenen Fehler kleiner gehalten. Zudem ist es auf diese Weise relativ einfach, ein Modell für die Seen in die

Berechnungen zu integrieren. Diese Forderung ist sowohl bei DHM25 als auch bei DTED1 zur Zeit nicht erfüllt. Für DHM25 soll dies jedoch nach der primären Erfassung nachgeholt werden. Falls dies auch für Regionen, welche nur von DTED1 abgedeckt werden, erreicht werden soll, muss man Digitalisierarbeiten von Hand durchführen.

- Da die Teilmodelleinheit des DHM25 ein Landeskartenblatt 1:25'000 enthält, sollen auch alle daraus abgeleiteten Modelle bis zu einer Maschenweite von 500 Metern auf diesem Blatteinteilungsraster basieren.

Aus der Forderung nach einem konsistenten Höhenmodell, bei welchem die groben Raster aus den hochauflösenden Modellen ableitbar sind, folgt, dass zunächst ein möglichst hochauflösendes Modell konstruiert werden muss. Somit sind wir folgendermassen vorgegangen:

Um Speicherplatz zu sparen und um die Zugriffszeiten auf die Daten zu verbessern, wurden die Originaldaten des DHM25 in einem binären Datenformat abgespeichert. Pro Kartenblatt 1:25'000 wird eine Datei erzeugt, in welcher die Daten in 840 Records, welche jeweils einen quadratischen Block von 500 mal 500 Meter abdecken, aufgeteilt sind. Dadurch kann sehr rasch auf einzelne solche Blöcke zugegriffen werden. Die Ränder der einzelnen Blöcke sind dabei redundant abgespeichert.

Auf die gleiche Art wurde beim DTED1 vorgegangen. Dabei wurden allerdings die Punkthöhen auf mittlere 50-Meter-Höhen interpoliert. Diese Arbeit wurde für den Koordinatenbereich 410'000 bis 900'000 (West-Ost) sowie -10000 bis 350'000 (Süd-Nord) durchgeführt. Dies entspricht einem Perimeter, der etwa 70 km über die Landesgrenze hinaus reicht. Bei diesen mittleren Höhen tritt keine redundante Abspeicherung an den Blockrändern mehr auf.

Dort, wo vorhanden, wurden die DTED1-Daten anschliessend durch die mittleren Höhen des MH50 ersetzt, da diese im allgemeinen von besserer Qualität sind. Zum Schluss wurden überall dort, wo DHM25 bereits vorliegt, dessen auf einen mittleren 50 Meter Raster interpolierte Werte eingesetzt. Somit haben wir das im Moment für die Schweiz bestmögliche vollständige hochauflösende Geländemodell erzeugt, welches im folgenden als DMHM50 (digitales mittleres Höhenmodell 50) referenziert wird. Dieses hat zur Zeit den Nachteil, dass die Digitalisierung des Seegrundes noch nicht konsequent durchgeführt werden konnte. Dies kann aber in Zukunft korrigiert werden. Ein weiterer Nachteil ist, dass die Qualität der DTED1-Daten in Norditalien (südlich von 46° N) nicht besonders hoch zu sein scheint. Zwar zeigt das Höhenkurvenbild einen plausiblen Verlauf, doch scheint es horizontal in der

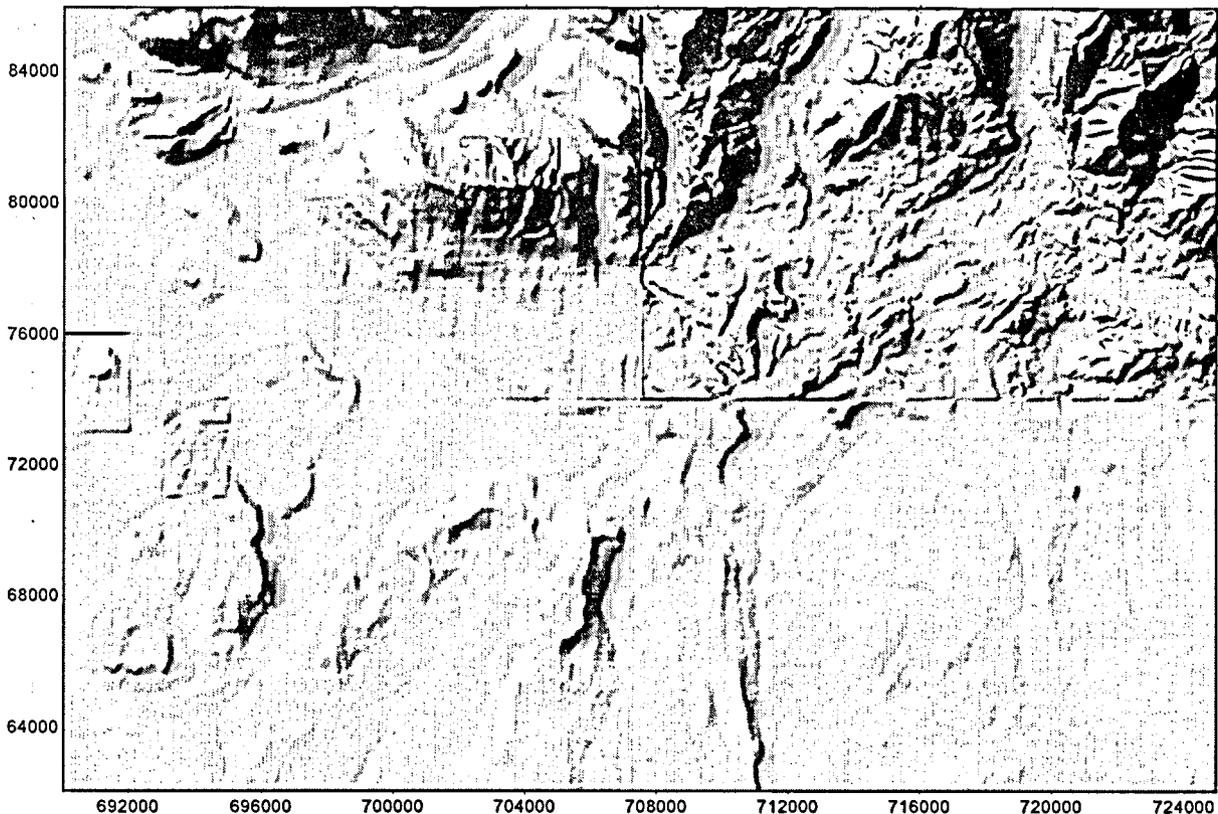
---

Grössenordnung von 500 Metern verschoben zu sein. Dies kann sich auf Schwerefeldberechnungen in der Südschweiz spürbar bemerkbar machen.

DMHM50 wurde anschliessend gemittelt und daraus ein 500-Meter-Raster (DMHM500) erzeugt. In diesem sind also keine Daten aus RIMINI/RITAF oder MH500 enthalten, obwohl diese teilweise qualitativ besser wären. Diesen Nachteil muss man jedoch in Kauf nehmen, wenn man die Konsistenz zu DMHM50 nicht aufgeben will. Auch DMHM500 ist kartenblattweise organisiert. Allerdings ist das ganze Modell in einem einzigen Datenfile abgelegt. Die Leseinheit (Record) ist dabei 1 Kartenblatt (35 mal 24 Werte).

DMHM500 wurde anschliessend noch einmal auf ein grobes Gitter von 10 auf 10 km gemittelt. Auch dieses DMHM10 ist binär abgespeichert. Es wird als Gesamtblock als Matrix mit den Dimensionen 49 mal 36 eingelesen. Dieser Perimeter ist etwas kleiner als derjenige von MH10, wie er bisher in LAG verwendet wird. Testrechnungen haben jedoch gezeigt, dass dies keinen signifikanten Genauigkeitsverlust bedeutet.

Somit steht uns nun ein komplettes dreistufiges digitales Höhenmodell (DMHM50, DMHM500, DMHM10) zur Verfügung, mit welchem die Berechnungen des Einflusses der Topographie auf das Schwerefeld durchgeführt werden. Als Ergänzung dazu stehen uns innerhalb des durch die Landeskarten 1:25'000 abgedeckten Gebietes die Originaldaten des DHM25 und ausserhalb von DMHM10 das Modell TUG87 zur Verfügung.



**Abbildung 5.2:** Ausschnitt des DMHM50 in einem Gebiet mit unterschiedlichen Datenquellen. (Blatt 1:50'000 Nr. 296 Chiasso). Die Ecke im Nordosten stammt aus DHM25, vereinzelte Rechtecke von 2 bis 3 km Seitenlänge im Nordwesten aus MH50 und der Rest aus DTED1. (DHM25 reproduziert mit Bewilligung des Bundesamts für Landestopographie)

## 5.2 Einführung eines Dichtemodells für die Topographie

Das in Kapitel 5.1 beschriebene Geländemodell enthält nur Aussagen über die geometrische Verteilung der Massen. Über die Dichteverteilung kann man mit diesen Modellen nichts aussagen. Ohne weitere Informationen können wir demnach standardmässig nur mit einer konstanten Dichte (normalerweise  $2.67 \text{ g/cm}^3$ ) arbeiten.

Dichteanomalien können wir berücksichtigen, indem wir separate, von der Topographie getrennte Modelle einführen. Dies ist überall dort sinnvoll, wo grossräumige, nicht bis an die Erdoberfläche reichende Massen auftreten. Als Beispiel für ein solches Modell sei hier die Krusten-Mantel-Grenze (Moho) erwähnt. Wenn jedoch eine Störzone bis an die Erdoberfläche reicht (z.B. Ivrea-Körper), so muss sie mit dem Topographiemodell eine gemeinsame Berührungsfläche bilden. In einem solchen Fall ist es nicht sinnvoll, diese Fläche doppelt abzuspeichern. In der vorliegenden Arbeit wurden deshalb die oberflächennahen Anteile mit

---

dem Topographiemodell verknüpft und nur die tieferen Anteile in einem gesonderten Modell behandelt.

Für die oberflächennahen Dichteanomalien wurde nun ein 2-dimensionaler Ansatz zu deren Berücksichtigung gewählt. Wir formen geschlossene Polygone und rechnen den Einfluss der Topographie innerhalb eines solchen Polygons mit einer anderen als der Standarddichte. Im Moment sind in der Auswertesoftware drei verschiedene Arten von solchen Polygonen definiert (Abbildung 5.3).

Typ 1 wird verwendet, um die Wassermassen der Seen zu berechnen. Solche Polygone werden durch Seekonturen gebildet und benötigen als zusätzliche Information die Höhe des Seespiegels. Eine Voraussetzung ist, dass der Seeuntergrund im digitalen Geländemodell enthalten ist. Dies ist im Moment jedoch noch nicht der Fall. Deshalb wurden solche Polygone in dieser Arbeit noch nicht verwendet.

Typ 2 ist durch eine konstante Dicke einer Struktur mit anomaler Dichte charakterisiert. Typ 2 wurde in dieser Arbeit nur für Testzwecke zur Berechnung der Wirkung von Gletschern verwendet. Eine weitere Anwendungsmöglichkeit besteht in der Modellierung von Sedimenten.

Ein Polygon vom Typ 3 ist dadurch gekennzeichnet, dass mit ihm eine Dichteanomalie bis auf eine konstante Meereshöhe modelliert wird. Sie kamen in dieser Arbeit in der Modellierung des Ivrea-Körpers und der Po-Sedimente zur Anwendung. Bei diesen Modellen wurde nur der tief gelegene Teil in separaten Modellen erfasst, während die Wirkung des oberen Teils durch Polygone berechnet wird.

Wie in Abbildung 5.3 ersichtlich, werden die Polygone des Typs 2 und 3 durch vertikale Linien begrenzt. Dies ist für eine in der Natur vorkommende geologische Struktur natürlich eine sehr schlechte Annahme. Zum jetzigen Zeitpunkt ist es jedoch das einzige Modell, welches ohne sehr grossen zusätzlichen Aufwand zur Verfügung gestellt werden kann. An einer verbesserten Lösung, welche der Komplexität geologischer Strukturen Rechnung trägt, wird zur Zeit am GGL der ETH Zürich gearbeitet.

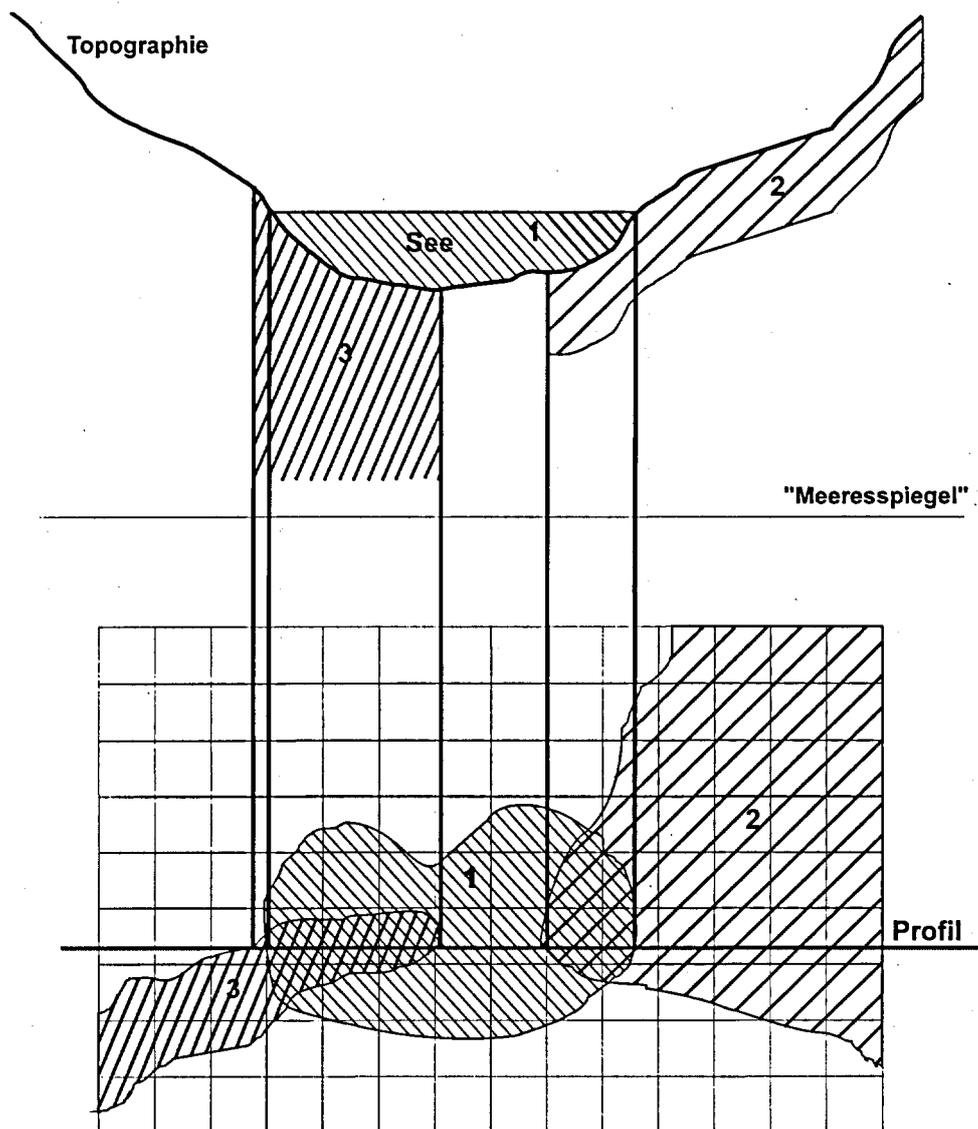


Abbildung 5.3: Beispiel zur Verwendung der unterschiedlichen Typen von Polygonen mit Dichteanomalien in der Berechnung des topographischen Effekts

## 5.3 Weitere Massenmodelle der Schweiz

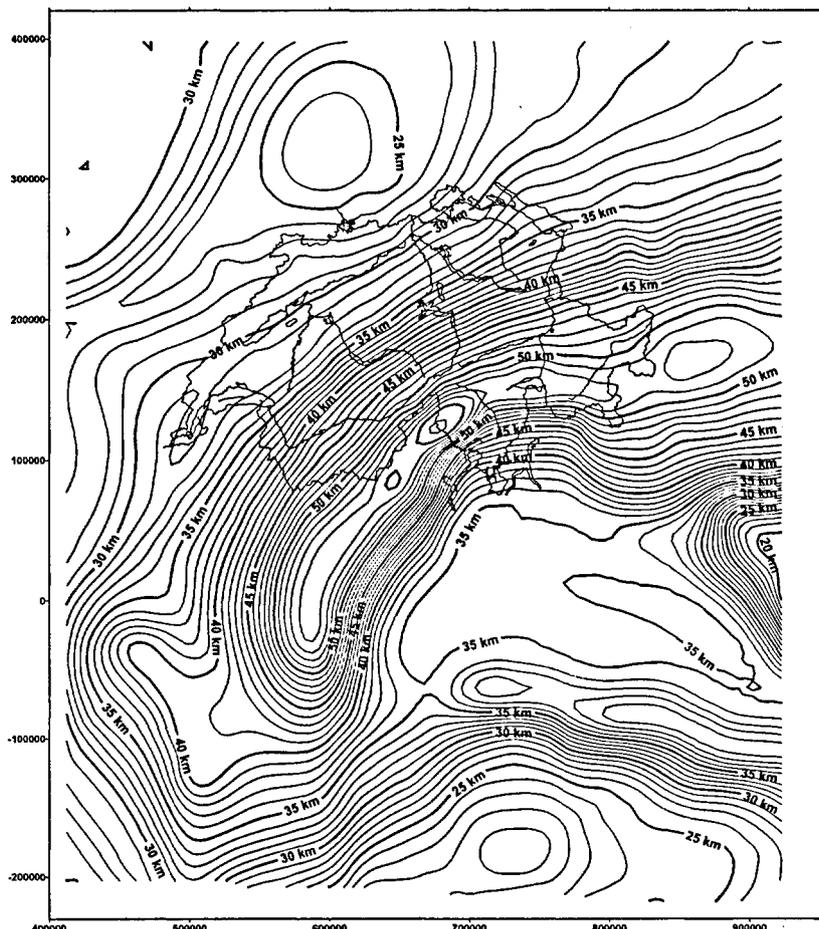
Wie in Kapitel 5.2 bereits erwähnt, können nicht alle geologischen Strukturen, welche einen wesentlichen Einfluss auf das Schwerfeld haben, in ein einziges digitales Geländemodell integriert werden. An dieser Stelle werden nun die übrigen Modelle vorgestellt.

### 5.3.1 Moho-Modell

#### 5.3.1.1 Bisher verwendetes Modell

Im Gegensatz zu Elmiger werden in der Schweiz die isostatischen Korrekturen nicht mehr mit einem der üblichen isostatischen Kompensationsmodelle (z.B. Pratt-Hayford), sondern mit einem Modell der Krusten-Mantel-Grenze (Moho) berechnet. Während sich Gurtner das

Moho-Modell noch aus seismischen Daten von Choudhury et al. [1971], Edel et al. [1975] und Kahle et al. [1976] zusammenstellte, wurde ab 1980 ein ausgedehnteres, detaillierteres und einheitliches aus refraktionsseismischen Daten gewonnenes Modell verwendet [Mueller et al., 1980]. An den Randgebieten wurde dieses Modell durch Daten von Menard [1979] und Stein et al. [1978] ergänzt. Nach diesem Modell beträgt die minimale Mohotiefe in der Region von Basel etwa 26 km und steigt in Richtung der Alpen auf über 50 km an. Deutlich erkennbar ist der Mohotrog südlich vom Alpenhauptkamm. Weiter ist die sehr flach verlaufende Moho unter der Po-Ebene und das starke Ansteigen an den Meeresküsten zu erkennen. Aus Interpretationen von gravimetrischen und astrogeodätischen Messungen ergab sich ein für die Reduktionen geeigneter Dichtekontrast von  $0.37 \text{ g/cm}^3$ . Die von uns durchgeführten Reduktionsberechnungen bezogen sich jeweils auf eine mittlere angenommene Mohotiefe (Ausgleichstiefe) von 34 km.



**Abbildung 5.4:** Modell der Krusten-Mantel-Grenze nach Mueller et al. [1980], Menard [1979] und Stein et al. [1978]

Dieses Modell ist in einem regelmässigen Raster mit einer Auflösung von 5 mal 5 km abgespeichert und wurde vor allem im Ivrea-Projekt [Bürki, 1989] verwendet.

### 5.3.1.2 Neues Modell für die Krusten-Mantel-Grenze

Das Nationale Forschungsprogramm NFP20 zur Untersuchung der Tiefenstruktur der Schweiz [Kahle, Hrsg. 1993] ergab eine starke Zusatzinformation über den Verlauf der Krusten-Mantel-Grenze im Bereich der Alpen [Baumann, 1994] aus refraktionsseismischen Daten. Die Resultate dieser Arbeit wurden zunächst in das gleiche Format gebracht, wie das bisher verwendete Modell. Der daraus entstandene Isolinienplan ist in Abbildung 5.5 dargestellt. Die Hauptcharakteristiken bleiben etwa gleich. Es gibt jedoch auch einige wesentliche Unterschiede. So beträgt die grösste Tiefe im neuen Modell mehr als 62 km in der Region des Lago Maggiore, und die Fläche im Bereich der Po-Ebene wurde durch eine Aufwölbung ersetzt.

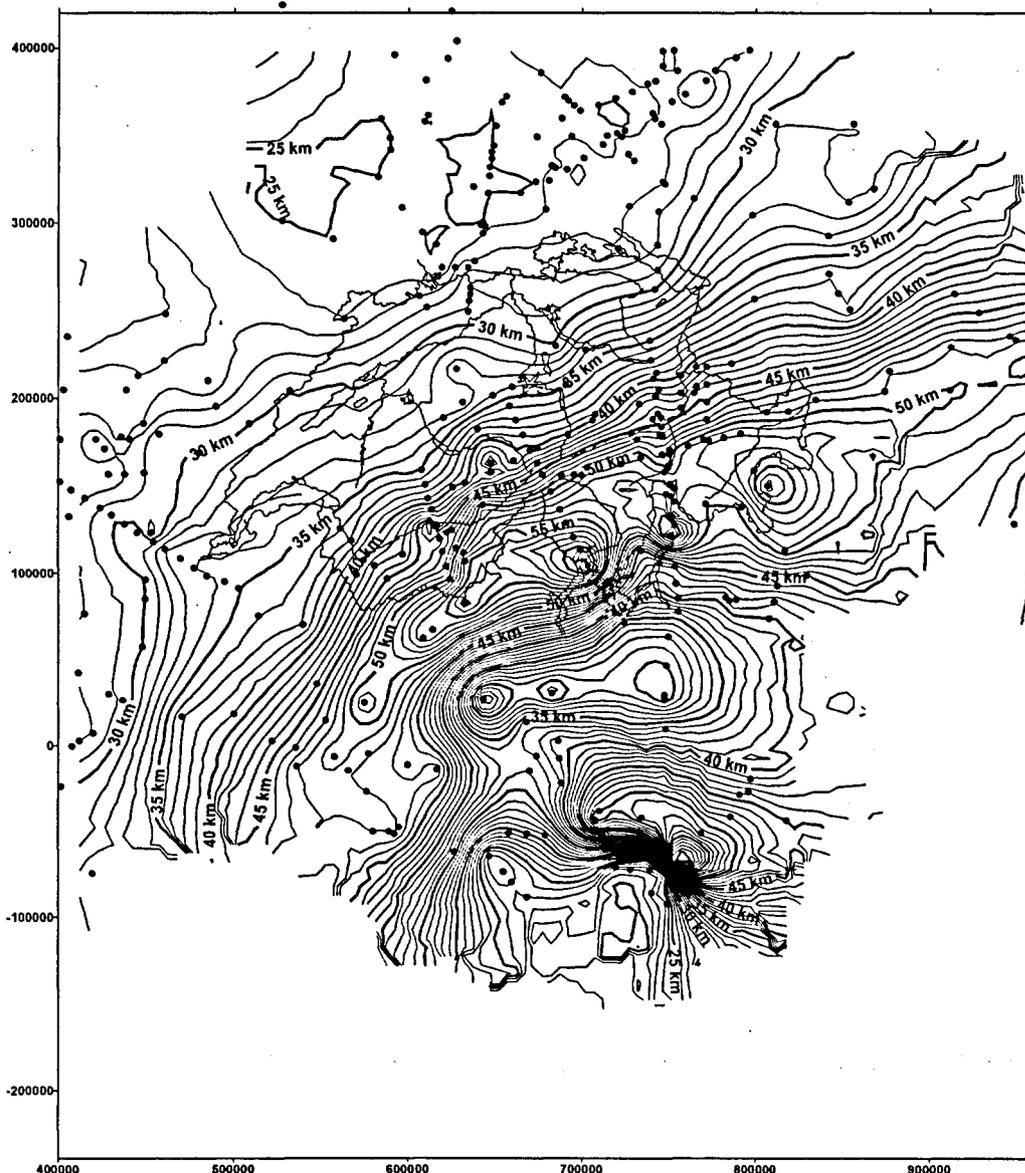
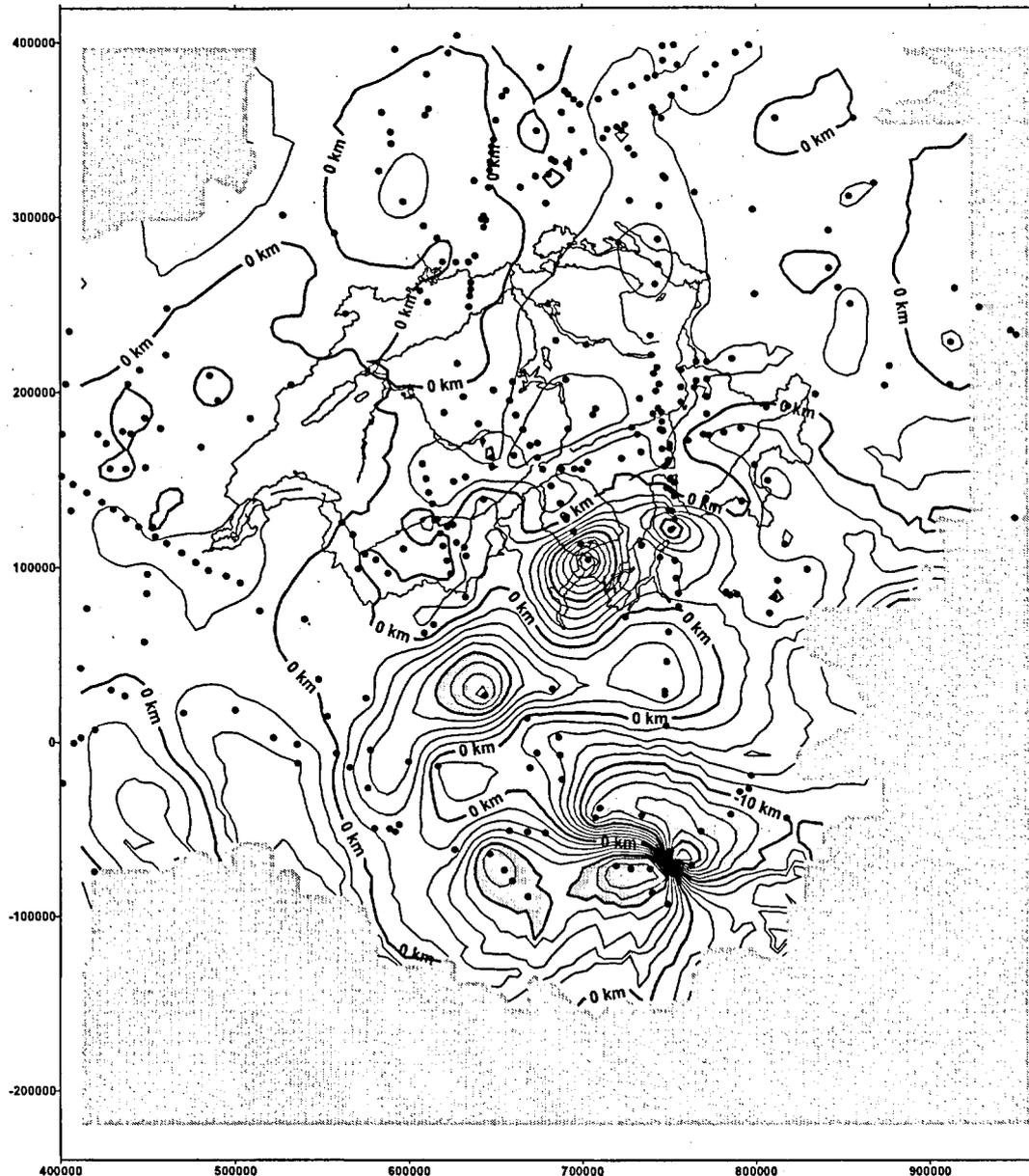


Abbildung 5.5: Moho-Modell aus Daten von Baumann [1994] und Stützpunkte

Die Differenzen der beiden Modelle sind in Abbildung 5.6 dargestellt. Dort erkennt man, dass Unterschiede von -17 bis +22 km auftreten. Als definitives Modell wurde eine leicht geglättete Version des aus den von Baumann verwendeten Daten bestimmten Modells, im Randbereich ergänzt durch das alte Modell, verwendet.



**Abbildung 5.6:** *Differenzen zwischen den Moho-Modellen (alt - neu) und Stützpunkte des neuen Modells. Differenzen > 10 km sind schattiert hervorgehoben.*

An der Nahtlinie der beiden Teilmodelle wurde eine zusätzliche Glättung eingeführt, um den Übergang etwas weicher werden zu lassen; aber auch im definitiven Modell ist diese Nahtlinie im Süden noch deutlich erkennbar. Für Schwerfeldberechnungen innerhalb der Schweiz hat dies jedoch keinen spürbaren Einfluss. Auf das Problem der Bestimmung des Dichtekontrasts an der Krusten-Mantel-Grenze wird später eingegangen.

### 5.3.2 Po-Sedimente

Neben der Moho ist die Po-Ebene die wichtigste Störmasse, welche für Schwerefeldbetrachtungen in unserem Gebiet berücksichtigt werden muss. Ihre tertiären und quartären Sedimente erreichen eine maximale Mächtigkeit von 12 km mit einem Oberflächendichtekontrast gegenüber der mittleren Topographie von  $-0.8 \text{ g/cm}^3$ . Der maximale Effekt dieser Sedimente auf die Schwere beträgt  $-130 \text{ mgal}$  [Schwendener, 1984]. Im Einzugsgebiet der schweizerischen Geoidberechnung beträgt der Einfluss allerdings nur wenige mgal. Dagegen ist die Horizontalkomponente des Schwerevektors im Süden unseres Landes noch deutlich spürbar und verursacht Lotabweichungen von mehr als  $5''$  [Marti, 1988]. Für unsere Berechnungen wurde das Modell von Schwendener unverändert übernommen. Es enthält neben der geometrischen Information auch eine mit der Tiefe variierende Dichtefunktion (Abbildung 5.8). Für die Berechnungen wurde das Modell von Schwendener auf ein regelmässiges  $5 \text{ mal } 5 \text{ km}$  Gitter interpoliert. Zudem wurde der oberflächennahe Teil, wie schon in Kapitel 5.2 erwähnt, vom eigentlichen Modell der Po-Sedimente getrennt und nun zusammen mit dem Einfluss der sichtbaren Topographie behandelt.

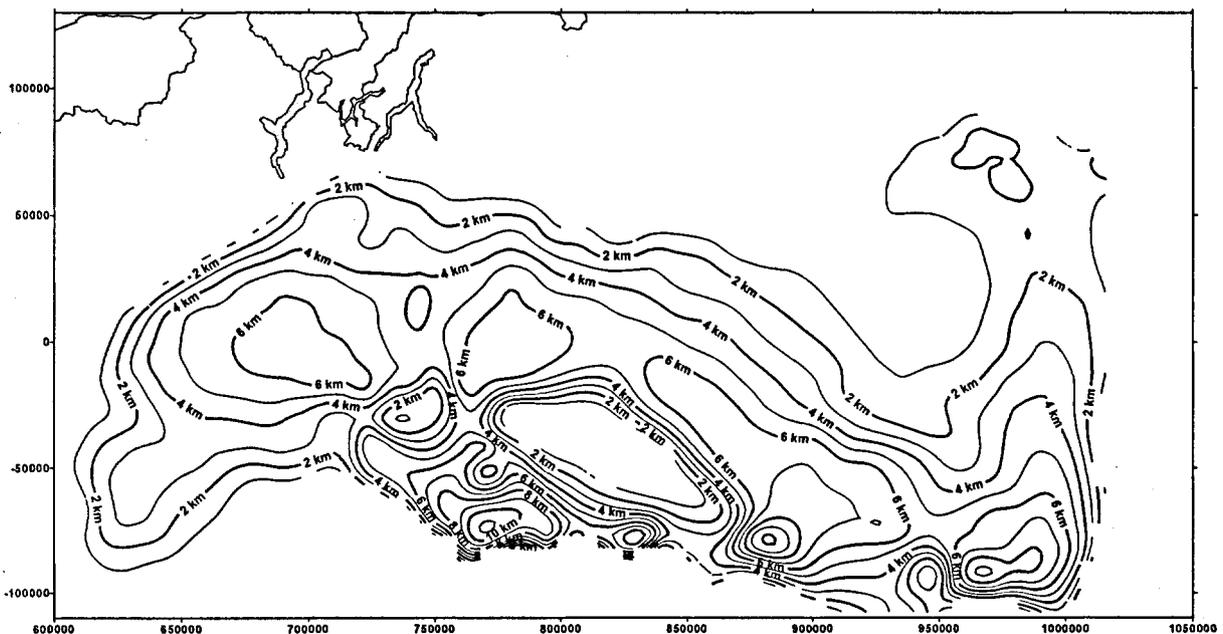


Abbildung 5.7: Modell der Po-Sedimente nach Schwendener [1984]

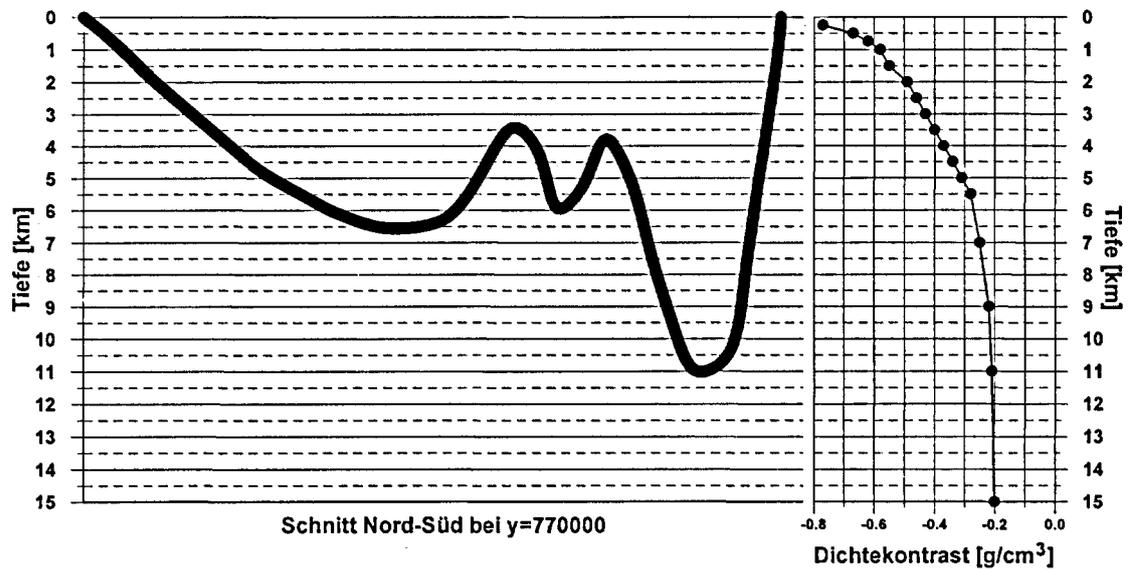


Abbildung 5.8: Querschnitt und Dichteverteilung des Modells der Po-Sedimente

### 5.3.3 Ivrea-Körper

Diese mächtige intrakrustale Störzone verursacht im Süden der Schweiz eine deutliche Störung des Schwerfeldes. So werden im Oberwallis und im Tessin Lotabweichungen von 25" bis 30" gemessen, welche durch den Ivrea-Körper verursacht werden. Der maximale Einfluss auf die Schwere beträgt bei Locarno mehr als 100 mgal [Bürki, 1989]. Da sich der Ivrea-Körper an vielen Stellen zudem bis an die Erdoberfläche erstreckt und dadurch auch grosse Lotkrümmungen hervorruft, ist es unverzichtbar, ein Modell bei der Reduktion von Schwerfeldmessungen zu berücksichtigen. Das Modell wurde von Bürki [1989] vor allem aus Lotrichtungsmessungen und Schweredaten zusammengestellt. Es wurde aus Rechteckquadern und Dreiecksprismen mit jeweils individueller Dichte zusammengesetzt und ist in der Tiefe auf das Moho-Modell von [Mueller et. al., 1980] aufgesetzt (Dies wurde nach der Einführung des neuen Moho-Modells nicht korrigiert). An seiner oberen Fläche reicht das Modell von Bürki bis auf "Meereshöhe". Deshalb muss der darüberliegende, bis an die Oberfläche reichende Teil gesondert modelliert und berechnet werden. Dies wurde ebenso wie bei den Po-Sedimenten durch die Integration des Modells in die Topographie gelöst. Bei der Modellierung von Bürki ergaben sich maximale Dichtekontraste von  $0.4 \text{ g}/\text{cm}^3$ , sie sind also etwa in der gleichen Grössenordnung wie diejenigen der Moho-Diskontinuität.

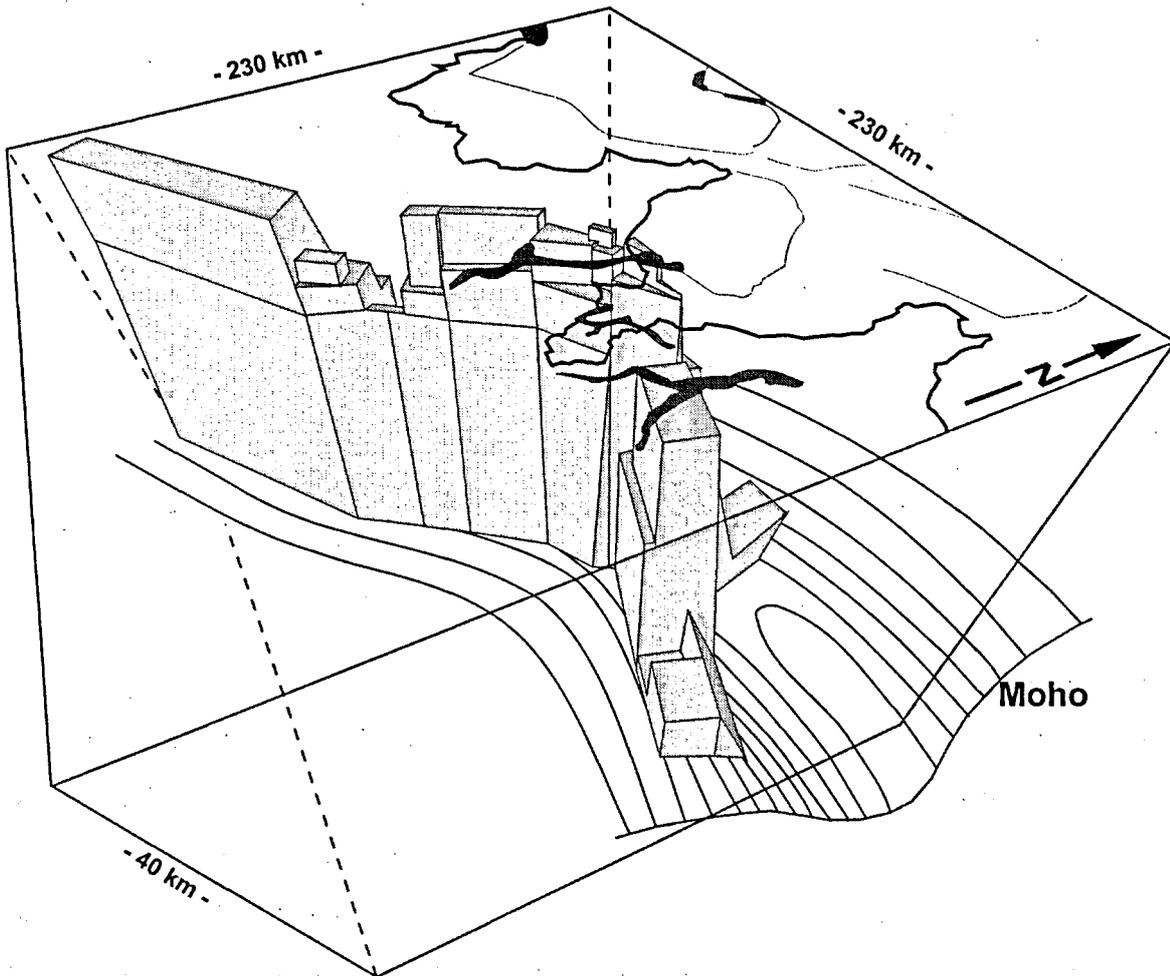


Abbildung 5.9: Modell des Ivrea-Körpers nach Bürki [1989], Ansicht von Osten

#### 5.3.4 Molassebecken des Mittellandes

Aus seismischen und gravimetrischen Daten, welche hauptsächlich von Kissling [1982], Klingelé und Olivier [1980] stammen, wurde am Institut für Geophysik der ETHZ ein Modell für die tertiären und quartären Sedimente des Molassebeckens des Mittellandes zusammengestellt. Die Maximaltiefe beträgt ca. 4.5 km. Die verursachten Schwereanomalien liegen im Bereich von etwa -25 mgal [Kissling, 1982]. Die Effekte sind also deutlich geringer als diejenigen der Po-Sedimente. Weil diese Störmasse jedoch oberflächennah ist, muss sie für die Reduktion der Messdaten mitverwendet werden. Das heute am IGP verwendete Molassemodell wurde aus den Originalfiles des Instituts für Geophysik zusammengestellt und zu einem 1 km mal 1 km Raster vereinheitlicht [Glaus, 1990]. Vernachlässigt wurde dabei die unterirdische Ausbuchtung des Molassetrogs in Richtung Süden unter den Voralpen.

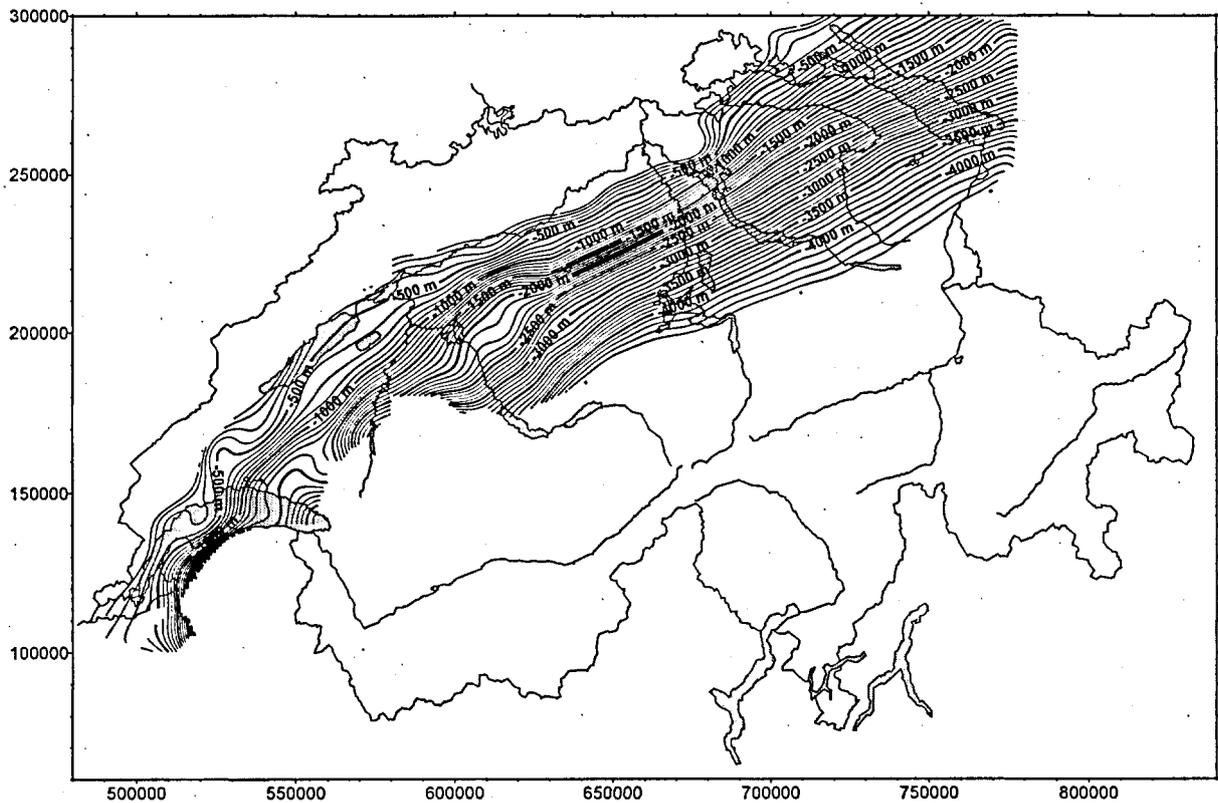


Abbildung 5.10: Tiefenmodell des Molassebeckens des Mittellandes

### 5.3.5 Seen, quartäre Talfüllungen, Gletscher

Die Wassermassen der Seen verursachen relativ geringe Potentialunterschiede und wirken sich nur in unmittelbarer Ufernähe auf die Messungen aus. Aber um so mehr müssen sie bei der Reduktion berücksichtigt werden, damit diese lokalen Effekte nicht in die Interpolation einfließen. Dasselbe gilt in gleicher Form auch für Talfüllungen und Gletscher, sowie für alle weiteren lokalen, oberflächennahen Dichteanomalien, in deren Nähe sich Messstationen befinden.

Das Modell der Schweizer Seen sollte eigentlich, wie schon in Kapitel 5.2 erwähnt, im Topographiemodell enthalten sein. Zur Zeit ist dieser Schritt jedoch noch nicht realisiert. Deshalb wurde behelfsmässig ein Modell aus den MH500-Daten generiert, indem die Werte für den Seeuntergrund unverändert aus dem Höhenmodell übernommen wurden. Dadurch können wegen der geringen Auflösung dieses Modells bei der Schwerefeldberechnung Fehler in der Grössenordnung von einigen wenigen mgal entstehen. Das heute verfügbare Modell umfasst etwa die 30 grössten Seen der Schweiz und des benachbarten Auslandes, welche jeweils als Einzelquader mit Seitenlängen von 500 bis 1000 Metern abgespeichert sind. Die grössten fehlenden Seen sind der Lac de Joux und der Stausee der Grande Dixence.

Bedeutend weniger einfach als das Tiefenmodell für die Seen, ist ein Mächtigkeitenmodell für die Gletscher zu erstellen. Bis heute sind nur die grössten Gletscher systematisch auf ihre Mächtigkeit hin untersucht worden. Die berechneten Eisdicken sind zudem mit einem Fehler von  $\pm 30\%$  behaftet. Deshalb wurde in dieser Arbeit für Testzwecke nur ein sehr grobes Modell des Aletschgletschers verwendet. Es ist dies der einzige Gletscher der Schweiz, in dessen unmittelbaren Nähe Schwerefeldbeobachtungen durchgeführt wurden. Die grösste Eismächtigkeit dieses Gletschers beträgt am Konkordiaplatz 950 Meter. Wegen der ungenau bekannten Geometrie der Gletscher ist die Annahme einer einheitlichen Eisdichte von  $0.9 \text{ g/cm}^3$  kein Verlust der Genauigkeit. Bereits Elmiger hat in seiner Arbeit [Elmiger, 1969] ein einfaches Modell aus Quadern für den Aletschgletscher verwendet und kam bei seinen Berechnungen auf maximale Korrekturen von 2.2" an der Station Konkordia. Für die vorliegende Arbeit wurde der Aletschgletscher durch einige Polygone des Typs 2 aus Kapitel 5.2 geformt und somit zusammen mit dem Topographieeinfluss berechnet.

Für die quartären Sedimentbecken der grössten Flüsse besteht bis heute noch kein umfassendes Modell. Einzig in der Westschweiz und im Wallis wurden von der Universität Genf [Pugin, 1988] weitergehende Untersuchungen durchgeführt. Für die übrigen Gebiete wurde, ähnlich wie in [Bürki, 1989] aus der Landeskarte grob die Form des Sedimenttrogs abgeschätzt und durch einige wenige Quader modelliert.

Die quartären Sedimente sind ein relativ wichtiges Massenmodell, da viele Stationen direkt auf ihnen installiert wurden. Auf den anderen Stationen hingegen wirken sie sich überhaupt nicht aus. Deshalb wird bei der kombinierten Verwendung dieser beiden Gruppen ein systematischer Fehler bei der Interpolation eingeführt. Wie es sich im Ivrea-Projekt zeigte, können die Auswirkungen auf die Lotabweichungen mehr als 2" betragen (Magadino-Ebene).

Die quartären Talfüllungen stellen bei weitem nicht die einzigen geologischen Strukturen mit einer vom Mittelwert abweichenden Dichte dar. Für eine genaue Reduktion der Messdaten müssten noch andere lokale Dichteanomalien der Erdkruste berücksichtigt werden. Dazu fehlt uns in der Schweiz jedoch weitgehendst die nötige Information, da bis heute keine Dichteprovinzkarte der Schweiz verfügbar ist. Die geologische Karte der Schweiz hilft zur Lösung dieses Problems wenig, da Gesteine derselben Formation durchaus unterschiedliche Dichtewerte aufweisen können. Diese Erkenntnis war auch bei der Geoidberechnung in Österreich [Ö.K.I.E., 1983] bekannt. Trotzdem hat es sich dabei als zweckmässig erwiesen,

die Dichteprovinzgrenzen entlang der hauptsächlich geologisch-tektonischen Trennlinien zu ziehen. Die dritte Dimension der Strukturen wurde dabei aber mangels genügender Tiefeninformationen vernachlässigt. So entstanden im Modell überall senkrechte Schichtgrenzen. Dieses Vorgehen bedeutet jedoch schon eine starke Verbesserung gegenüber einer topographischen Reduktion mit einer Einheitsdichte über das ganze Gebiet. Die ausschlaggebenden oberflächennahen geologischen Strukturen wurden erfasst, während sich die Fehler in den tiefer gelegenen Schichten nicht stark auf die Messungen auswirken.

---

## 6. Referenzsysteme und Transformationen bei der Schwerefeldberechnung

Um die Schwerefeldberechnungen sinnvoll durchführen zu können, müssen sich alle Beobachtungen, aber auch die Massenmodelle, auf ein einheitliches Referenzsystem beziehen. Diese Bedingung ist bei den von uns verwendeten Datensätzen nicht von Anfang an gegeben. Deshalb müssen vor der eigentlichen Geoidberechnung Transformationen durchgeführt werden.

### 6.1 Benutzte Referenzsysteme

Das heute in der Schweiz offiziell gültige Referenzsystem [Rosenmund, 1903] für geodätische und vermessungstechnische Anwendungen wird als CH1903 bezeichnet. Das ihm zugrunde liegende Ellipsoid ist das Bessel-Ellipsoid, welches in der alten Sternwarte von Bern gelagert wurde. Auf diesem Ellipsoid wurde eine schiefachsige, konforme Zylinderprojektion definiert, auf welcher alle Landeskarten und vermessungstechnischen Arbeiten basieren. Deshalb liegen heute die Lagekoordinaten sämtlicher Schwerestationen und astrogeodätischen Stationen in diesem System vor. Ebenso beziehen sich alle digitalen Höhenmodelle und weiteren Massenmodelle auf dieses System. Eine Zusammenstellung aller Lagerungsgrößen und Parameter dieses Systems sind zum Beispiel in Schürer [1990] gegeben.

CH1903 hat sich seit seiner Einführung gut bewährt und wurde von den Anwendern rasch akzeptiert. Es hat jedoch den Nachteil, dass sein Bezug zu globalen Systemen wegen lokaler Verzerrungen nicht mit der heute verlangten Genauigkeit hergestellt werden kann. Zudem liegen seine Koordinatenachsen nicht parallel zur Erdachse (Laplace-Bedingung nicht streng erfüllt), und es weist einen mittleren Massstabsfehler von  $-5.7$  ppm auf.

Seit sich GPS auch in der Landesvermessung durchgesetzt hat, ist es möglich, die Nachteile des bisherigen Systems effizient und mit hoher Genauigkeit zu korrigieren. Deshalb wurde seit 1989 durch die L+T ein neues Grundlagenetz LV95 beobachtet. Das Original der GPS-Lösung dieses Netzes liegt im Referenzrahmen ITRF93 des Bezugssystems ITRS89 vor [Boucher, Altamimi, 1991, 1994]. Durch eine Drehung um den Massenschwerpunkt der Erde kann diese Lösung auf das europäische Referenzsystem ETRS89 der EUREF-Kommission transformiert werden. Dieses System könnte nun auch als neues Bezugssystem der Schweizerischen Landesvermessung verwendet werden. Es hat den Vorteil, dass es ein wohldefiniertes System ohne Massstabsfehler ist, welches sich parallel zur tektonischen

---

Bewegung der Eurasischen Lithosphärenplatte mitbewegt. Es eignet sich vorzüglich für sämtliche gesamteuropäischen geodätischen Arbeiten und zum Datenaustausch zwischen den einzelnen Ländern. ETRS89 ist deshalb ein System, in welchem sich die Resultate der vorliegenden Arbeiten ausdrücken lassen müssen.

Für die praktische Anwendung in der schweizerischen Landesvermessung hat es jedoch den Nachteil, dass grosse Koordinatendifferenzen zum vertrauten CH1903 auftreten. Deshalb wurde entschieden [Schneider et al. 1996], dieses System nur für wissenschaftliche Zwecke und im Datenverkehr mit den Nachbarländern zu verwenden.

In der Schweiz wird neben ETRS89 auch mit dem System CHTRS95 gearbeitet. Die Einführung dieses zweiten Systems hat den Grund darin, dass sich die schweizerische Landesvermessung die Freiheit vorbehalten will, zu einem späteren Zeitpunkt Abweichungen zwischen ETRS89 und CHTRS95 zuzulassen, falls es sich zeigen würde, dass systematische Unterschiede zwischen der tektonischen Bewegung der Eurasischen Platte und derjenigen der Schweiz auftreten. Zur Zeit gibt es jedoch keine Hinweise auf eine solche Geschwindigkeitsdifferenz. Deshalb ist CHTRS95 momentan dem ETRS89 gleichgesetzt.

Durch die Einführung des CHTRS95 wurde das Problem der grossen Unterschiede zum bisherigen System CH1903 noch nicht gelöst. Deshalb wurde ein lokales System CH1903+ eingeführt, welches möglichst geringe Unterschiede zur bisherigen Landesvermessung aufweisen soll. Deren Nachteile (Massstab, Nichtparallelität der Koordinatenachsen zum globalen System) wurden eliminiert. Zudem wurden die Definitionen der Fundamentalgrössen von der heute nicht mehr existierenden alten Sternwarte in Bern auf die Satelliten-Beobachtungsstation Zimmerwald verschoben.

Die Unterschiede zwischen CH1903 und CH1903+ betragen in der Lage maximal 2 Meter, welche vor allem durch die Korrektur des Massstabes verursacht werden. In der Höhe hingegen wirkt sich vor allem die Nichtparallelität der Koordinatenachsen aus und führt zu einer systematischen Verkippung der ellipsoidischen Höhen in Nord-Süd-Richtung von ca. 0.5 Metern von Schaffhausen bis Chiasso. Dies entspricht einem Drehwinkel von 0.45".

Für viele Anwender (Navigation, Militär, Landeskarten) liegen diese Unterschiede in einem Bereich, der unterhalb der benötigten Genauigkeit liegt, so dass für ihre Zwecke keine Systemumstellung nötig ist. Aber auch für die Schwerefeldbestimmung kann für viele Zwecke der systematische Unterschied zwischen CH1903 und CH1903+ vernachlässigt werden, wie

zum Beispiel in der geographischen Lokalisierung von Massenmodellen (digitales Höhenmodell) oder bei der Berechnung von Lotabweichungen. Für andere Berechnungen, insbesondere bei der Stützung des Geoids durch 'direkt beobachtete' Undulationen mittels GPS und Nivellement, sind die systematischen Unterschiede jedoch von entscheidender Bedeutung. Deshalb wird in der vorliegenden Arbeit, wo immer möglich und nötig, mit dem neuen System CH1903+ gearbeitet. Erst ganz am Schluss werden die Resultate in andere Systeme transformiert.

## 6.2 Transformation von Schwerefeldgrössen

In diesem Unterkapitel wird dargestellt, wie sich die verschiedenen Schwerefeldgrössen und die zu ihrer Berechnung nötigen weiteren Grössen in den unterschiedlichen Bezugssystemen verhalten. Besondere Beachtung finden dabei die für die Schweiz wichtigen Systeme CH1903, CH1903+ und ETRS89(= CHTRS95).

### 6.2.1 Lotabweichungen

Die Lotabweichungen ergeben sich aus den Beziehungen:

$$\xi = \Phi - \varphi$$

$$\eta = (\Lambda - \lambda) \cdot \cos(\varphi)$$

also aus der Differenz zwischen den astronomischen Koordinaten  $\Phi$  und  $\Lambda$  und den geodätischen Koordinaten  $\varphi$  und  $\lambda$ . Eine Voraussetzung, um diese einfachen Formeln anwenden zu können, ist jedoch, dass die Laplace-Bedingung für das lokale Bezugssystem streng erfüllt sein muss, oder mit anderen Worten: Das terrestrische Bezugssystem muss zum astronomischen System achsparallel sein. Falls dies nicht der Fall ist, erfahren die Lotabweichungen eine Korrektur, in welcher die Drehwinkel zwischen den einzelnen Systemen enthalten sind. Die Formeln können z. B. [Groten, 1979] oder [Torge, 1980] entnommen werden:

$$\xi = \Phi - \varphi + \sin(\lambda) \cdot \alpha - \cos(\lambda) \cdot \beta$$

$$\eta = (\Lambda - \lambda) \cdot \cos(\varphi) - \sin(\varphi) \cdot (\cos(\lambda) \cdot \alpha + \sin(\lambda) \cdot \beta) + \cos(\varphi) \cdot \gamma$$

In diesen Formeln können die astronomischen Koordinaten  $\Phi$  und  $\Lambda$  als systemunabhängige Grössen beobachtet werden. Die systemabhängigen Grössen  $\varphi$  und  $\lambda$  sowie die Transformationsparameter  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  ergeben sich aus der Festlegung des geodätischen

Datums und terrestrischen sowie GPS-Beobachtungen. Die Umrechnung der geodätischen Koordinaten von einem System in das andere erfolgt am einfachsten über den Weg der geozentrischen Koordinaten und einer räumlichen Ähnlichkeitstransformation mit den bekannten Formeln z.B. aus [Kahle, 1988] für die Umrechnung von geodätischen in geozentrische Koordinaten und [Schmid und Heggli, 1978] für den Übergang zwischen verschiedenen Referenzsystemen.

Die beiden Systeme ETRS89 und CH1903+ können mit genügender Genauigkeit als parallel zum astronomischen System betrachtet werden. Es genügt hier, mit den vereinfachten Formeln für die Berechnung der Lotabweichungen zu rechnen.

Anders verhält es sich beim System CH1903. Dort werden zur Transformation vom globalen System (WGS84) ins lokale System die sogenannten 'GRANIT-Parameter' [Kahle Hrsg. 1993] verwendet, bei denen auch 3 Rotationen<sup>1</sup> enthalten sind. Deshalb müssten hier die Lotabweichungen mit den modifizierten Formeln berechnet werden. Dies wurde bei der Geoidberechnung von Gurtner 1978 (richtigerweise) nicht berücksichtigt. Dies hat zur Folge, dass das astrogeodätische Geoid von Gurtner (CH1903) und ein neues astrogeodätisches Geoid im CH1903+ diesen Systemunterschied nicht aufzeigen. Die Inkonsistenz zwischen den beiden Systemen ist heute nachträglich kaum mehr zu korrigieren, weil sowohl das Geoid von Gurtner als auch die 'GRANIT-Parameter' in der Praxis weit verbreitet sind. Dies bleibt jedoch für die praktische Anwendung ohne Bedeutung, falls nicht versucht wird, Lotabweichungen und auch Geoidhöhen über eine räumliche Ähnlichkeitstransformation mit den 'GRANIT-Parametern' vom CH1903 ins CH1903+ oder umgekehrt, zu transformieren.

Ein weiteres Problem ergibt sich bei der Verwendung von Lotabweichungen aus der Tatsache, dass sie sich auf die ellipsoidische (geographische) Nordrichtung beziehen, dass aber praktisch alle vermessungstechnischen Arbeiten im schweizerischen Projektionssystem durchgeführt werden und sich demzufolge auf die Nordrichtung der Projektion beziehen. Auch liegen sämtliche in dieser Arbeit vorliegenden Massenmodelle im schweizerischen Projektionssystem vor. Um nun auch die beobachteten Lotabweichungen in diesem System

---

<sup>1</sup>) Diese Rotationen stammen einerseits aus Messfehlern der astronomischen Koordinaten und Azimute im Triangulationsnetz 1. Ordnung, sind aber zum grössten Teil eine Folge davon, dass zur Berechnung der Parameter die ellipsoidischen Höhen im CH1903 als Summe der Gebrauchshöhen und dem Geoid von Gurtner bestimmt wurden. Die systematischen Unterschiede zwischen Gebrauchshöhen und orthometrischen Höhen wurden dabei vernachlässigt. Somit ist dieser systematische Anteil, welcher in Nord-Süd-Richtung etwa 50 cm (oder 0.5") ausmacht, in die Transformationsparameter eingeflossen.

verwenden zu können, müssen sie zunächst um die Meridiankonvergenz  $m$  gedreht werden. Dies geschieht mit folgenden Formeln:

$$\begin{aligned}\xi_{KN} &= \xi_{GN} \cdot \cos(m) + \eta_{GN} \cdot \sin(m) \\ \eta_{KN} &= \eta_{GN} \cdot \cos(m) - \xi_{GN} \cdot \sin(m)\end{aligned}$$

mit:  $\xi_{KN}$ : Nord-Süd-Komponente der Lotabweichung gegenüber der Nordrichtung im Projektionssystem  
 $\eta_{KN}$ : West-Ost-Komponente der Lotabweichung gegenüber der Nordrichtung im Projektionssystem  
 $\xi_{GN}$ : Nord-Süd-Komponente der Lotabweichung gegenüber der geodätischen Nordrichtung  
 $\eta_{GN}$ : West-Ost-Komponente der Lotabweichung gegenüber der geodätischen Nordrichtung  
 $m$ : Meridiankonvergenz

Um diese Formeln anwenden zu können, müssen beide Lotabweichungskomponenten bezüglich der geographischen Nordrichtung bekannt sein. Es gibt jedoch sehr viele Stationen, bei welchen nur eine Komponente beobachtet wurde und die andere deshalb näherungsweise aus Massen berechnet werden musste. Durch diese Drehung entstehen maximale Korrekturen an einer einzelnen Komponente von ca. 0.5". Mehr zu diesem Thema ist in [Marti, 1992] zu finden.

### 6.2.2 Geoidundulationen und Höhenanomalien

Die 'beobachteten' Geoidundulationen und Höhenanomalien ergeben sich aus der Differenz zwischen den ellipsoidischen Höhen aus GPS-Beobachtungen und orthometrischen Höhen (resp. Normalhöhen) aus Nivellement-Messungen. Dabei sind orthometrische Höhen und Normalhöhen unabhängig vom gewählten Referenzellipsoid und können (zumindest theoretisch) beobachtet werden. Die einzige Schwierigkeit besteht dabei in der Festlegung des Nullpunkts oder Ausgangshorizonts. Im bisherigen System CH1903 wurde dieser so gewählt, dass sich auf dem RPN (Repère Pierre du Niton) in Genf eine Höhe von 373.600 Metern ergibt. Dieser Wert stammt im Wesentlichen aus Anschlussmessungen an den Pegel von Marseille. Im CH1903+ wurde dieser Wert grundsätzlich beibehalten. Aus einer provisorischen kinematischen Ausgleichung des Landesnivellements wurde jedoch daraus das Potential und die orthometrische Höhe für den neuen Fundamentalpunkt in Zimmerwald bestimmt und mit einem Wert von 897.8400 Metern (880.4737 GPU) als neuen Ausgangshorizont für die Landesvermessung festgehalten (Epoche 1993.0). Bei einer

weiteren Ausgleichung des Landesnivellements (LHN95) wird sich daher der Wert des RPN leicht ändern.

Im CHTRS95 hingegen wurde von den Potentialwerten der Knotenpunkte des europäischen Nivellements (UEN Lösung 1986 [Ehrnsperger, Kok, 1986]) ausgegangen. Diese Lösung stützt sich auf den Pegel von Amsterdam. Aus dieser Berechnung ergibt sich für Zimmerwald eine orthometrische Höhe von 897.7113 Meter (Potential 880.3475 GPU). Zum System CH1903+ ergibt sich also ein konstanter Offset  $\Delta P$  von ca. 13 cm.

Um nun eine Geoidundulation oder Höhenanomalie von CH1903+ ins CHTRS95, oder umgekehrt, zu transformieren, ist es wiederum am einfachsten, wenn man den Weg über geozentrische Koordinaten nimmt. Dabei kann in den bekannten Transformationsformeln die ellipsoidische Höhe durch die Geoidundulation oder Höhenanomalie ersetzt werden. Anschliessend an diese Umrechnung wird nun noch die Korrektur wegen des unterschiedlichen Ausgangshorizonts angebracht.

Für die Umrechnung von Geoidhöhen vom CH1903 ins CH1903+ ist dieser Weg wegen der in Kapitel 6.2.1 beschriebenen Inkonsistenz jedoch nicht zu empfehlen. Hier ist es richtiger, die Geoidundulationen des einen Systems unverändert ins andere zu übernehmen, damit die neuen Berechnungen mit den bisherigen im Einklang bleiben.

### 6.2.3 Schwerewerte

Die absoluten Schwerewerte sind als Betrag des Schwerevektors unabhängig vom gewählten Referenzsystem. Mit genügender Genauigkeit können sie der Vertikalkomponente gleichgesetzt werden. Die Normalschwere kann nur für ein mittleres Erdellipsoid sinnvoll gerechnet werden, da sie für lokale Systeme im allgemeinen nicht definiert ist. Somit sind auch die Schwereanomalien nur in einem globalen System ausdrückbar. Die Reduktion der Schwere um den Einfluss bekannter Massenmodelle wird ebenfalls annähernd unabhängig vom Bezugssystem durchgeführt. Dadurch liegen auch die Residualschweren im globalen System vor und können nicht in einfacher Weise in ein lokales System transformiert werden, wie dies für Lotabweichungen und Geoidundulationen möglich ist.

Bei einer kombinierten Geoidbestimmung mit Schwereanomalien, Lotabweichungen und 'beobachteten' Geoidundulationen ist es deshalb einfacher, die Berechnungen im globalen Bezugssystem der Schweremessungen durchzuführen. Falls die Berechnungen trotzdem in

lokalen Systemen durchgeführt werden, ist es erlaubt, für den Verlauf der Schweren unbekannte Parameter (Offset, Trend) anzusetzen.

---

## 7. Reduktion der Beobachtungen

### 7.1 Einführung

In Regionen mit bewegter Topographie und komplexen geologischen Strukturen ist es im allgemeinen nicht ohne weiteres möglich, das Schwerefeld aus den durchgeführten Messungen direkt zu bestimmen. Vorgängig müssen die Einflüsse von Massen eliminiert werden, welche eine hochfrequente Störung des Schwerefeldes verursachen, die normalerweise durch Messungen nicht vollständig erfasst werden können. Dies ist insbesondere für oberflächennahe Massen der Fall, also für die Topographie und lokale Dichteanomalien. Durch deren Elimination kann das Schwerefeld auch in Gebieten mit reduzierter Stützpunktdichte mit genügender Genauigkeit bestimmt werden.

Ein zweiter Grund für die Einführung von Massenmodellen ist die Fortsetzung des Schwerefeldes auf Meeresniveau, wie dies in der Berechnung von Geoid und orthometrischen Höhen nötig ist. Da normalerweise direkt auf dem Geoid selbst keine Messungen durchgeführt werden können, ist es unumgänglich, diese Werte durch Annahmen über die Massenverteilung im Erdinnern zu präzisieren. Dies ist einer der Hauptnachteile des Systems Geoid und orthometrische Höhen, im Vergleich zum System, bestehend aus Quasigeoid und Normalhöhen, welches allein aus Beobachtungen an der Erdoberfläche bestimmbar ist. Aber auch bei der Berechnung des Quasigeoids ist es in der Praxis in gebirgigen Gegenden unumgänglich, zumindest ein Topographiemodell einzuführen, um die Anzahl der Stützpunkte für die Schwerefeldbestimmung möglichst klein zu halten und die Genauigkeit zu steigern.

Als spezielles Massenmodell kann ein hochauflösendes globales Kugelfunktionsmodell des Schwerefeldes bezeichnet werden. Falls man, wie in der vorliegenden Arbeit, kein solches einführt, können nach der Reduktion der Beobachtungen relativ grosse Trends in den Residuen verbleiben, welche vor der Interpolation des Restfeldes noch zusätzlich durch einen geeigneten Ansatz eliminiert werden müssen. Wesentlich ist die Einführung eines globalen Referenzmodells insbesondere bei einer rein gravimetrischen oder rein astrogeodätischen Bestimmung des Geoids. Falls man jedoch auch genügend 'direkt beobachtete' Geoidundulationen in die Berechnungen einbezieht, kann darauf verzichtet werden.

## 7.2 Berechnungsmethoden für Masseneinflüsse

Eine übliche Methode, um den Einfluss von Massen zu berechnen, ist die Aufteilung der Modelle in einzelne einfache geometrische Figuren (Quader, Prismen, Zylindersektoren), von welchen die Massenanziehung mit dem Newton'schen Gravitationsgesetz einfach berechnet werden kann. Mit wachsender Entfernung der Massen von den Stationen werden diese Körper dann durch noch einfachere Modelle (Massenlinien und Massenpunkte) approximiert. Diese Methode ist insbesondere für die Berechnung der Wirkung der Topographie sowohl in der Geodäsie als auch in der Geophysik weit verbreitet und liefert in der Regel sehr gute Resultate. Ein Problem bei der Verwendung dieser Methode ist jedoch, dass eine komplexe geologische Struktur damit nicht ohne Einführung von Kanten und Winkeln eingeführt werden kann. Neuere Methoden versuchen deshalb, den Störkörper direkt durch ein unregelmässig geformtes Polyeder zu modellieren (z.B. [Arnet, 1992]). Der Einfluss auf das Schwerefeld wird in diesem Fall über ein Oberflächenintegral des Schwereflusses berechnet. Für grobe Modellierungen von tief gelegenen Strukturen ist dies sicher eine effiziente Alternative zur klassischen Berechnung des Einflusses von senkrechten Quadern. Für relativ einfach strukturierte Massen kann damit sehr viel an Rechenzeit eingespart werden. Andererseits ist diese Methode für die Berechnung des Einflusses einer Masse, welche sehr unregelmässig geformt ist, wie zum Beispiel der Topographie, nicht schneller als die Berechnung eines Modells, welches aus einzelnen Quadern gebildet ist. Bei diesen Modellen geht der Vorteil der Berechnung eines Oberflächenintegrals verloren. Zudem verursacht ein solches Modell sehr grosse Schwierigkeiten bei der Generalisierung des Modells.

Zur Erklärung sei hier ein Beispiel aufgeführt: Bei der Berechnung des Einflusses der Topographie wird die nächste Umgebung mit einem sehr hochauflösenden Modell gerechnet. Je weiter die Massen vom Aufpunkt entfernt sind, desto geringer wird die Auflösung gewählt. Dies lässt sich sehr einfach durchführen, weil sich ein Geländemodell, welches in Quadern (oder auch Zylindersektoren) vorliegt, einfach in Teilmodelle aufteilen lassen, die sich anschliessend massengleich generalisieren lassen. Bei einem Geländemodell, welches als unregelmässiges Polyeder vorliegt, kann man diese Aufteilung nicht mehr ohne weiteres durchführen. In der vorliegenden Arbeit wurde die Methode der Berechnung mittels Polyedern noch nicht überall eingeführt (insbesondere Mohotiefe, Ivrea-Körper), sondern nur für die Berechnung des Einflusses der unmittelbaren Stationsumgebung. (Näheres dazu in Kapitel 7.4.1).

### **7.3 Beschreibung des Berechnungsprogramms für Masseneinflüsse**

Das Programm, welches die Berechnungen der Einflüsse aller vorhandenen Modelle auf das Schwerefeld durchführt, kann für sich alleine verwendet werden. Dies hat den Grund darin, dass die Berechnung auch für andere Themenkreise (Interpolation von Schweren, Ausgleichung von Nivellementnetzen) eine zentrale Rolle zukommt und dort somit leichter verwendbar ist.

Berechnet werden können die Einflüsse auf Potential, Schwere und Lotabweichungen auf einer beliebigen Anzahl Stationen oder in einem regelmässigen Gitter. Die Berechnung kann sowohl auf Stationshöhe als auch auf einer beliebigen Referenzhöhe (insbesondere Meereshöhe) erfolgen.

Neben den Komponenten des Schwerefeldes können auch Lotkrümmungen und weitere indirekte Effekte, sowie bei vorhandenen Oberflächen-Schwerewerten auch die mittlere Schwere in der Lotlinie (nach der Methode von [Wirth, 1990]) berechnet werden. Zudem werden auch weitere nicht direkt mit Massenmodellen zusammenhängende Grössen wie Freiluftkorrekturen oder Normalschweren berechnet. Den Einfluss kann man für jedes Modell einzeln oder für mehrere Modelle zusammen berechnen.

Als Berechnungsformeln sind in erster Linie die Formeln für die Berechnung von senkrechten Quadern, Massenlinien und Massenpunkten zu erwähnen. Diese kommen sowohl bei der Berechnung der Wirkung der Topographie, Moho, Po-Sedimente, Seen und Molasse aber auch teilweise bei der Berechnung der Wirkung des Ivrea-Körpers zur Anwendung. Da der Ivrea-Körper neben Quadern auch durch rechtwinklige Dreiecksprismen modelliert wurde [Bürki, 1989], sind die ursprünglich von Mader [1951] stammenden Formeln für prismatische Körper ebenfalls in das Programm integriert. Für die Berechnung der Stationsumgebungen und für eventuell später noch entstehende Modelle wurden auch die Formeln für unregelmässige Polyeder (mit Anpassungen entnommen aus [Arnet, 1992]) berücksichtigt.

### **7.4 Einflüsse von Massenmodellen**

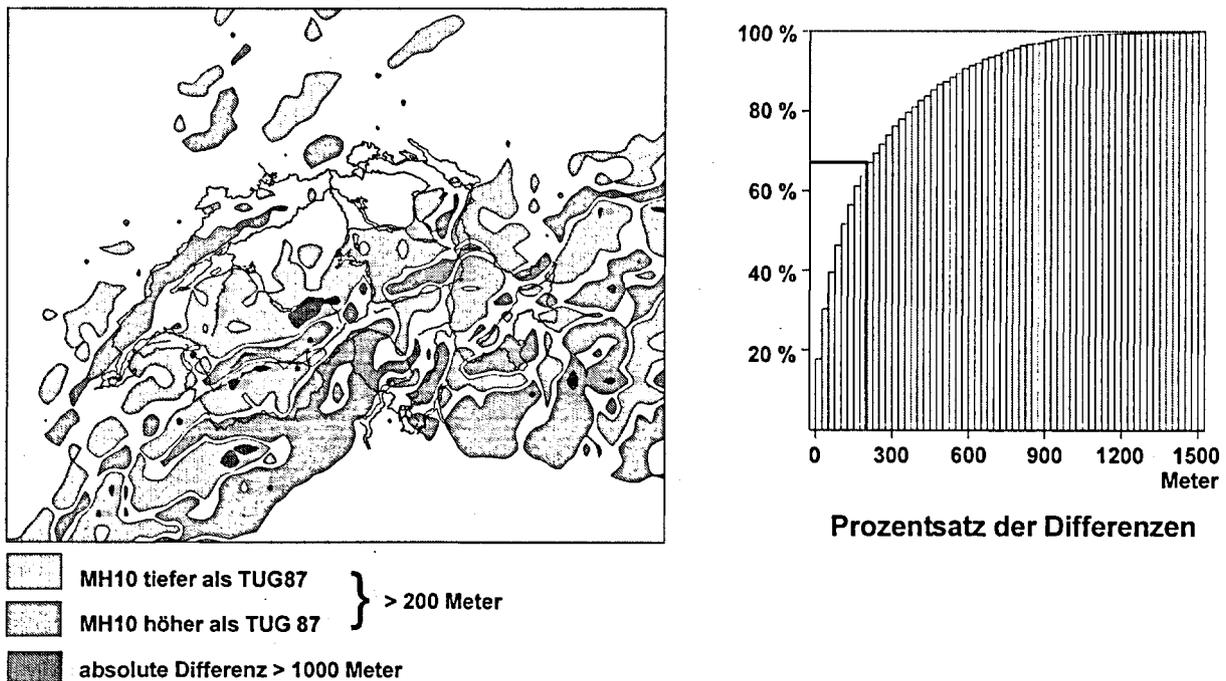
#### **7.4.1 Wirkung der Topographie**

##### **7.4.1.1 Topographiewirkung ausserhalb des Perimeters von MH10**

Um zu testen, ob der Perimeter des in Kapitel 5.1.2 beschriebenen Geländemodells genügend gross gewählt worden ist, muss abgeklärt werden, ob die Einflüsse der Massen ausserhalb des

verwendeten Topographiemodells keine schwierig zu interpolierende Störung verursachen und ob die Wirkungen auf Geoid und Quasigeoid identisch sind (keine Lotkrümmungen). In diesem Kapitel wird die Wirkung der weltweiten Topographie und der Wassermassen der Ozeane untersucht. Die Berechnungen erfolgten mit Hilfe des TUG87-Modells, welches in Kapitel 5.1.1.8 beschrieben wurde.

Um die Qualität des TUG87-Modells abzuschätzen, wurde es für den Bereich der Schweiz (Perimeter des MH10) ins Schweizerische Projektionssystem umgerechnet und auf ein regelmässiges Gitter von 10 mal 10 km interpoliert. Die dabei entstehenden Differenzen zu einem aus den DHM25 und DTED1 gebildeten 10 km Raster sind Abbildung 7.1 zu entnehmen. Die gekennzeichneten Flächen entsprechen dabei Gebieten mit Unterschieden von mehr als 200 Meter.



**Abbildung 7.1:** Unterschiede TUG87 - MH10: In den schraffierten Gebieten liegen die MH10-Werte höher als die TUG-Werte. In den grauen Flächen ist es umgekehrt. Die dunkel gehaltenen zentralen Zonen zeigen Gebiete mit Unterschieden von mehr als 1000 Metern an.

Ausserhalb der Gebirge sind die Differenzen zwischen MH10 und TUG87 durchwegs kleiner als 200 Meter. Im Schwarzwald, in den Vogesen und im Jura treten Unterschiede bis zu maximal 400 Meter auf. In den Alpen sieht das Bild sehr unruhig aus. Die Differenzen betragen zwischen -1500 bis +1500 Meter. Die negativen Differenzen (TUG87 höher als MH10) befinden sich vor allem im Bereich der Täler und des nördlichen Randes der Alpen. Die grössten positiven Residuen liegen im Bereich der höchsten Alpengipfel und am

südlichen Alpenrand. TUG87 zeigt also im allgemeinen einen etwas ruhigeren Verlauf als MH10. Dies ist eine Folge davon, dass die Basismodelle des TUG87 aus Kugelfunktionen gerechnet wurden und die bewegte Topographie im Alpenraum nicht genügend approximieren können.

In Abbildung 7.1 ist auch die prozentuale Verteilung der Absolutbeträge der Differenzen der beiden Modelle dargestellt. Bei einem Drittel der Werte ist die Differenz kleiner als 50 Meter. Weniger als 200 Meter Differenz treten bei etwa 65% auf. Diese Werte entsprechen etwa denjenigen, welche an der TU Graz in einem Vergleich zwischen dem TUG87 und dem OSU85-Modell festgestellt wurden. Einzig bei den grossen Differenzen zeigt sich in unserem Vergleich eine schlechtere Übereinstimmung. Dies ist sicherlich eine Folge der bewegten Topographie im Alpenraum, welche sich durch Kugelfunktionsmodelle nicht gut darstellen lässt.

Es ist zusammenfassend zu sagen, dass TUG87 nicht genügend genau ist, um damit genaue Schwerefeldbestimmungen in der Schweiz durchzuführen. In unseren Betrachtungen wird es jedoch dazu verwendet, um den Einfluss der Topographie ausserhalb des Einzugsgebietes unseres eigenen Modells zu berechnen. Für diesen Zweck reicht seine Genauigkeit aus.

### **Der Einfluss der weltweiten Topographie auf den Schwerevektor**

Der Einfluss auf Potential und Schwerevektor des ganzen TUG87-Modells (ca. 10'000'000 Werte) wurde im geozentrischen Koordinatensystem und mit den Formeln für Massenpunkte berechnet. Die Masse  $m$  eines einzelnen Massenpunktes ergibt sich dabei näherungsweise aus folgender Formel:

$$m = \rho \cdot \Delta\varphi \cdot \Delta\lambda \cdot R^2 \cdot H \cdot \cos(\varphi)$$

wobei  $\Delta\varphi$  und  $\Delta\lambda$  der Maschenweite (5') des TUG87 entsprechen und  $R$  den mittleren Erdradius bezeichnet. Für  $\rho$  wurde ein konstanter Wert von  $2.67 \text{ g/cm}^3$  angenommen. Für die Berechnung des Abstandes des Massenpunktes wurde als Referenz das WGS84-Ellipsoid verwendet.

Die Berechnungen des Masseneinflusses erfolgten in einem ersten Durchgang für Stationen auf "Meereshöhe". Als Resultat erhält man das Potential, sowie den Schwerevektor im geozentrischen System, welcher noch ins ellipsoidische System gedreht werden muss, um Schwerebeschleunigung und Lotabweichungen zu erhalten.

Da es nicht erlaubt ist, innerhalb des Untersuchungsgebietes mit Punktmassen zu rechnen, wurde das Gebiet im Bereich von MH10 ausgespart. Das Ergebnis dieser Berechnung kann folgendermassen beschrieben werden: Das Cogeoid der Landmassen entspricht praktisch einer schiefen Ebene, welche von Südwesten nach Nordosten ansteigt. Der Unterschied beträgt zwischen Genf und dem Unterengadin etwa 21 Meter! Absolut beträgt die Geoidhöhe etwa -950 Meter! Die Lotabweichungen betragen im Mittel etwa  $-4.0''$  ( $\xi$ ) und  $-12.5''$  ( $\eta$ ). Dies sind für Betrachtungen des Schwerfeldes enorm grosse Beträge, welche durch Berechnungen von Grafarend [1995] bestätigt wurden. Diese Wirkungen sind jedoch nicht sehr aussagekräftig, da sie durch die Berücksichtigung eines Isostasiemodells praktisch vollständig wieder kompensiert werden können. Eine weitere wesentliche Korrektur erfolgt durch die Berücksichtigung der Wassermassen der Weltmeere. Generell betrachtet, wirken diese der Wirkung der Landmassen entgegen.

Die Summe der beiden Wirkungen, welche als Einfluss der weltweiten Topographie bezeichnet werden kann, ist in Abbildung 7.2 und Abbildung 7.3 für die Geoidundulation und die Lotabweichungen dargestellt.

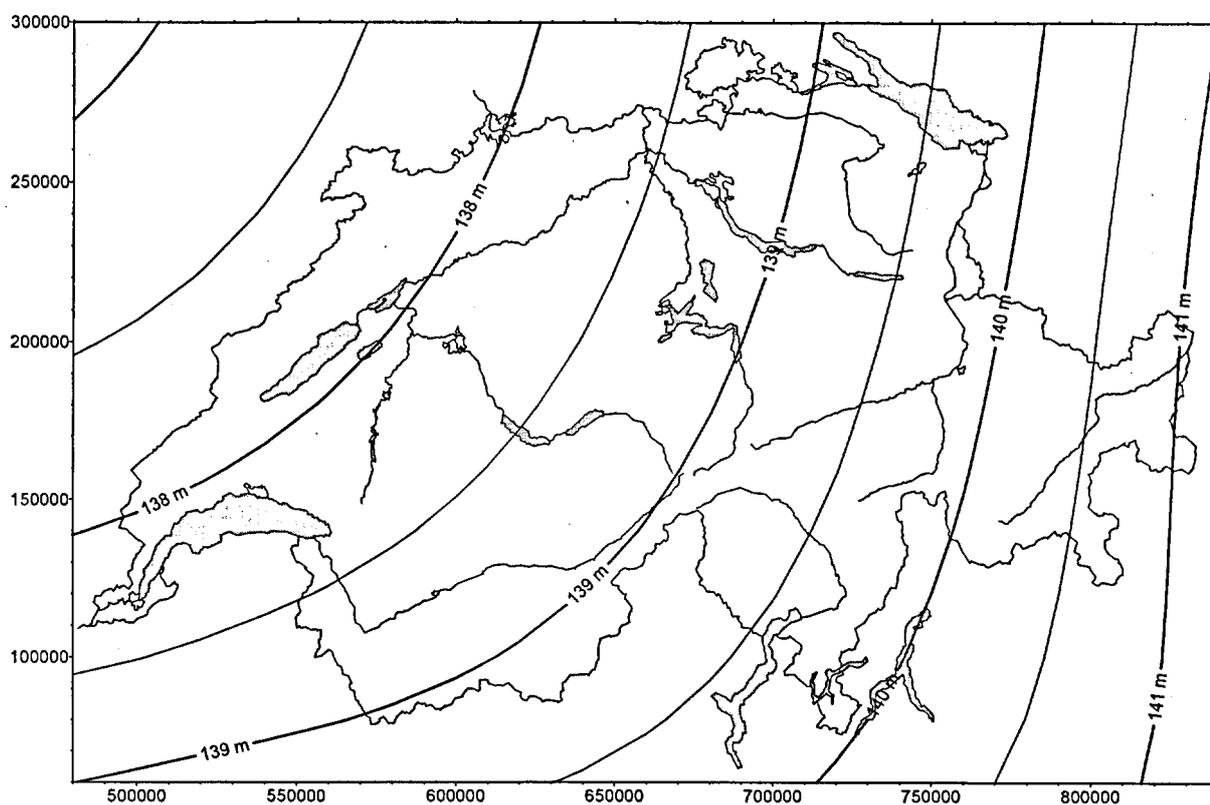
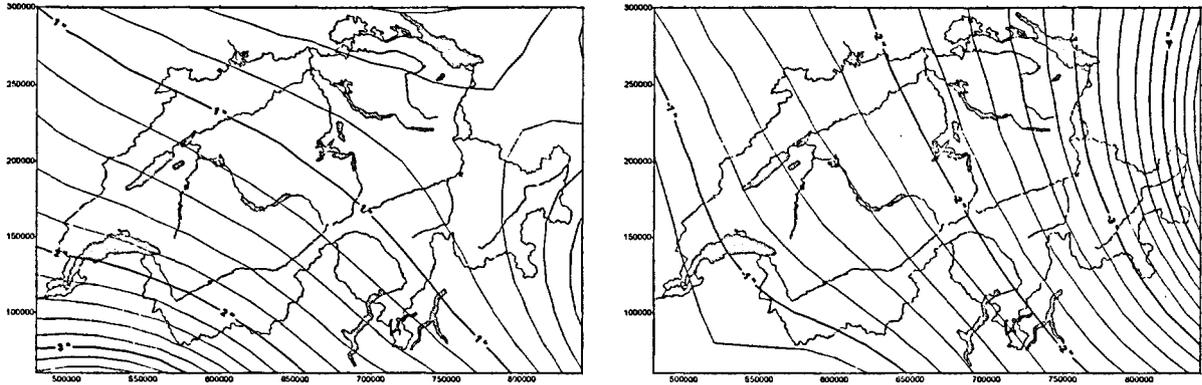


Abbildung 7.2: Einfluss der weltweiten Topographie (inkl. Wassermassen der Ozeane) auf das Geoid



**Abbildung 7.3:** Einfluss der weltweiten Topographie (inkl. Wassermassen der Ozeane) auf die Lotabweichungskomponenten  $\xi$  (links) und  $\eta$  (rechts); Isolinienabstand = 0.2"

Die Berechnungen wurden ohne Isostasiemodell durchgeführt, so dass auch hier noch sehr grosse Absolutbeträge der Geoidundulationen auftreten. Die Darstellung der Schwere lohnt sich hier nicht, da sie praktisch im ganzen Einzugsgebiet konstant bei etwa  $10.65 \text{ mgal} \pm 0.15 \text{ mgal}$  liegt.

Das Cogeoid der weltweiten Topographie steigt in der Schweiz in südöstlicher Richtung um etwa 3 Meter an. Der absolute Wert liegt bei ca. 140 Metern. Hauptsächlichste Ursache sind vor allem die Gebiete der Alpen ausserhalb des Einzugsgebietes von MH10. Jedoch ist dieser Effekt stark durch den Einfluss des Mittelmeeres überlagert. Zudem spielt die mehr oder weniger willkürliche Grenze, wo die Topographie ausgespart wurde, eine beträchtliche Rolle. Deshalb kann nicht sehr einfach festgestellt werden, welche geographischen Gebiete die Neigung des Geoids verursachen.

Der Zweck dieser Berechnungen war es, eine Grundlage für eine allfällige Interpretation des Restfeldes nach der Reduktion aller bekannten Massen bereitzustellen.

Um zu verdeutlichen, dass eine Reduktion dieses Modells nicht nötig ist, muss noch gezeigt werden, dass durch die Fortsetzung des Schwerefeldes auf "Meereshöhe" keine indirekten Effekte auftreten; das heisst, dass der Einfluss des Modells an der Erdoberfläche gleich gross ist, wie auf "Meereshöhe". Dieser Test wurde durchgeführt, indem die Wirkungen sowohl auf "Meereshöhe" als auch in einer konstanten Höhe von 3000 Metern berechnet wurden. Damit kann man prüfen, ob die weit entfernte Topographie einen Einfluss auf die Lotkrümmung und somit auf die orthometrische Korrektur hat. Falls dies der Fall ist, muss der Effekt bei der Reduktion der Messungen berücksichtigt werden. Die Resultate zeigen jedoch, dass die Effekte unterhalb der Messgenauigkeit liegen. Die Lotkrümmungen betragen in 3000 Meter

Höhe zwischen  $-0.02''$  und  $+0.02''$ . Die orthometrische Korrektur schwankt pro 3000 Meter zwischen 31 und 35 mm. Für eine sehr genaue Reduktion der Messdaten könnte also in der Schweiz eine Korrektur am Geoid von etwa 1.1 cm pro 1000 Meter Punkthöhe angesetzt werden. Hingegen geht der Einfluss auf die Lotabweichung und auch auf die Schwerebeschleunigung (0.1 bis 0.5 mgal) in der Messgenauigkeit unter.

Als Zusammenfassung kann gefolgert werden, dass bei der Beschränkung des Topographiemodells auf den in Kapitel 5.1.2 erwähnten Ausschnitts im wesentlichen ein ruhig verlaufender Trend eingeführt wird, der die Interpolation nicht stört. In Abbildung 7.3 ist zudem zu erkennen, dass dieser Trend insbesondere gegen Osten und gegen Südwesten leicht gestört ist. Dies entspricht dem hauptsächlichlichen Verlauf des Alpenhauptkamms und zeigt den Einfluss der Nichtberücksichtigung der östlichen und westlichen Alpen. Aber auch diese grossen vernachlässigten Massen verursachen keine signifikanten "Indirekten Effekte". Somit können wir die Berechnung des Topographieeinflusses auf das von uns festgelegte Fenster beschränken.

#### 7.4.1.2 Berechnung des Topographieeinflusses

Von Beginn weg wurde entschieden, für die Berechnung des Einflusses der Topographie immer das ganze vorhandene Modell zu verwenden, also nicht - wie zum Beispiel in der Gravimetrie üblich - nur bis zu einem bestimmten Grenzradius (oft benutzt wird  $r=167$  km). Dies hat den Grund darin, dass individuelle Einzugsgebiete zwar sowohl für Schweremessungen als auch für Lotabweichungen sehr gute Resultate liefern, aber bei der Berechnung der Wirkung auf das Potential lokal Nebeneffekte auftreten können, welche eine Grössenordnung von mehreren cm erreichen.

Wie in Kapitel 5.1.2 erwähnt, liegt das Topographiemodell in Rasterform mit unterschiedlichen Auflösungen vor (25 Meter, 50 Meter, 500 Meter, 10 Kilometer). Die genauesten Resultate bei der Berechnung des Einflusses der Topographie erhält man, wenn man immer mit dem höchstaflösenden Modell arbeitet. Dies ist jedoch aus Gründen der Rechenzeit, welche dafür benötigt wird, in der Praxis ausgeschlossen. Man muss deshalb abschätzen, bis zu welcher Entfernung welches Modell verwendet werden muss, ohne dass signifikante Fehler in die berechneten Schwerefeldkomponenten einfliessen.

Zudem können die Säulen des Topographiemodells mit der strengen Quaderformel berechnet, oder aber durch Massenlinien oder Massenpunkte approximiert werden. Auch dies hat einen

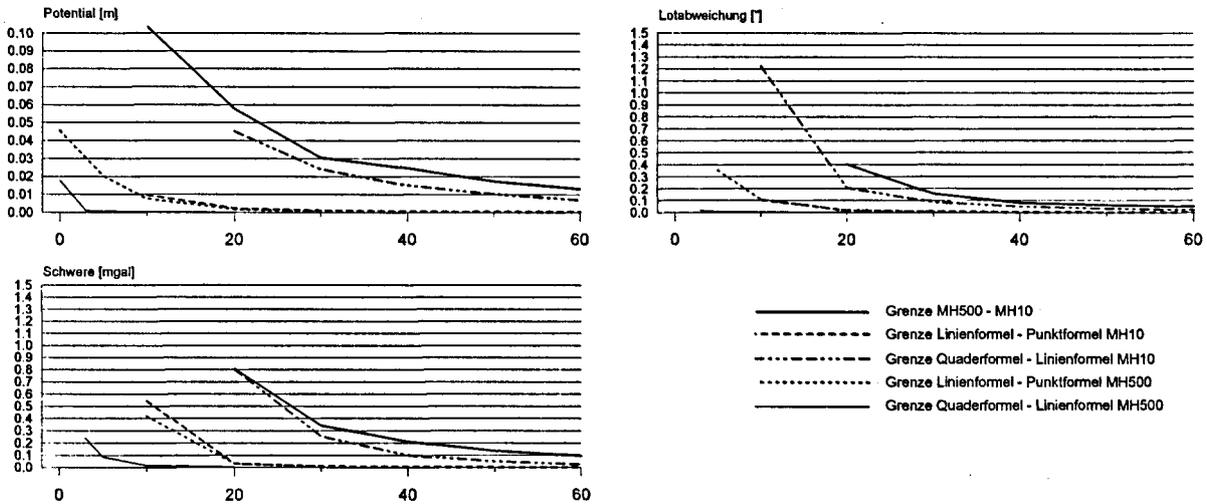
wesentlichen Einfluss auf die Rechengeschwindigkeit. Auch hier gilt es, Grenzdistanzen festzulegen, ab welchen die Vereinfachungen zulässig sind.

Als Testdatensatz, für welchen diese Untersuchungen durchgeführt wurden, dienten uns sämtliche 600 astrogeodätischen Stationen. Sie liegen meist in Talböden oder auf Berggipfeln und praktisch nie in steilen Hanglagen. Sie sind also nicht sehr gut geeignet, um extreme Einflüsse zu detektieren, geben jedoch ein repräsentatives Bild über die Effekte, welche auf üblichen Messstationen zu erwarten sind.

#### 7.4.1.2.1 Grenzabstände für die weitere Topographie

Als erstes wurden die Grenzabstände untersucht, bis zu welchen mit einem 500-Meter-Raster gerechnet werden muss und ab wo ohne entscheidenden Genauigkeitsverlust mit dem groben 10-km-Raster gearbeitet werden kann. Zudem wurden die Grenzen für die Berechnungen mit der strengen Quaderformel und den Vereinfachungen mittels Massenlinien und Massenpunkten festgelegt.

Bei diesem Test wurde von einer Berechnung des ganzen Topographieeinflusses mit dem 500-Meter-Raster und der strengen Quaderformel ausgegangen. In einer ersten Testreihe wurde die Grenze zwischen 500-Meter-Raster und 10-km-Raster variiert und die maximalen Fehler, welche durch diese Vereinfachung entstehen, graphisch dargestellt. Nach Fixierung dieser Grenze wurden die Grenzen für Quaderformel, Linienformel und Punktformel zunächst für MH10 und anschliessend auch für MH500 variiert. Die maximal auftretenden Unterschiede sind für Potential, Lotabweichung und Schwere in der folgenden Abbildung 7.4 dargestellt.



**Abbildung 7.4:** Maximale Fehlereinflüsse bei der Generalisierung der Topographie durch MH500 und MH10 sowie durch die Verwendung von vereinfachten Rechenformeln in Funktion der Entfernung (in km)

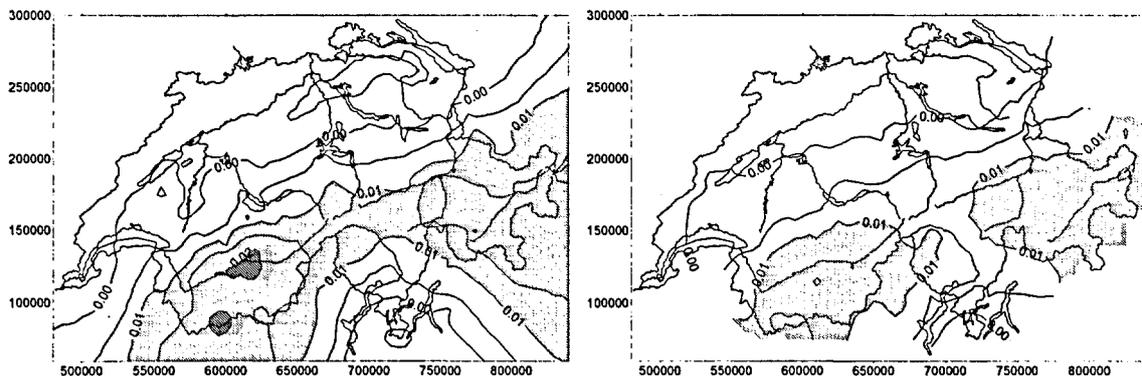
Als Hauptcharakteristik ist allen diesen Kurven gemeinsam, dass der Übergang vom MH500 auf das grobmaschige 10 km Gitter die grössten Fehler bei der Berechnung des Einflusses der Topographie bewirkt. Besonders kritisch ist dabei die Wirkung auf das Potential, bei deren Berechnung auch noch in einer Distanz von 70 km Fehler von mehr als 1 cm auftreten können. Andererseits ist dies diejenige Grenze, durch deren Verkleinerung der grösste Gewinn in der Rechenzeit erreicht werden kann. Hier gilt es also abzuwägen, wo man das Schwergewicht legen will. Für unsere definitiven Berechnungen wurde diese Grenze auf 50 km fixiert. Dadurch begehen wir insbesondere bei der Berechnung des Potentials im Alpenraum (vgl. Abbildung 7.5) Fehler von mehr als 1 cm.

Auffallend ist auch, dass die maximal begangenen Fehler bei der Vereinfachung von der Linien- auf die Punktformel bei MH10 und bei MH500 praktisch deckungsgleich sind. Hier ist also die Maschenweite des Gitters ohne Einfluss auf die begangenen Fehler.

Bei MH10 liegt die Fehlerlinie für den Übergang von der strengen Quaderformel auf die Linienformel immer oberhalb derjenigen des Übergangs von der Linienformel zur Punktformel. Sie ist somit eine weitere entscheidende Limitierung für die Genauigkeit. Es ist jedoch so, dass mit MH10 nur relativ wenige Quader gerechnet werden müssen. Deshalb können wir es uns erlauben, alle 10-km-Blöcke mit der Quaderformel zu rechnen, ohne dass die Rechenzeit sehr stark ansteigt.

Anders verhält es sich mit dem Übergang von der Quaderformel zur Linienformel beim 500-Meter-Raster. Bereits in einer Distanz von 5 km ist der durch diese Vereinfachung begangene

Fehler vernachlässigbar (maximal 0.1 mgal auf die Schwere). Diese sehr kleine Distanz bringt einen sehr grossen Gewinn für die Rechenzeit.



**Abbildung 7.5:** Fehler bei der Berechnung des Topographieinflusses bei einer Grenze von MH500 und MH10 bei 40 km (links) und bei 50 km (rechts) [in Metern]

Aufgrund der obigen durchgeführten Untersuchungen wurden nun folgende Grenzdistanzen gewählt:

Grenze	Distanz	maximal begangener Fehler auf		
		Potential	Schwere	Lotabw.
MH500 - MH10	50 km	1.6 cm	0.13 mgal	0.07 "
Linie - Punkt MH10	-	-	-	-
Quader - Linie MH10	$\infty$	-	-	-
Linie - Punkt MH500	20 km	0.3 cm	0.03 mgal	0.01 "
Quader - Linie MH500	5 km	0.1 cm	0.09 mgal	0.02 "

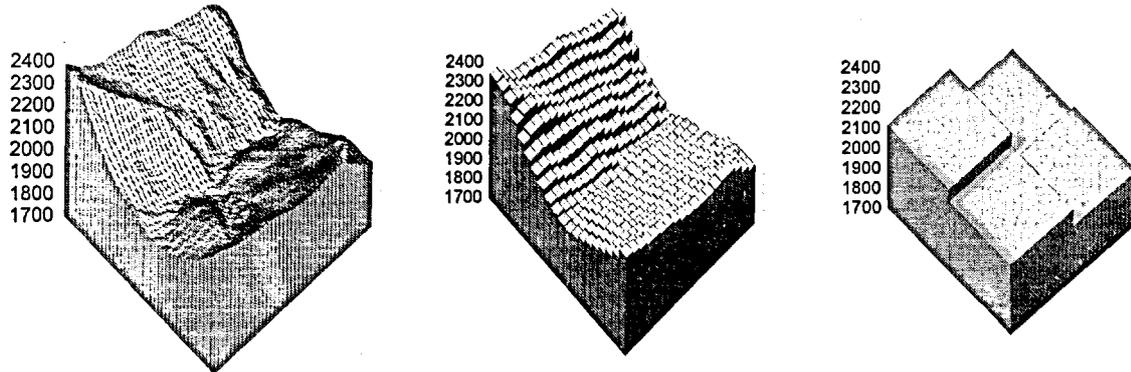
**Tabelle 7-1:** Gewählte Grenzdistanzen für die Berechnung des Einflusses der Topographie für 500-Meter-Raster und 10-km-Raster

#### 7.4.1.2.2 Grenzabstände für die Nahtopographie

Nachdem im vorangehenden Kapitel die Grenzdistanzen zwischen dem 500-Meter-Raster und dem 10-km-Raster festgelegt wurden, sollen in diesem Kapitel nach der gleichen Methode auch die Grenzen für den Gebrauch von MH50 und DHM25 gefunden werden. Von besonderer Wichtigkeit ist dabei die Grenze zwischen MH50 und MH500, da diese einen besonders grossen Einfluss auf die Rechenzeit hat (vgl. Abbildung 7.6). Während mit MH50 für einen Quadratkilometer 400 einzelne Quader berechnet werden müssen, reduziert sich dies bei MH500 auf eine Anzahl von 4, also um einen Faktor 100.

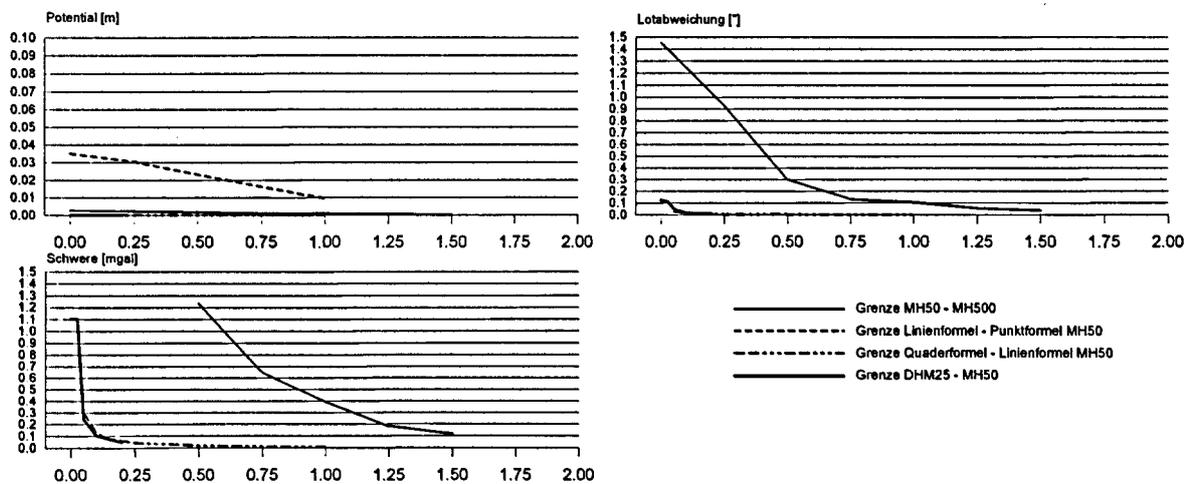
Wie in Abbildung 7.6 ebenfalls ersichtlich, entstehen durch die Berechnung des Topographieinflusses mittels senkrechten Quadern in gebirgigen Regionen vertikale 'Wände' die für MH50 bis zu etwa 70 Meter und für MH500 bis zu 300 Meter hoch sein können. Falls nun der Einfluss in der Nähe einer solchen Wand berechnet wird, entstehen Fehler, welche

durch die Berechnungsmethode verursacht werden. Deshalb wurde für die unmittelbare Umgebung der Stationen auch direkt mit dem DHM25 gerechnet, welches nicht mehr in Form von Quadern, sondern als finite Elemente behandelt wird.



**Abbildung 7.6:** Ein gebirgiger Quadratkilometer im DHM25, MH50 und MH500

Als Ausgangsberechnung für die Festlegung dieser Grenzen wurde der Topographieeinfluss mit den im vorherigen Kapitel festgelegten Grenzen für MH500 und MH10 gearbeitet, sowie mit einem Einflussradius für MH50 (mit Quaderformel) von 2 km. Danach wurde, wie vorher, durch sukzessive Reduktion der einzelnen Radien die Differenzen zur Ausgangslösung berechnet. Die Resultate können der folgenden Abbildung 7.7 entnommen werden.



**Abbildung 7.7:** Maximale Fehlereinflüsse bei der Berechnung des Topographieeinflusses mit MH50 und DHM25 in Funktion der Entfernung (in km)

Für die Festlegung der Grenze zwischen MH50 und MH500 ist insbesondere der Einfluss auf die Schwere kritisch. Erst bei einer Distanz von 1.5 km werden die Fehler kleiner als 0.1 mgal. Wenn man sich mit 0.5 mgal zufrieden gibt, reicht ein Radius von 750 Metern. Falls man übrigens ganz auf die Berechnung mit MH50 verzichtet, so begeht man Fehler bis zu 10 mgal, was in Abbildung 7.7 nicht mehr dargestellt werden konnte. Im Gegensatz dazu wäre für eine Berechnung des Einflusses auf das Potential ein 50-Meter-Geländemodell überflüssig,

da durch seine Vernachlässigung maximale Fehler von nur etwa 3 Millimetern begangen werden.

Die Bestimmung der Grenze zwischen Quaderformel und Linienformel hat ergeben, dass man nur die unmittelbare Umgebung einer Station bis etwa 100 Meter streng rechnen muss. Anders verhält es sich mit der Grenze zwischen Linienformel und Punktformel. In Abbildung 7.7 konnte diese Grenze nur für den Fall des Potentials dargestellt werden. Für die Schwere und die Lotabweichungen liegen die durch diese Vereinfachungen begangenen Fehler weit oberhalb des dargestellten Bereichs. So beträgt der Fehler auf die Schwere in einer Entfernung von 1 km immer noch etwa 20 mgal und auf die Lotabweichung fast 2". Die Schlussfolgerung daraus ist, dass man für die Berechnung der Nahtopographie auf keinen Fall mit Punktmassen rechnen darf.

Ursprünglich war es vorgesehen, nicht direkt mit DHM25 bei der Berechnung der Topographieefflusses zu rechnen. Die relativ grossen Sprünge von bis zu 70 Metern im MH50 (siehe Abbildung 7.6) haben uns jedoch dazu bewogen, die unmittelbare Umgebung der Stationen auch direkt mit diesem hochauflösenden Modell zu rechnen. Wie schon bei der Untersuchung des MH50 klar wurde, ist es für die Berechnung des Potentials nicht nötig, ein hochauflösendes Modell zu verwenden. Der begangene Fehler beträgt bei der Vernachlässigung von DHM25 sogar weit weniger als 0.1 mm. Bei der Schwere hat es sich jedoch gezeigt, dass die Vernachlässigung von DHM25 zu Fehlern von mehr als 1 mgal führt. Für genaue Schwerereduktionen genügt also in der unmittelbaren Punktumgebung die Berechnung mit der Quaderformel nicht. Bei der Lotabweichung treten Fehler von bis zu 0.1" auf, was vernachlässigbar ist.

In der folgenden Tabelle sind die für die weiteren Berechnungen verwendeten Grenzabstände und die durch diese Wahl begangenen Fehler noch einmal zusammengefasst:

Grenze	Distanz	maximal begangener Fehler auf		
		Potential	Schwere	Lotabw.
MH50 - MH500	1250 m	0.2 mm	0.18 mgal	0.05 "
Linie - Punkt MH50	-	-	-	-
Quader - Linie MH50	300 m	0	0.01 mgal	0
DHM25 - MH50	100 m	0	0.09 mgal	0.02 "

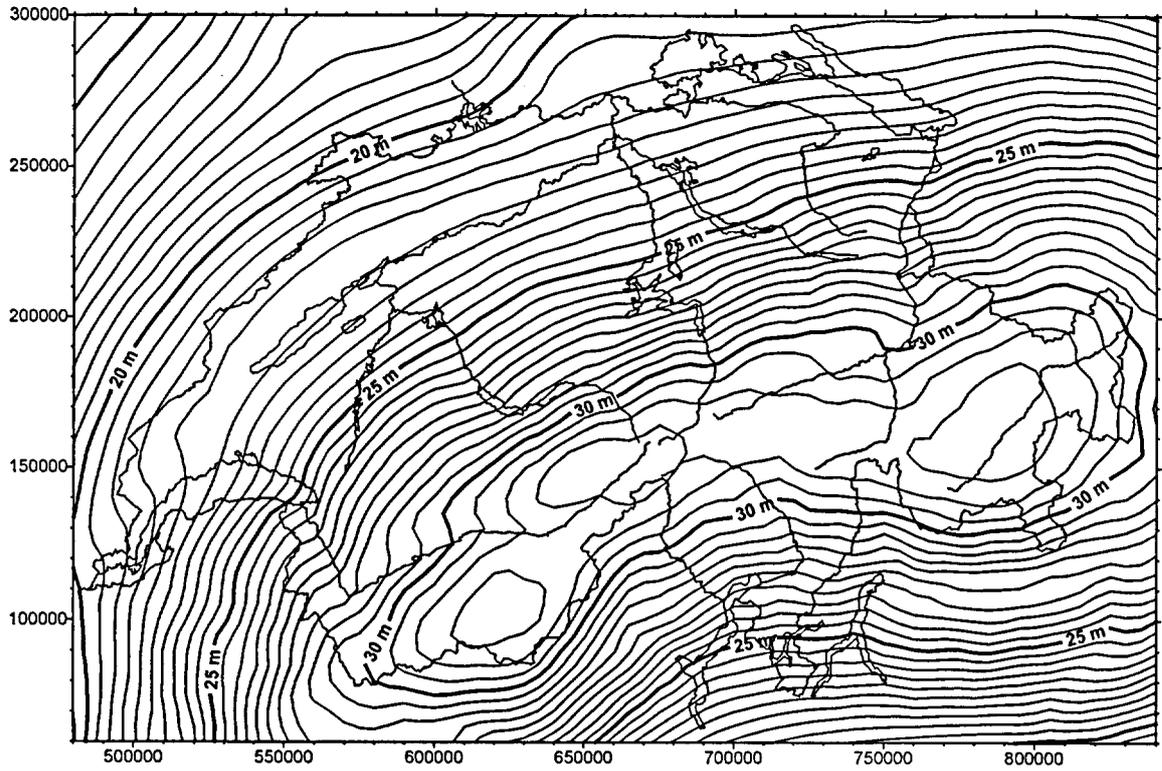
**Tabelle 7-2:** Gewählte Grenzdistancen und dadurch begangene Maximalfehler bei der Berechnung der Nahtopographie

### 7.4.1.3 Darstellung des Topographieeinflusses

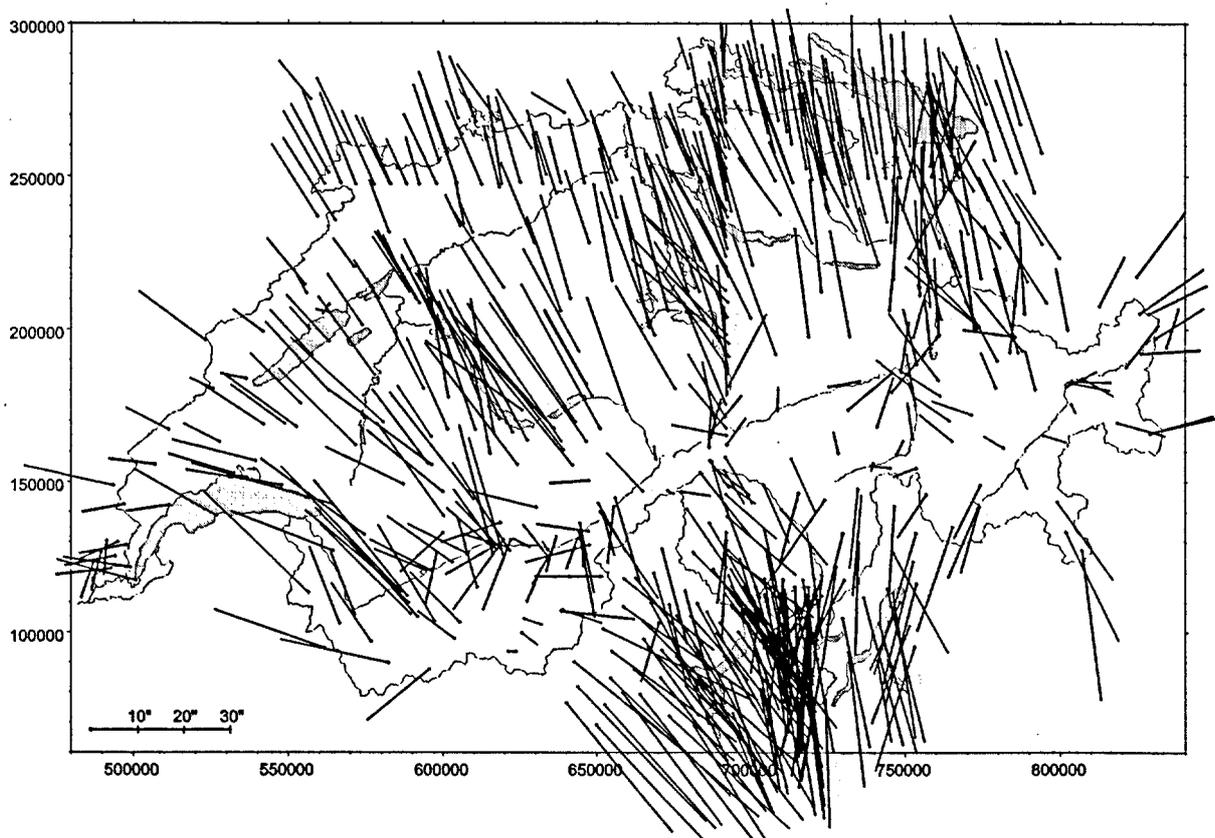
Nachdem die Grenzdistanzen festgelegt sind, kann nun der Topographieeinfluss berechnet werden. Als Dichte wurde dabei generell  $2.67 \text{ g/cm}^3$  gewählt, ausser in den Regionen, des Ivrea-Körpers und der Po-Ebene, wo nach dem Verfahren von Kapitel 5.2 Polygone mit anomaler Dichte eingeführt wurden.

Diese Berechnungen wurden für sämtliche astrogeodätischen Stationen, Schwerestationen, LV95-Punkte und in einem regelmässigen 5-km-Gitter berechnet, dies allerdings zu einem Zeitpunkt, als das DHM25 noch nicht vollständig vorlag (vgl. Abbildung 5.1).

Als Beispiele dieser Wirkung sind hier der Einfluss auf die Geoidhöhe dargestellt (Abbildung 7.8), um den groben Verlauf der Topowirkung zu zeigen, aber auch die Wirkung auf die Lotabweichungen (Abbildung 7.9), um den lokal sehr stark variierenden Charakter dieser Korrektur noch einmal zu betonen. Auf die Darstellung des Einflusses auf die Schwere kann hier verzichtet werden, da dies keine neuen Aspekte aufzeigen würde. An dieser Stelle sei nur erwähnt, dass die berechneten Einflüsse von  $-5 \text{ mgal}$  bis etwa  $+350 \text{ mgal}$  reichen. Diese Werte scheinen sehr gross zu sein, lassen sich jedoch dadurch erklären, dass bei unseren Berechnungen die Bouguerplattenwirkung mitberücksichtigt wurde. Falls man diese eliminieren würde, ergäbe dies Topowirkungen von  $-60 \text{ mgal}$  (auf dem Gipfel des Niesen) bis  $+1 \text{ mgal}$ .



**Abbildung 7.8:** Einfluss der Topographie auf die Geoidhöhe (ohne weltweite Topo)



**Abbildung 7.9:** Einfluss der Topographie auf die Lotabweichungen

### 7.4.2 Wirkung der Moho-Diskontinuität

Für die Berechnung des Moho-Einflusses wurden ähnliche Untersuchungen über die Grenzabstände durchgeführt wie bei der Topographie, es seien hier nur die Schlussresultate aufgeführt: Die Mohowirkung wird bis zu einer Distanz von 30 km mit der Quaderformel, bis zu 60 km mit der Linienformel und darüber hinaus für den Rest des Modells mit der Formel für Massenpunkte berechnet. Als Ausgleichshorizont wurde eine Tiefe von 34 km gewählt, was der mittleren Tiefe des ganzen Modells entspricht. Als Dichtekontrast an der Krusten-Mantel-Grenze wurden die Resultate der Untersuchungen des Nationalen Forschungsprogramms 20 (Geologische Tiefenstruktur der Schweiz) [Kahle Hrsg., 1993] verwendet. Da seither keine Messungen durchgeführt wurden, welche die damaligen Erkenntnisse widerlegen würden und auch das neue Moho-Modell (siehe Kapitel 5.3.1) dem damals verwendeten ähnlich ist, wurde für die Berechnung der Wert von  $+0.40 \text{ g/cm}^3$  eingesetzt. In Abbildung 7.10 ist die Wirkung des neuen Modells auf die Geoidundulation dargestellt.

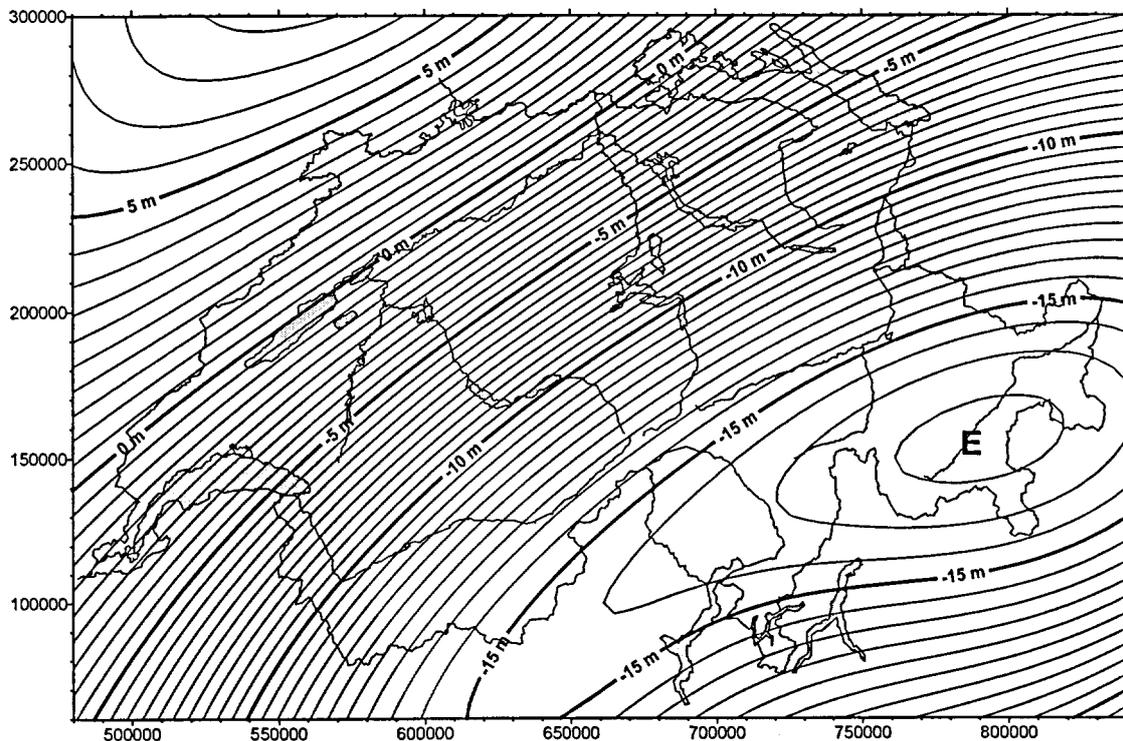


Abbildung 7.10: Wirkung des Moho-Modells auf die Geoidundulation; E = Engadin

Da die Krusten-Mantel-Grenze eine tiefere Struktur ist, zeigt der Verlauf der Isolinien eine sehr ruhige Struktur. Die grössten negativen Wirkungen beobachten wir im Engadin mit Beträgen von -18.4 Metern. Dieser Wert steigt dann in Richtung Nordwesten rasch an, bis wir in der Ajoie einen Betrag von +4.8 Metern erreichen. Die durch die Moho in der Schweiz

verursachten Differenzen in der Geoidundulation betragen also mehr als 23 Meter. Die grössten Lotabweichungen erreichen im Raum Luzern Beträge von über 30".

Wenn wir jedoch die Wirkungen mit der in Abbildung 7.8 dargestellten Wirkung der Topographie vergleichen, so sehen wir, dass beide Male ungefähr der gleiche grobe Verlauf, allerdings mit umgekehrtem Vorzeichen, auftritt. Die beiden Wirkungen von Topographie und Moho heben sich also, grob gesehen, gegenseitig auf.

### 7.4.3 Wirkung des Ivrea-Körpers

Die Wirkungen des Ivrea-Körpers auf das Schwerefeld wurden bereits in [Bürki, 1989] beschrieben. Die Berechnung in der vorliegenden Arbeit wurde im wesentlichen mit den gleichen Algorithmen durchgeführt wie damals. Einzig wurde neu der Einfluss der Erdkrümmung berücksichtigt, und für weit entfernte Stationen wurden die das Modell bildenden Quader und Dreiecksprismen durch Massenlinien und Massenpunkte approximiert. Die Wirkung des Ivrea-Körpers auf das Geoid, welche in Abbildung 7.11 dargestellt ist, erreicht innerhalb der Schweiz bei Brissago ein Maximum von etwa 7.6 Metern. Die minimalen Beträge treten am Bodensee auf, wo aber immer noch 2 Meter Geoidundulation durch den Ivrea-Körper verursacht werden. Die grössten Einflüsse auf die Lotabweichung treten innerhalb der Schweiz im Verzasca-Tal auf und erreichen Beträge von gegen 20". Der Einfluss auf die Schwere erreicht Beträge von über 130 mgal.

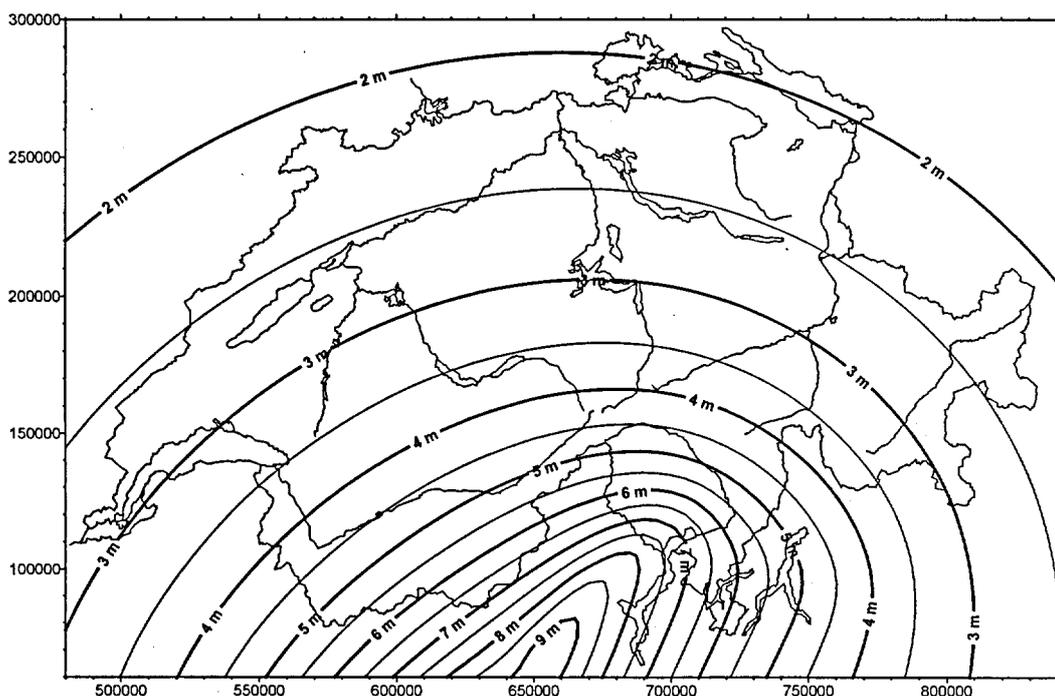


Abbildung 7.11: Wirkung des Ivrea-Körpers auf das Geoid

#### 7.4.4 Wirkung der Po-Sedimente

Das Modell der Po-Sedimente liegt ausserhalb der Grenzen der Schweiz. Im Südtessin ist sein Einfluss auf das Schwerfeld jedoch so bedeutend, dass es vorteilhaft ist, es in eine Berechnung des Geoids der Schweiz miteinzubeziehen. Wie in Abbildung 7.12 zu sehen, ist seine Wirkung auf das Geoid in der gleichen Grössenordnung wie diejenige des Ivrea-Körpers. Sie hat ihr absolutes Maximum in Chiasso mit -5.5 Metern. In der Nord- und Westschweiz werden Beträge von -1.8 bis -2 Metern erreicht. Dieses Modell kompensiert also im wesentlichen den Einfluss des Ivrea-Körpers. Im Südtessin werden Lotabweichungen verursacht, welche bis etwa 13" reichen. Sie nehmen jedoch sehr rasch ab und betragen bereits in Lugano nur noch etwa 5". Deshalb ist es für die Schwerfeldinterpolation vorteilhaft, dieses Modell zu berücksichtigen. Auf die Schwere haben die Sedimente der Po-Ebene auf dem Gebiet der Schweiz nur einen vernachlässigbaren Einfluss mit einem Maximum von ca. 4 mgal.

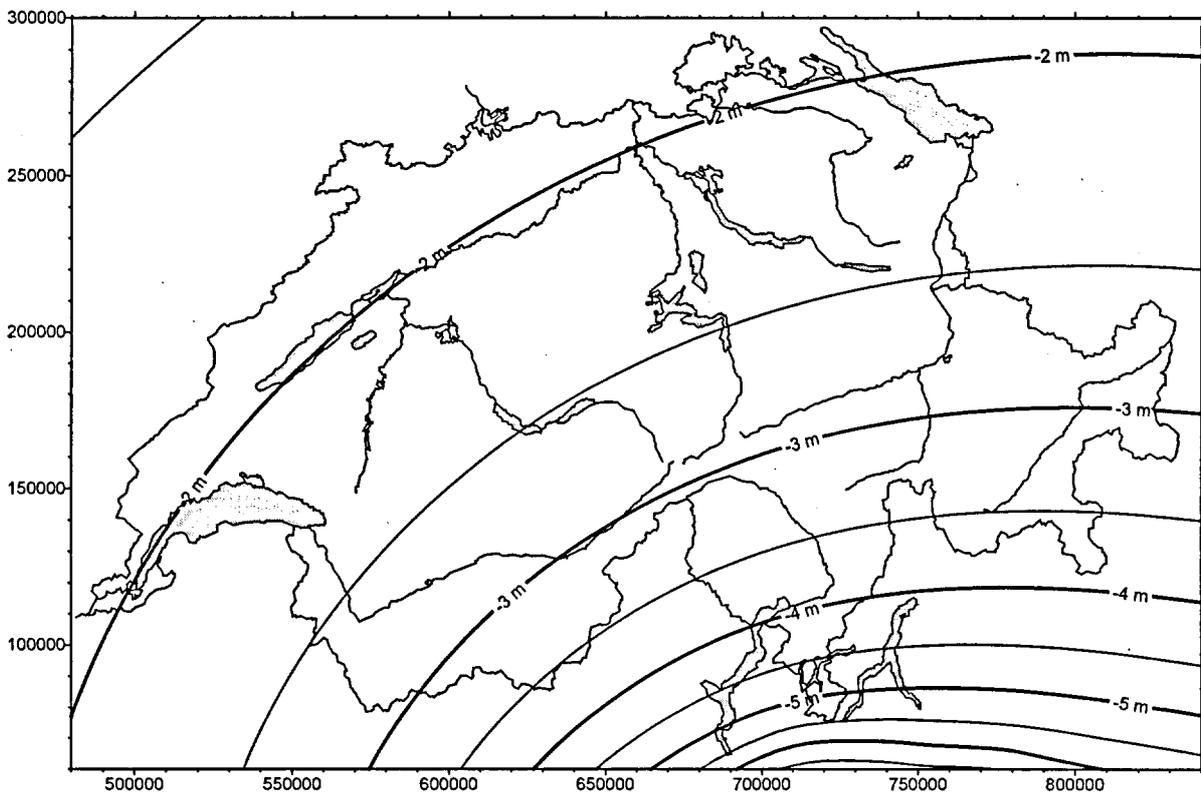


Abbildung 7.12: Wirkung der Po-Sedimente auf das Geoid

#### 7.4.5 Wirkung des Molassebeckens des Mittellandes

Das heute verwendete Modell des Molassebeckens des Mittellandes verursacht Schwereanomalien von bis zu 30 mgal (vgl. Abbildung 7.13). Diese Wirkung, insbesondere der sehr starke Gradient am Alpenrand, ist jedoch in den vorhandenen Schweremessungen

nicht sichtbar, wie dies schon in [Kahle, Hrsg. 1993] aufgezeigt wurde. Die Schlussfolgerungen von damals bleiben immer noch gültig. Der Dichtekontrast für das verwendete Molassemodell darf nicht nur aus den Oberflächendichten berechnet werden. In der Tiefe scheint dieser Kontrast sehr rasch gegen 0 zu gehen. Somit müsste, ähnlich wie bei den Po-Sedimenten, zumindest ein vertikaler Dichtegradient eingeführt werden. Für die definitive Berechnung des Geoids wurde deshalb das Modell des Molassebeckens nicht verwendet, da seine Einführung das Residualfeld nicht zu glätten vermag. Eine Alternative zum Molassemodell wäre die Einführung einer variablen Dichte für die Topographie im Mittelland, wie dies zum Beispiel in [Geiger, 1990] mit einer Polynomentwicklung realisiert wurde. In der vorliegenden Arbeit wurde dieser Effekt jedoch vernachlässigt, obwohl durch die verminderte Dichte Lotkrümmungen verursacht werden.

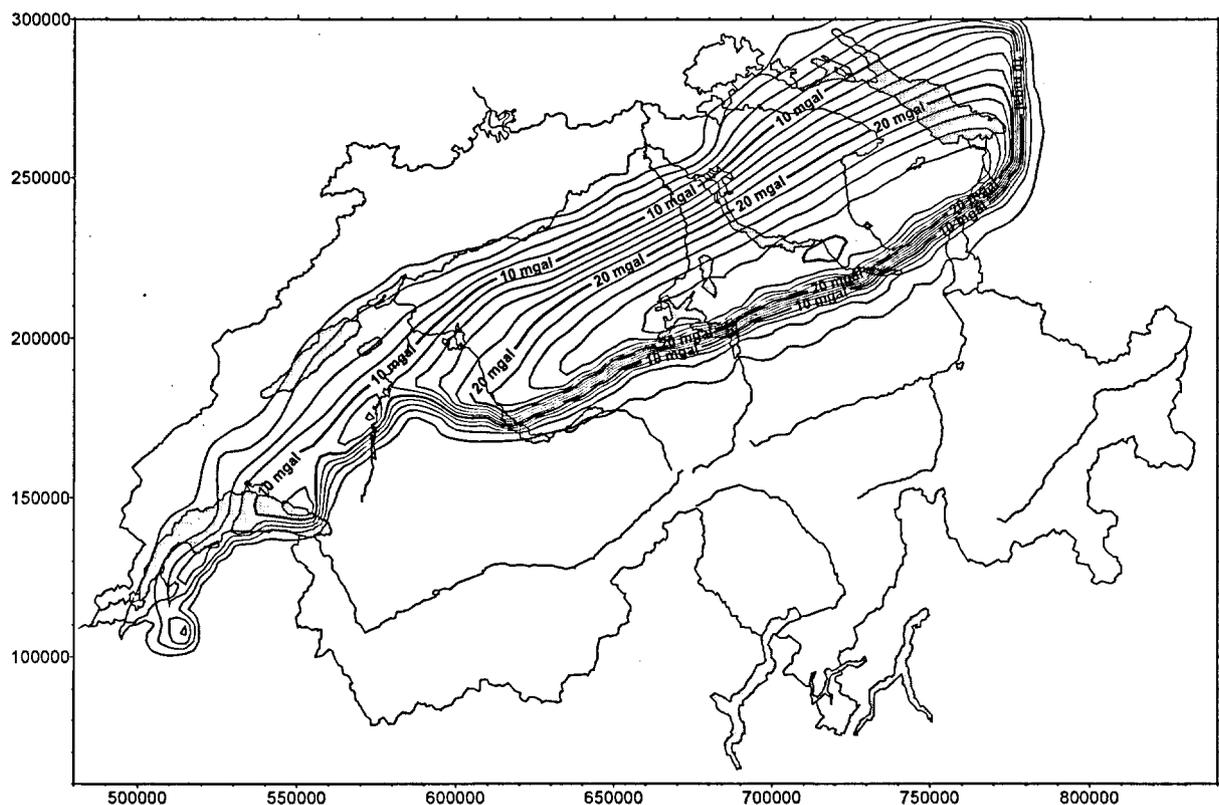


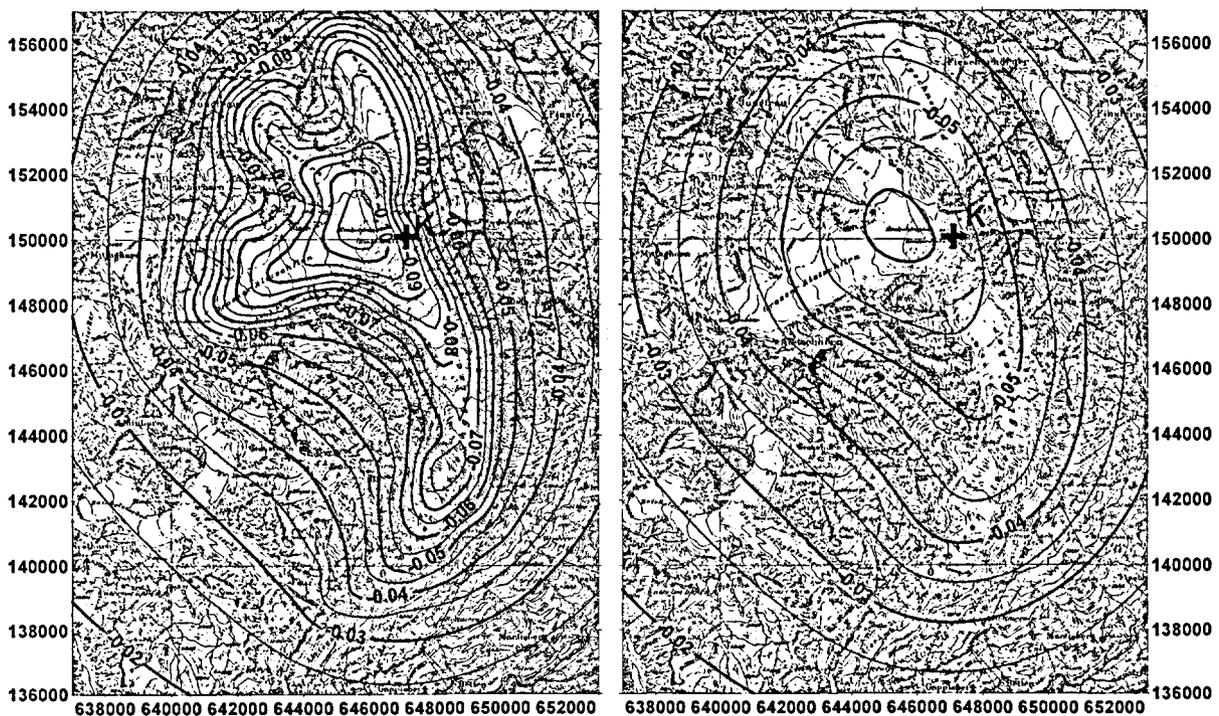
Abbildung 7.13: Wirkung des Molassemodells mit  $\sigma = -0.2 \text{ g/cm}^3$  auf die Schwere

#### 7.4.6 Wirkung von lokalen Störmassen (Seen, Gletscher, quartäre Sedimente)

Die relativ kleinen, lokalen Massenmodelle von Seen, Gletschern und quartären Sedimenten werden in einer regionalen Geoidbestimmung meistens vernachlässigt. Im Vergleich zu den bisher vorgestellten Modellen haben sie eine Auswirkung auf das Schwerefeld, welche um eine Größenordnung kleiner ist. Durch ihre lokalen Störungen des Schwerefelds ist es jedoch so, dass durch eine Nichtberücksichtigung viele Messungen als Ausreisser interpretiert

werden, obwohl sie eigentlich von hoher Qualität sind, oder dass die Einflüsse von lokalen Störmassen bei der Schwerefeldbestimmung einfach weggefiltert werden. Ein sehr gutes Beispiel dafür ist die Lotabweichungsmessung der Station Konkordia am Rand des Aletschgletschers: Ohne Berücksichtigung eines Modells für die Eismassen muss dieser Punkt aus der Berechnung eliminiert werden, da er um mehr als 4" vom Trend der umgebenden Stationen abweicht. Mit der Berücksichtigung des Modells bildet er jedoch eine wertvolle Stütze für die Schwerefeldbestimmung.

In Abbildung 7.14 ist der Einfluss des Aletschgletschers auf die Geoidundulation zu sehen. Zu beachten ist, dass nicht die durch die Eismassen verursachten Wirkungen, sondern die Auswirkungen des Dichtekontrasts zwischen Gestein und Eis dargestellt sind, wie sie zur Reduktion der Beobachtungen benötigt werden. Die eigentlichen Wirkungen des Eises erhält man, wenn man alle Werte mit einem Faktor von  $-0.51$  multipliziert. Damit werden die Resultate auch vergleichbar mit den durch Elmiger [1969] veröffentlichten Werten.



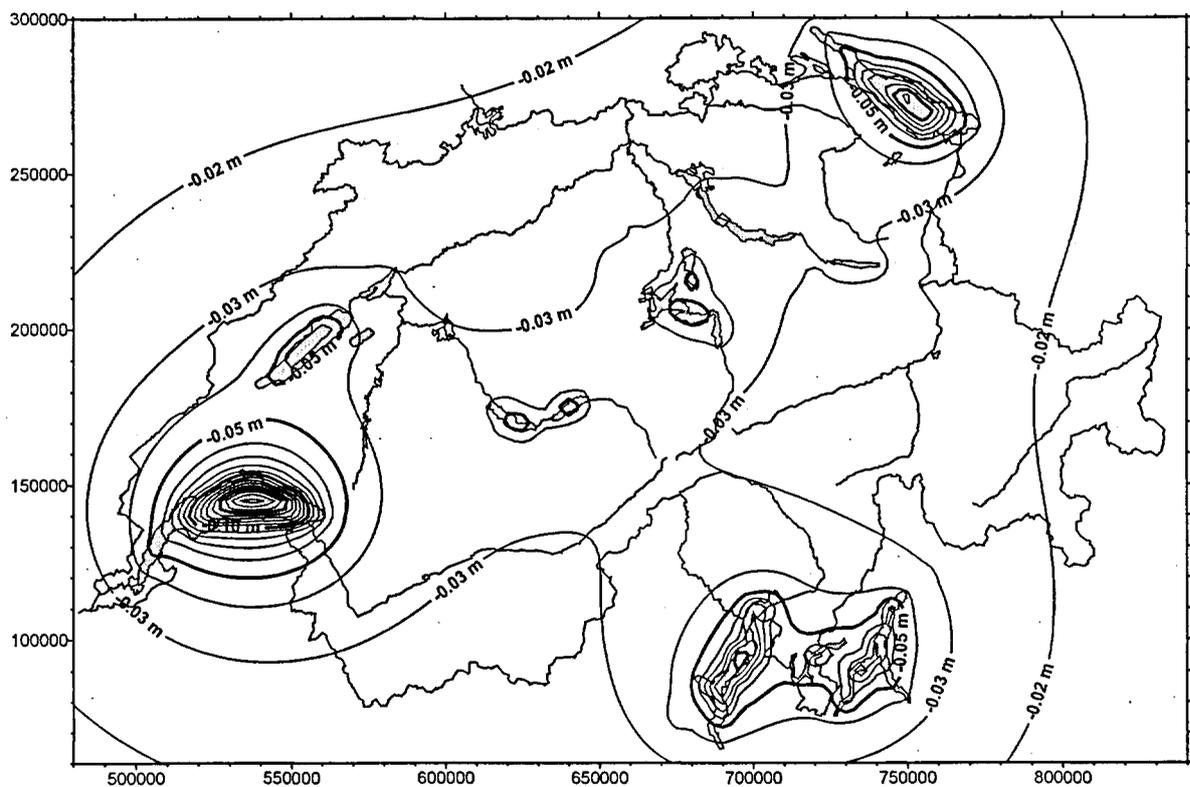
**Abbildung 7.14:** Wirkung des Aletschgletschers auf das Quasigeoid (links) und auf das Geoid (rechts) [in Metern] mit der Station K = Konkordia (Kartengrundlage reproduziert mit der Bewilligung des Bundesamts für Landestopographie)

Abbildung 7.14 macht deutlich, wie eine lokale, oberflächennahe Störung an der Oberfläche sehr starke und unregelmässige Anomalien verursacht, obwohl das Bild auf Meereshöhe ganz anders aussehen kann. Während der Einfluss des Gletschermodells auf die Lotabweichung im Punkt Konkordia etwa  $5.0''$  Sekunden beträgt, reduziert sich dieser Effekt auf Höhe des

Geoids auf 0.9". Die Lotkrümmung beträgt also in diesem Fall mehr als 4". Die Differenz zwischen Geoid und Quasigeoid im Punkt mit maximalem Einfluss beträgt etwa 5 cm.

Dieses sicherlich extreme Beispiel zeigt auf, dass in der Modellierung von Dichteanomalien noch einige Fortschritte erzielt werden müssen, bevor man von einem Geoid mit einer Genauigkeit von besser als 1 cm sprechen darf.

Ähnlich wie bei den Gletschern verhält es sich mit den Wassermassen der Seen. Während ihr Einfluss auf Messungen an der Erdoberfläche deutlich spürbar ist, ist ihre Wirkung auf Meereshöhe meistens viel geringer. Im folgenden sind hier nur die Auswirkungen auf das Geoid und in einem Ausschnitt um den Genfersee auch die Einflüsse auf die Schwere dargestellt.



**Abbildung 7.15:** Einfluss der Wassermassen der Seen auf das Geoid (Isolinienabstand 1 cm)

Die Wirkung auf das Geoid beträgt in der ganzen Schweiz mehr als 2 cm, erreicht aber lokal in den Mitten der grössten Seen Maxima von deutlich über 10 cm.

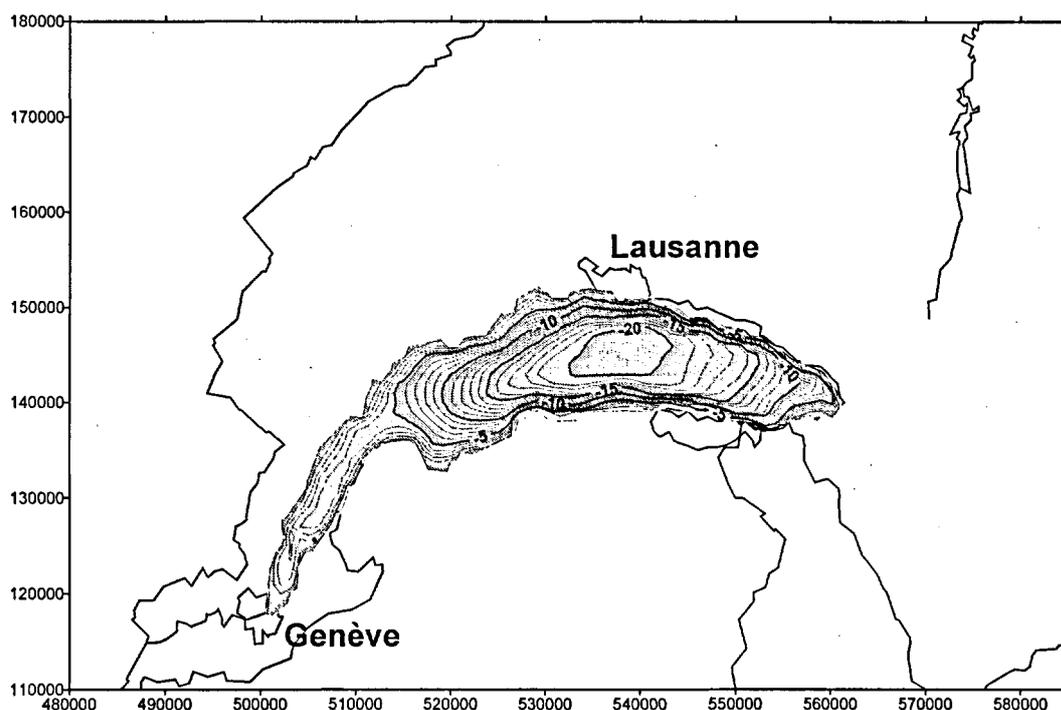
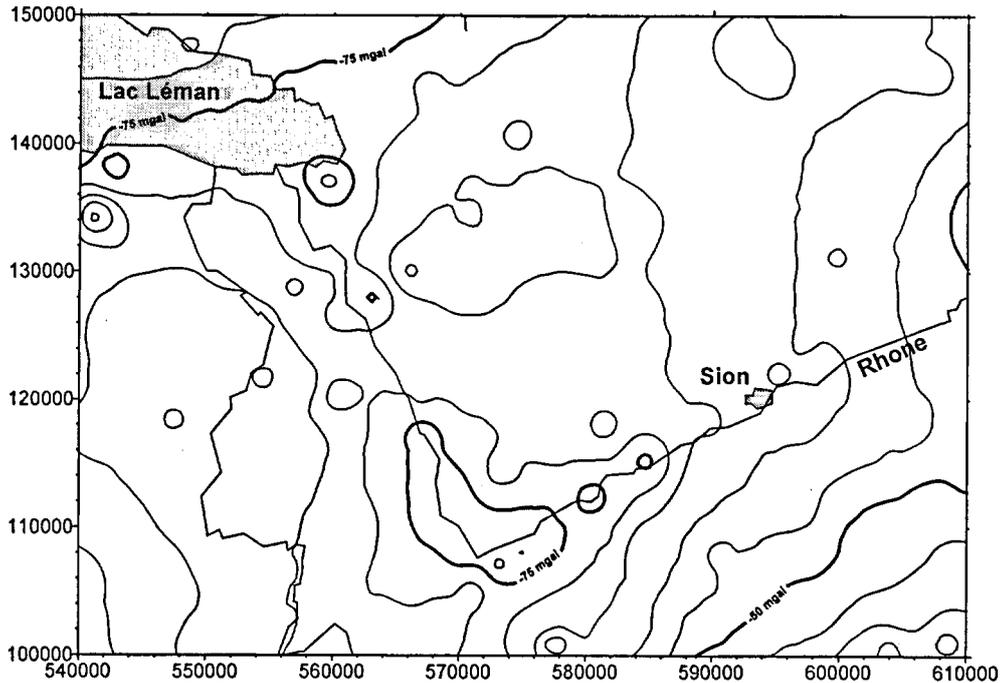


Abbildung 7.16: Einfluss der Seen auf die Schwere [in mgal]

Abbildung 7.16 zeigt, dass der Einfluss der Seen auf die Schwere durch Messungen an Land praktisch nicht spürbar ist. Bereits im Stadtzentrum von Lausanne oder Genf beträgt die Wirkung deutlich unter einem mgal, obwohl sie in der Seemitte mehr als 20 mgal ausmacht. Zu beachten ist bei diesen Zahlen, dass die Berechnungen mit einem Dichtekontrast gegenüber dem Topographiemodell von  $-1.67 \text{ gcm}^{-3}$  berechnet wurden und nicht mit der Dichte des Wassers.

Der Einfluss der Seen auf die Lotabweichung erreichen Maximalwerte von mehr als 5" und der maximale Einfluss auf die Lotkrümmung beträgt etwa 1.7" am Ufer des Lac Léman.

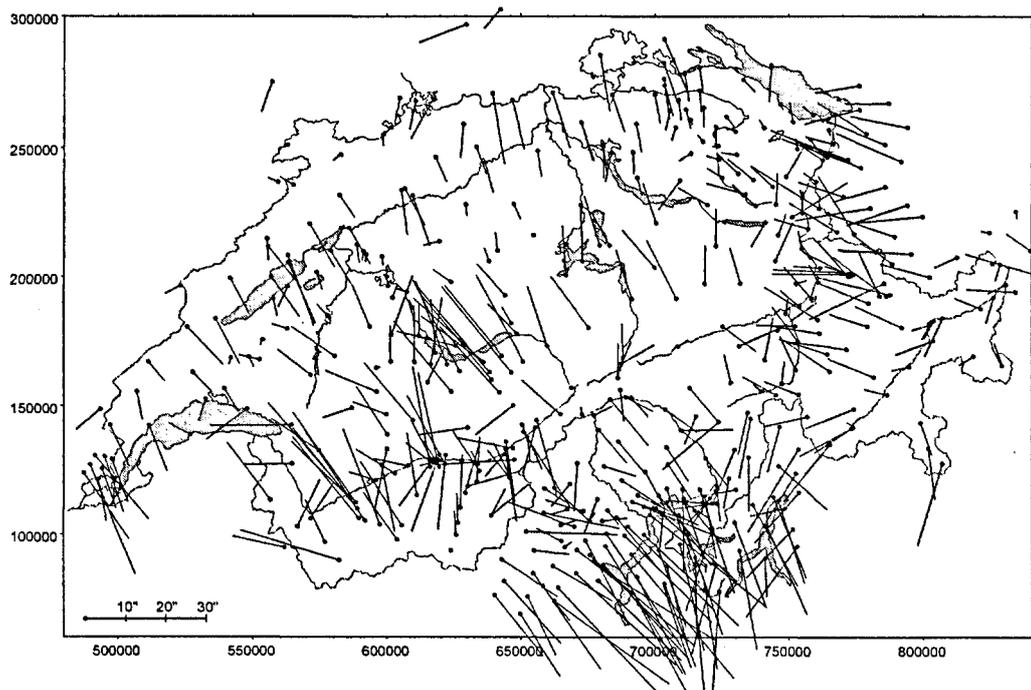
Für die Sedimente der Talfüllungen besteht noch kein umfassendes Modell. Einzig im Tessin und im grenznahen Italien wurden die Ablagerungen der grössten Flüsse mit einigen wenigen Quadern und Dreiecksprismen modelliert. Es handelt sich dabei um dasjenige Modell, welches in [Bürki, 1989] beschrieben wurde. Als grösste Einflüsse wurden dabei in der Magadino-Ebene Werte von etwa 2.2" für die Lotabweichung und 9.7 mgal für die Schwere gefunden. Zu beachten ist dabei jedoch, dass für die grössten Sedimentbecken der Schweiz (diejenigen von Rhein und Rhone) noch kein Modell verwendet wurde. Dieser Mangel wird in der folgenden Abbildung 7.17 aufgezeigt, welche einen Ausschnitt des Residualfelds der Schwere darstellt, wo im unteren Wallis deutlich der Einfluss der reduzierten Dichte des Rhonetals erkennbar ist.



*Abbildung 7.17: Ausschnitt der um alle Massenmodelle reduzierten Schweren im Unterwallis mit deutlich erkennbarem Einfluss der Sedimente des Rhonetals.*

#### 7.4.7 Reduzierte Beobachtungen

In diesem Unterkapitel wird nun in einer Serie von Abbildungen die Wirkung der Reduktion der Massenmodelle auf die Regularisierung des Schwerfeldes dargestellt. Die hauptsächliche Aufmerksamkeit wird dabei den Lotabweichungen geschenkt, da sich bei ihnen der Effekt besonders schön beobachten lässt.



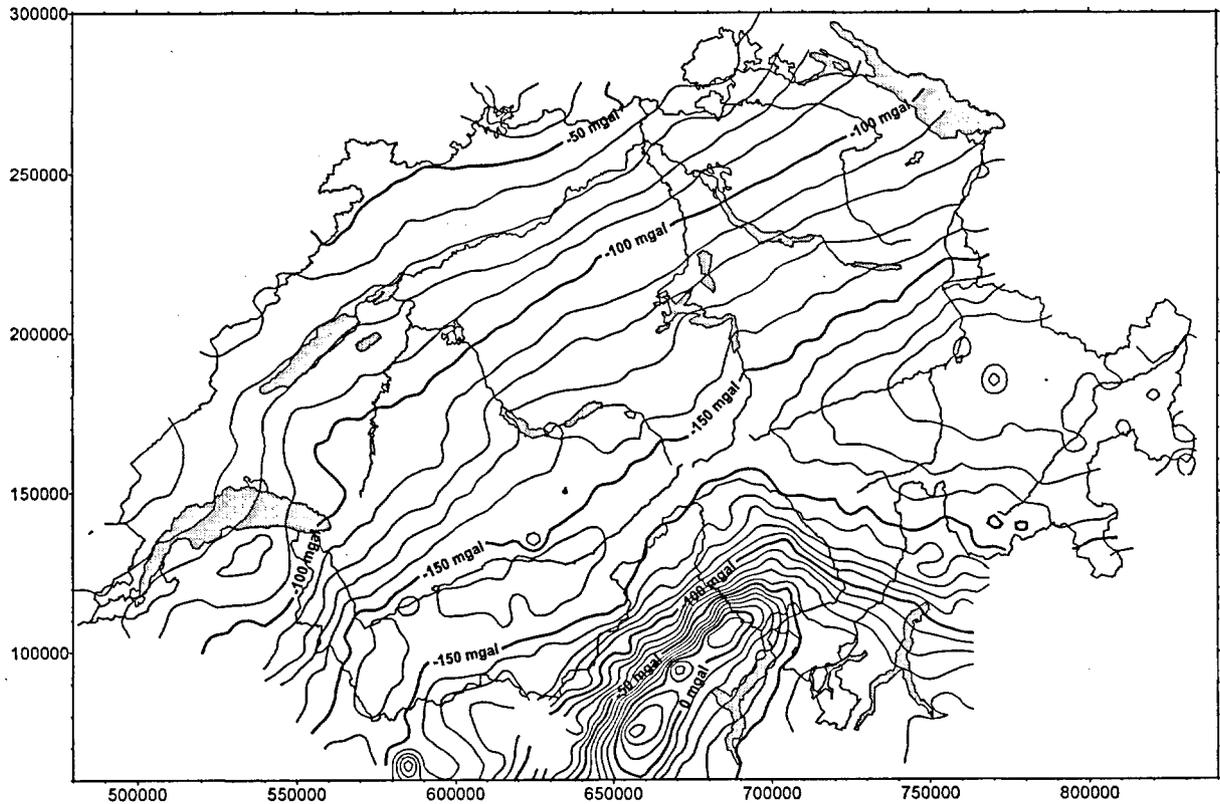
*Abbildung 7.18: Beobachtete Lotabweichungen*

Die beobachteten Lotabweichungen zeigen einen sehr unruhigen Verlauf, welcher insbesondere durch die Topographie verursacht ist. Innerhalb von wenigen km können Differenzen von mehr als 60" auftreten. Dies ist insbesondere im Testnetz Turtmann besonders deutlich, wo die meisten Stationen an den gegenüberliegenden Bergflanken des Rhonetals liegen. Die absolut grössten Werte von über 40" sind im Tessin und in Norditalien am Südrand der Alpen und im Einfluss der Ivrea-Zone zu finden. Im Mittelland dagegen zeigen die Lotabweichungen einen bedeutend ruhigeren Verlauf.

Die Topographie (inklusive oberflächennahe Dichteanomalien des Ivrea-Körpers und der Po-Sedimente) ist also das erste Massenmodell (neben dem Normalfeld), welches reduziert wurde. Das ergibt das Bild in Abbildung 7.19 für die Lotabweichungen und Abbildung 7.20 für die Schwere, welches den Bouguer-Anomalien entspricht und in guter Übereinstimmung mit den von Klingelé und Olivier [1980] veröffentlichten Karte steht.

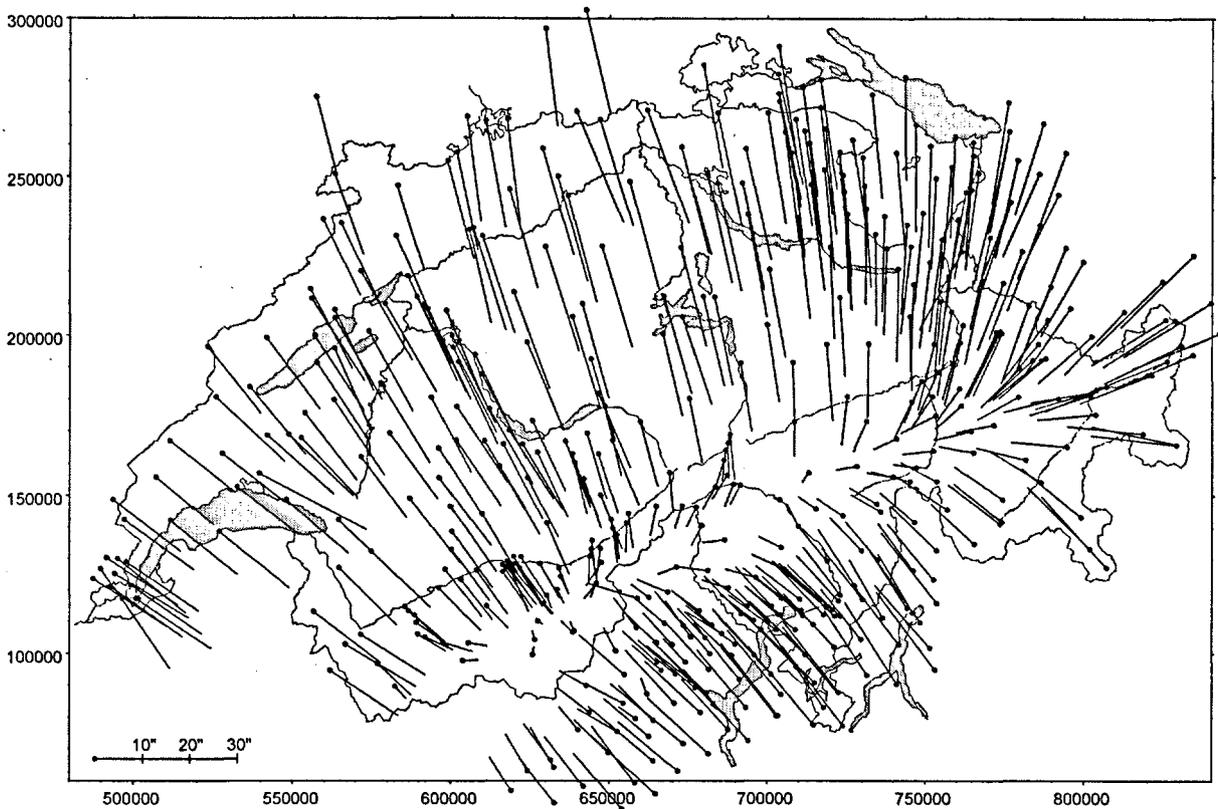


**Abbildung 7.19:** *Topographisch reduzierte Lotabweichungen*



**Abbildung 7.20:** *Topographisch reduzierte Schweredaten (Bouguer-Anomalien)*

Die grössten Unregelmässigkeiten in den topographisch reduzierten Beobachtungen treten im Tessin und in Norditalien auf. Dies ist die Folge des Einflusses des Ivrea-Körpers. Zudem enthalten diese Anomalien einen Trend, welcher hauptsächlich durch die Moho verursacht ist. Bereits sind einzelne Messungen deutlich als Ausreisser zu erkennen. Um die Unregelmässigkeiten weiter zu eliminieren, wurden im nächsten Schritt die Wirkungen von Ivrea-Körper, Po-Sedimenten aber auch von lokalen Störmassen (Seen, Gletscher) subtrahiert, was für die Lotabweichungen das Bild von Abbildung 7.21 ergibt.



**Abbildung 7.21:** Lotabweichungen reduziert um Topographie, Ivrea-Körper, Po-Sedimente, Seen und Gletscher

Diese Residuallotabweichungen verlaufen ausserhalb der Alpen sehr ruhig und zeigen entlang des Alpenhauptkamms eine Konzentration aufgrund der grösseren Krustenmächtigkeit. Deshalb wurden in einem weiteren Reduktionsschritt nun auch die Wirkungen des Moho-Modells eliminiert. Dies ergibt die in Abbildung 7.22 dargestellten Residuallotabweichungen. Auffallend an dieser Darstellung ist insbesondere der starke noch verbleibende Trend in den Lotabweichungen in Richtung Nordwesten, welcher im nächsten Kapitel noch etwas genauer zu diskutieren ist und die nun deutlich sichtbaren Ausreisser in den Messungen (Lotabweichungen bei Genf, Lausanne, Chur und einige in der Ivrea-Zone), welche im weiteren Verlauf der Berechnungen nicht mehr berücksichtigt wurden.

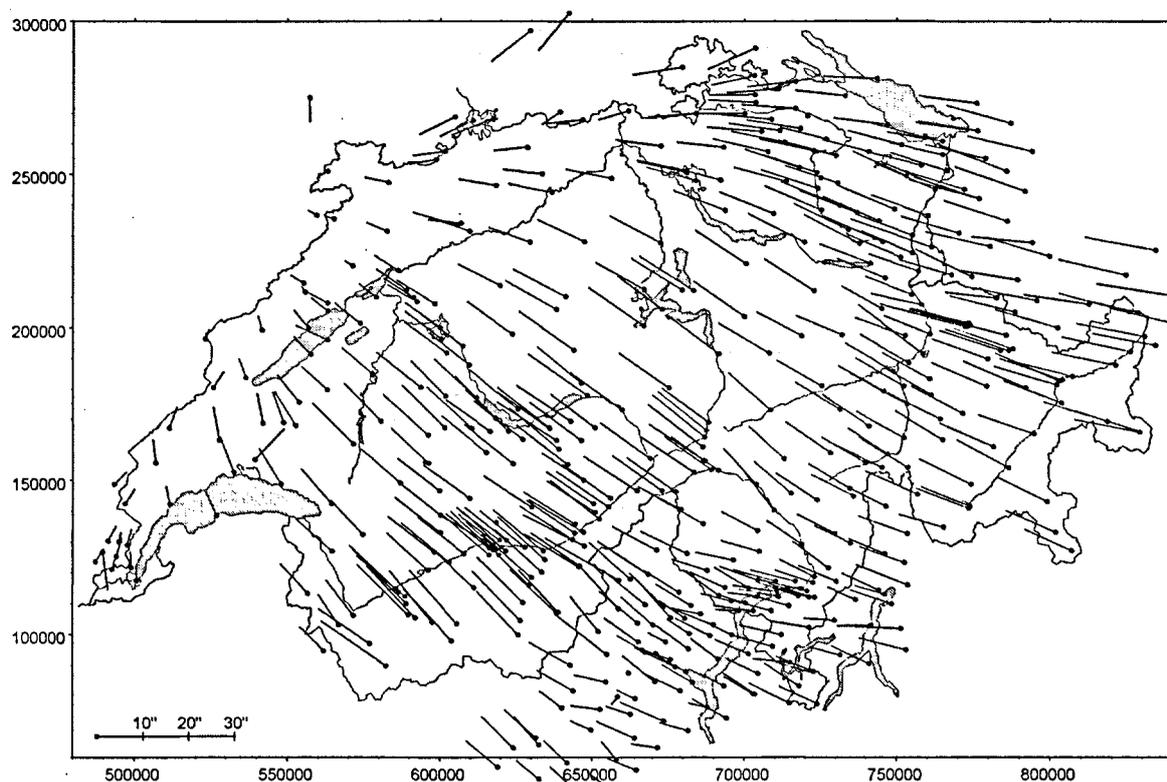


Abbildung 7.22: Lotabweichung reduziert um alle bekannten Massenmodelle

## 7.5 Der Trend der Residuen

Der nach der Reduktion verbleibende Trend ist der durch unsere Massenmodelle nicht erklärbare Anteil der Schwerefeldbeobachtungen. Er wird durch nicht berücksichtigte Massen und durch die Wahl des Bezugssystems verursacht.

Einige Möglichkeiten seiner Ursachen seien hier aufgezählt:

- In Kapitel 7.4.1.1 wurde der Einfluss der Topographie ausserhalb des von uns verwendeten Modells diskutiert. Als Summe der Landmassen und der Wassermassen haben wir dort Effekte von bis maximal 5" auf die Lotabweichungen berechnet. Falls wir noch ein Isostasiemodell einführen, werden die Beträge eher kleiner. In unserem Residualfeld betragen aber die Lotabweichungskomponenten im Mittel mehr als 10". Die topographischen Massen ausserhalb unseres Einzugsgebiets vermögen somit die Residuen nicht vollständig zu erklären, haben aber das richtige Vorzeichen.
- Durch eine Variation des Dichtekontrasts an der Moho lässt sich der Trend des Residualfelds sehr stark beeinflussen, da die Mohowirkung mit den Residuen der Lotabweichungen aber auch mit denjenigen der Schweren eine hohe Korrelation aufweisen. Um den Trend nördlich der Alpen zu eliminieren, müsste der Dichtekontrast an der Krusten-Mantel-Grenze jedoch von den verwendeten  $0.40 \text{ g/cm}^3$  auf einen Wert von  $0.26 \text{ g/cm}^3$  reduziert werden, was auf eine tiefe Lithosphärenwurzel mit relativ positivem Dichtekontrast hindeuten würde.
- Die Wahl des Referenzsystems hat einen grossen Einfluss auf den Trend der Lotabweichungen, nicht jedoch auf denjenigen der Schweren. Falls wir alle Resultate in

bezug auf das ETRS89 anstatt des CH1903 darstellen, so würden sich die Nord-Süd-Komponenten um etwa 4.7" und die West-Ost-Komponenten um etwa 1.8" erhöhen. Dieser Vektor zeigt jedoch nicht in Richtung des Trends der Residuen der Lotabweichungen und vermag ihn deshalb nicht zu erklären.

Diese Zusammenstellung zeigt auf, dass es uns nicht gelingt, den Trend des Residualfelds in einfacher Weise zu erklären. Wir begnügen uns damit, dass er von nicht näher definierbaren, weit entfernten Störmassen verursacht wird und somit keinen wesentlichen Einfluss auf die Lotkrümmung hat. Unter dieser Annahme ist es erlaubt, den Trend vor der Interpolation des Restfeldes zu subtrahieren und nachträglich wieder zu addieren. Dieses Vorgehen erlaubt uns, die Beträge der Residuen klein zu halten und auf Null zu zentrieren. Damit kann die Genauigkeit der Interpolation gesteigert werden.

Falls alle Massen ausserhalb des Geoids reduziert wurden, müssen die Residuen des Störpotentials  $V$  die Laplace-Bedingung der Potentialtheorie

$$\Delta V = \nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

erfüllen. Das heisst auch, dass für den Trend eine harmonische Funktion angesetzt werden muss. Dazu bieten sich einerseits räumliche Kugelfunktionen, aber auch harmonische Polynome an.

Für die Berechnungen der vorliegenden Arbeit wurde in einem ersten Schritt versucht, einfache Polynome zu verwenden und die Laplace-Bedingung als Nebenbedingung einer vermittelnden Ausgleichung zur Bestimmung der Koeffizienten einzuführen. Dies entspricht einem in [Geiger, 1990] beschriebenen Verfahren. Dadurch konnte das Residualfeld jedoch nicht genügend genau approximiert werden, und die Berechnung eines Trends erfüllte den Zweck der Reduktion der Absolutbeträge der Signale nicht mehr. Deshalb wurde in einem zweiten Versuch probiert, aus den Residuallotabweichungen die zweiten Ableitungen des Schwerefelds in der x- und y-Richtung zu bestimmen. Zusammen mit der Laplace-Bedingung ist somit der Schweregradient in den Messpunkten bestimmt. Durch dieses Verfahren erhält man eine sehr gute Anpassung der Trendfunktion an die Residuen. Die berechneten Schweregradienten ergaben jedoch so grosse Werte, dass auch dieses Verfahren verworfen werden musste.

Als Ansatz für die Reduktion des Trends wurde somit keine harmonische Funktion gewählt, sondern ein einfaches Polynom, dessen Grad zwischen 2 und 5 variiert wurde. Damit

verlassen wir zwar den Weg eines physikalisch korrekten Ansatzes und führen eventuell Inkonsistenzen zwischen Lotabweichungen und Schweren ein, erleichterten uns jedoch die Interpolation des Residualfelds. Für die definitive Berechnung wurde ein Grad von 4 gewählt. Die daraus entstehenden Residuen sind in den folgenden Abbildungen dargestellt:

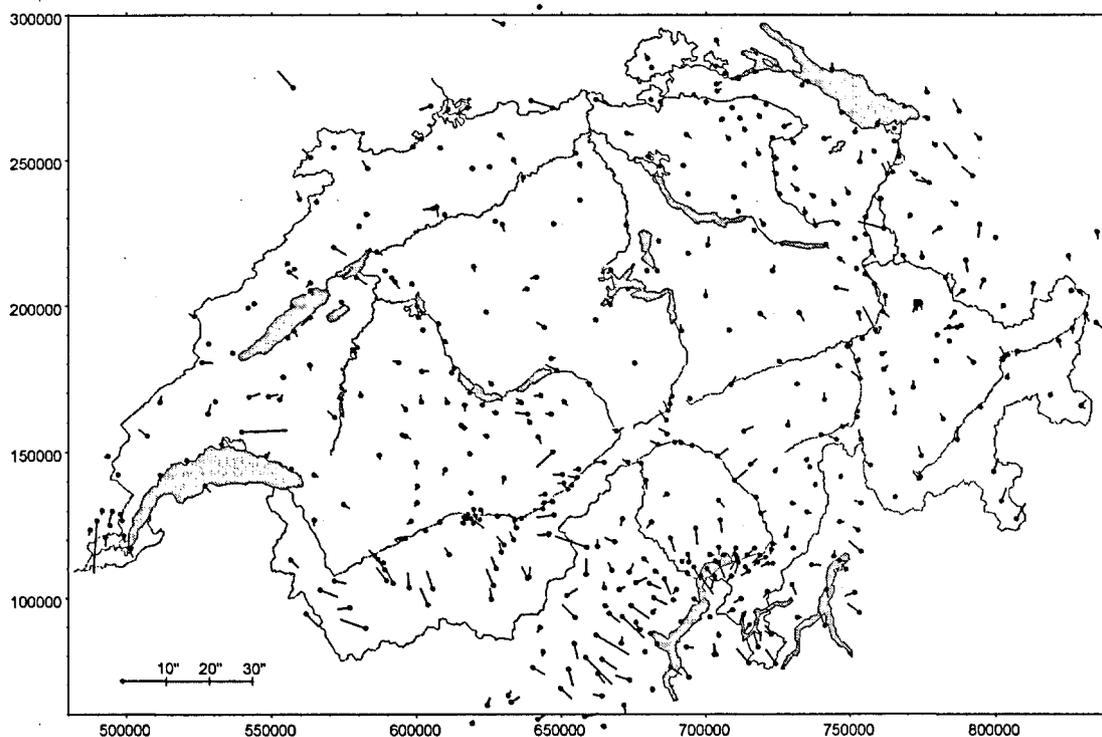


Abbildung 7.23: Residuallotabweichungen korrigiert um Trend 4. Grades

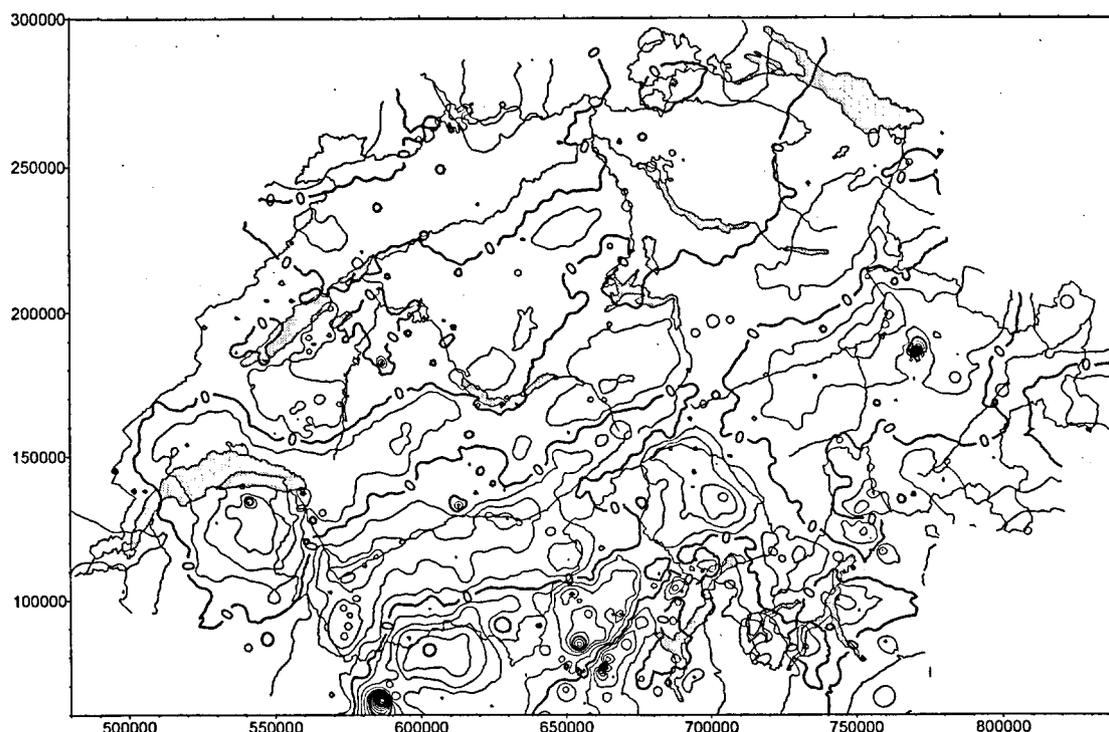
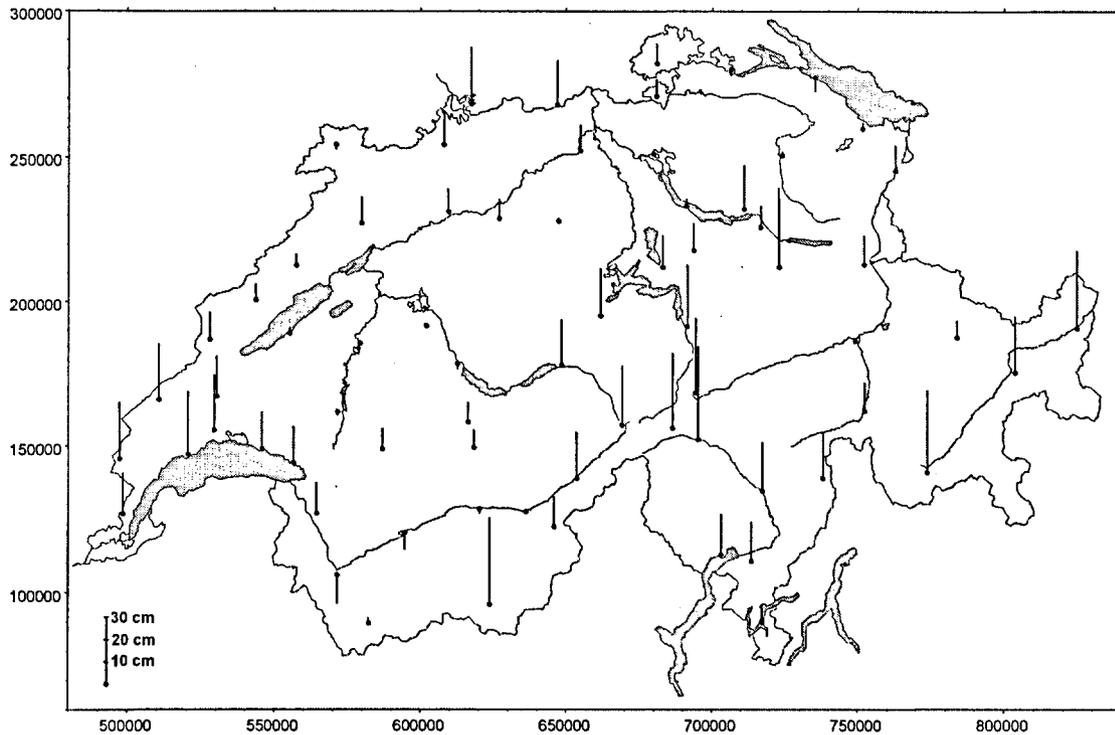


Abbildung 7.24: Residualschweren korrigiert um Trend 4. Grades (Isolinienabstand 5 mgal)



*Abbildung 7.25: Residuen der beobachteten Geoidundulationen korrigiert um Trend 4. Grades*

Die in diesen Abbildungen dargestellten trendreduzierten Beobachtungen wurden zunächst dazu verwendet, um Ausreisser zu detektieren und von den weiteren Berechnungen auszuschliessen. Dies geschah manuell, allein aufgrund der vorangehenden Abbildungen. Bei den beobachteten Geoidundulationen ist dieser Schritt jedoch nicht sehr einfach durchzuführen, da die verwendete Punktdichte zu gering ist, um die Ausreisser leicht zu entdecken. Hierzu musste zuerst eine Kollokation unter Verwendung sämtlicher Beobachtungen durchgeführt werden. Aus den daraus berechneten Verbesserungen konnten schliesslich einige grob falsche Beobachtungen eliminiert werden.

Über die dargestellten Residuen kann generell gesagt werden, dass sie im Flachland deutlich ruhiger verlaufen als im Alpenraum (insbesondere Ivreagebiet), was auf vernachlässigte Dichtekontraste im Topographiemodell zurückzuführen ist. Deutlich sind in allen drei Abbildungen noch verbleibende systematische Effekte in einigen Gebieten zu erkennen, welche weder durch die Massenmodelle noch durch die Trendfunktion erfasst werden konnten. Diese müssen anschliessend durch den in Kapitel 8 beschriebenen Kollokationsansatz interpoliert werden.

## 8. Interpolation des Residualfelds

### 8.1 Einführung, Mathematische Grundlagen

Nach der Reduktion der Beobachtungen um die Einflüsse der Modellmassen, erhalten wir ein Residualfeld von reduzierten Lotabweichungen, Geoidhöhen und Schwerewerten, welches nun mit einer geeigneten Methode kombiniert und interpoliert werden muss. Dazu hat sich die multivariate Kollokation als ein sehr vielseitiges Mittel zur Kombination solch unterschiedlicher Typen von Messungen erwiesen. Dabei werden mittels statistischer Methoden Varianzen und Kovarianzen zwischen den Beobachtungen modelliert. Als entscheidende Grössen treten dabei die Auto- und Kreuz-Kovarianzfunktionen zwischen den reduzierten Beobachtungen mit ihren Parametern auf. Die Beschreibung der Grundlagen der Kollokationsmethode sind in dieser Arbeit bewusst sehr kurz gehalten, da bereits in [Gurtner, 1978] und [Wirth, 1990] gute Darstellungen, zum Teil mit Herleitung, zu finden sind. Eine umfassendere Präsentation ist in [Moritz, 1980] enthalten. Wir beschränken uns deshalb hier auf die wichtigsten Grundideen und die wesentlichen benötigten Formeln.

Die Grundidee der Kollokationsmethode ist, dass durchgeführte Beobachtungen nicht nur als Realisierung eines mathematischen Modells (wie in der klassischen Ausgleichsrechnung), sondern noch zusätzlich durch einen nicht durch ein mathematisches Modell erklärbaren systematischen Anteil verursacht werden. Die Verbesserungen an den Beobachtungen werden somit nicht als voneinander unabhängige, unkorrelierte Grössen betrachtet, sondern sie werden in einen zusätzlich zu schätzenden Signalanteil  $\underline{s}$  und in einen unkorrelierten Noise-Anteil  $\underline{n}$  aufgespalten. Aufteilen lassen sich die Anteile von  $s$  und  $n$ , weil sie stochastisch unterschiedlich behandelt werden. Somit sehen die Beobachtungsgleichungen folgendermassen aus:

$$\underline{l} = F(\bar{x}) + \underline{s} + \underline{n} \quad (8-1)$$

wobei:

- $\underline{l}$       Beobachtungen
- $F(\bar{x})$    Funktionales Modell der unbekannt Parameter  $\bar{x}$
- $\underline{s}$       Signalvektor
- $\underline{n}$       Vektor des Rauschens (Noise)

Nach der Linearisierung erhalten wir die Verbesserungsgleichungen in der Form:

$$\underline{0} = A\underline{x} - \underline{l} + \underline{s} + \underline{n} \quad (\text{Linearisiert um Zentrum } 0)$$

$$\underline{0} = A\underline{x}' - \underline{f} + \underline{s} + \underline{n} \quad \text{mit } \underline{f} = \underline{l} - \underline{F}(\bar{x}^0)$$

und  $\underline{x}' =$  verkürzte Parameter

Als Ansatz für das stochastische Modell wird sowohl  $s$  als auch  $n$  als normalverteilt mit Erwartungswert 0 und den Kovarianzmatrizen  $C_{ss}$ , respektive  $C_{nn}$  gewählt. Zudem wird angenommen, dass die Signale und das Rauschen nicht untereinander korreliert sind ( $C_{ns} = 0$ ).

Die Matrix  $C_{nn}$  kann als bekannt angenommen werden. Sie entspricht der Kovarianzmatrix der Messungen in einer klassischen vermittelnden Ausgleichsrechnung und wird üblicherweise diagonal angesetzt.

Die Elemente von  $C_{ss}$  sind als die Erwartungswerte der Kovarianzen der Signale definiert und aus grossen Beobachtungsreihen empirisch bestimmbar. Im allgemeinen wird diese empirische Kovarianzfunktion so angesetzt, dass sie nur von der relativen Lage zweier Punkte abhängt (Homogenität) und dass sie richtungsunabhängig ist (Isotropie). Somit lässt sich eine distanzabhängige Kovarianzfunktion  $C_{ss}$  formulieren, welche ein Maximum bei einer Distanz von 0 hat und, je weiter die Punkte auseinander liegen, gegen 0 streben. Weiteres zur Kovarianzfunktion folgt in Kapitel 8.3.

Bei bekannten  $C_{nn}$  und  $C_{ss}$  lassen sich die unbekannt Parameter  $\underline{x}'$  sowie die Signale und das Rauschen in den Stützpunkten mit der Methode der kleinsten Quadrate berechnen:

$$\underline{x}' = (A^T C_{zz}^{-1} A)^{-1} \cdot A^T C_{zz}^{-1} \underline{f}$$

$$\underline{s} = C_{ss} \cdot C_{zz}^{-1} \underline{f}$$

$$\underline{n} = C_{nn} \cdot C_{zz}^{-1} \underline{f}$$

wobei gilt:  $C_{zz} = C_{ss} + C_{nn}$

Von Bedeutung ist, dass die Signale nicht nur in den Stützpunkten selbst, sondern auch in allen weiteren Punkten prädiert werden können, falls die dazu gehörige Kreuz-Kovarianzmatrix  $C_{s_s}$  bekannt ist. Ein grosser Vorteil ist zudem, dass der sogenannte Korrelatenvektor  $k = C_{zz}^{-1} \cdot \underline{f}$  bei gegebenen Stützpunkten und Stützwerten konstant ist und nur einmal gerechnet werden muss.

Die Varianz-Kovarianz-Matrix  $\Sigma_{s's'}$  der prädizierten Signale (inklusive Anteil des mathematischen Modells) lässt sich mit folgender Formel berechnen:

$$\Sigma_{s's'} = C_{s's'} - C_{s's} \cdot C_{zz}^{-1} \cdot C_{s's'}^T + (C_{s's} C_{zz}^{-1} A - A') (A^T C_{zz}^{-1} A)^{-1} (A^T (C_{s's} C_{zz}^{-1})^T - A'^T)$$

Diese Varianz-Kovarianz-Matrix kann bereits a priori berechnet werden. Das heisst, dass sie sich allein aus der Stützpunktverteilung, der Position der Neupunkte und der Kovarianzmatrizen  $C_{ss}$  des Signals und  $C_{nn}$  des Rauschens bestimmen lässt, ohne dass die eigentlichen Messwerte bekannt sein müssen.

In der kombinierten Schwerfeldbestimmung kann man von der Kollokationsmethode insofern Gebrauch machen, als dass in den allgemeinen Formeln keine Beschränkung über die Art der Signale gemacht wird. Deshalb ist es möglich, solch unterschiedliche Grössen wie Lotabweichungen, Geoidundulationen und Schwereanomalien in einem einzigen Berechnungsschritt zu interpolieren. Es ist auch möglich, weitere Grössen, welche mit dem Schwerfeld korreliert sind, in die Berechnungen einzubeziehen, wie dies Wirth und Geiger [1990] für den Fall der Oberflächendichte getan haben. Diese Möglichkeiten sind ein wesentlicher Grund dafür, weshalb die Kollokation als eines der stärksten Interpolationsmittel insbesondere für die Schwerfeldbestimmung betrachtet wird.

## 8.2. Anwendung der Kollokation in der Schwerfeldbestimmung

Der allgemeine Ansatz für eine Kovarianzfunktion  $\Phi$  sieht so aus, dass die Kovarianz für nahe gelegene Punkte ein Maximum aufweist und mit wachsendem Abstand gegen 0 geht. Sie kann rein empirisch aus vorhandenen Messreihen bestimmt werden, wobei für zentrierte Messungen gilt, dass der Erwartungswert  $E$  des Produkts zweier Messungen mit Abstand  $r$  eine Schätzung für die Kovarianzfunktion  $\Phi(r)$  darstellt. Also:

$$E[\ell_i \cdot \ell_k] = \Phi_{i,k} \quad (8-2)$$

In praktischen Anwendungen können die empirischen Kovarianzfunktionen für homogene Ansätze also dadurch geschätzt werden, dass für alle auftretenden Messtypen für gewisse Distanzklassen (bei anisotropen Ansätzen auch für Azimutklassen) die Produkte der Messungen gebildet werden. Sehr oft werden aber die Kovarianzfunktionen nicht rein empirisch angesetzt, sondern als eine mathematische Funktion mit unbekanntem Parametern (meistens zwei: ein Mass  $s_0^2$  für die Amplitude, welche der Varianz des Signals entspricht und

die Korrelationslänge oder charakteristische Distanz  $d$ ), wobei nur diese empirisch bestimmt werden. Einige verwendbare und in der Schweiz für Schwerefeldbestimmungen zumindest getestete Funktionen  $\Phi$  seien hier aufgelistet:

$$\Phi(r) = \sigma_0^2 \cdot e^{-\frac{r}{d}} \quad \text{Exponentialmodell nach Shaw}$$

$$\Phi(r) = \sigma_0^2 \cdot e^{-\frac{r^2}{d^2}} \quad \text{Gauss'sche Glockenkurve}$$

$$\Phi(r) = \sigma_0^2 \cdot \frac{d}{\sqrt{r^2 + d^2}} \quad \text{1/r - Modell nach Wirth}$$

$$\Phi(r) = \sigma_0^2 \cdot \frac{d^2}{r^2 + d^2} \quad \text{1/r}^2 \text{ - Modell nach Hirvonen}$$

$$\Phi(r) = \sigma_0^2 \cdot \left(1 + \frac{r}{d} + \frac{r^2}{3d^2}\right) \cdot e^{-\frac{r}{d}} \quad \text{Markov-Modell 3. Ordnung}$$

Alle diese Funktionen sind homogen und isotrop. Sie hängen nur vom Abstand der beiden Punkte ab und können für gleichartige Beobachtungen angesetzt werden - im Fall der Schwerefeldbestimmung also zwischen Geoidundulationen oder für Schwereanomalien jeweils untereinander.

Der Parameter  $d$  (charakteristische Distanz, Korrelationslänge) hat dabei einen entscheidenden Einfluss auf die Schwerefeldinterpolation. Er ist ein Mass für die Glättung der resultierenden Funktion. Falls er zu klein gewählt wird, so ist die Interpolation in Gebieten mit geringer Stützpunktdichte ungenügend. Wird er zu gross gewählt, so werden die Stützwerte zu stark gefiltert.

Der andere Parameter  $\sigma_0$  hat keinen direkten Einfluss auf die Schwerefeldinterpolation. Erst in Verbindung mit dem Noise ( $C_{nn}$ -Matrix) bestimmt er den Grad der Filterung der Stützwerte. Für die a priori Genauigkeitsbestimmung wirkt er wie ein Massstabsfaktor.

Da die Geoidundulationen, Lotabweichungen und Schwereanomalien nicht unabhängig voneinander sind, sondern alle durch dasselbe Störpotential verursacht werden, dürfen nach der Wahl einer Kovarianzfunktion die weiteren Funktionen nicht mehr frei gewählt werden, sondern müssen aus den bekannten Beziehungen zwischen den Schwerefeldgrössen (Stokes, Vening-Meinesz, Differentialbeziehungen) hergeleitet werden. Fall wir die Auto-

Kovarianzfunktion  $\Phi_{NN}$  der Geoidundulationen oder Höhenanomalien vorgeben, so gelten für die weiteren Auto- und Kreuz-Kovarianzfunktionen für die Schwerefeldbestimmung:

$$\begin{aligned} \Phi_{N\xi} &= -\Phi_{\xi V} = -\frac{\partial}{\partial x} \Phi_{NN} & \Phi_{N\eta} &= -\Phi_{\eta V} = -\frac{\partial}{\partial y} \Phi_{NN} \\ \Phi_{Nz} &= -g_0 \frac{\partial}{\partial z} \Phi_{NN} & \Phi_{\xi\eta} &= \Phi_{\eta\xi} = -\frac{\partial^2}{\partial y \partial x} \Phi_{NN} \\ \Phi_{\xi\xi} &= -\frac{\partial^2}{\partial x^2} \Phi_{NN} & \Phi_{\eta\eta} &= -\frac{\partial^2}{\partial y^2} \Phi_{NN} \\ \Phi_{\xi\xi} &= -g_0^2 \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \Phi_{NN} = g_0^2 (\Phi_{\xi\xi} + \Phi_{\eta\eta}) \\ \Phi_{g\xi} &= -\frac{\partial}{\partial z} \Phi_{N\xi} & \Phi_{g\eta} &= -\frac{\partial}{\partial z} \Phi_{N\eta} \end{aligned}$$

Diese Ableitungen sind nicht immer einfach zu bilden. Insbesondere die Kreuz-Kovarianzfunktionen, bei welchen die Schweren beteiligt sind, lassen sich für zweidimensionale Ansätze nicht aus diesen einfachen Formeln herleiten, sondern folgen aus der Fourier-Transformation der Stokes-Formel.

In der vorliegenden Arbeit wurden das Markov-Modell 3. Ordnung sowie das 1/r-Modell für die Schwerefeldberechnung getestet und verwendet. Alle Kovarianzfunktionen dieser Modelle sind in [Wirth, 1990] zusammengestellt.

### 8.3 Bestimmung der Parameter einer Kovarianzfunktion

Wie bereits in Kapitel 8.2 erwähnt, müssen die Parameter einer Kovarianzfunktion ( $\sigma$  und  $d$ ) empirisch aus den Messungen geschätzt werden. Dabei können wir Formel 8.2 anwenden und die gesuchten Parameter aus den Produkten sämtlicher auf 0 zentrierter Messungen mit einer vermittelnden Ausgleichung bestimmen. Je kleiner dabei die Beträge des Residualfelds sind, desto schneller konvergiert die Lösung. Somit hat die verwendete Trendfunktion zumindest einen Einfluss auf die Konvergenzgeschwindigkeit der Lösung. So konnte bei der Anwendung eines Trendpolynoms 0. Grades (reine Zentrierung der Beobachtungen) überhaupt keine Konvergenz erreicht werden, bei einem Polynom 1. Grades waren etwa 40 Iterationsschritte nötig und bei einem Trendpolynom 4. Grades etwa 8 Iterationen.

Die Resultate selbst sind abhängig von der gewählten Kovarianzfunktion, der Stützpunktdichte, den Beträgen der Stützwerte und dem Grad der Glättung des Residualfelds, wie dies in der folgenden Zusammenstellung zu sehen ist:

verwendeter Datensatz	Grad des Trends	berechnete Parameter			
		Markov-Modell		1/r-Modell	
		d [m]	$\sigma_0$ ["]	d [m]	$\sigma_0$ ["]
alle Lotabweichungen	2	28945	2.65	65878	2.54
alle Lotabweichungen	3	22446	1.43	45850	1.42
alle Lotabweichungen	4	12532	1.22	27037	1.32
Hälfte der Lotab.	3	23770	1.49	48370	1.48
alle Schweren	4	10852	0.90		
alle LA und N	4	12114	1.22	19970	1.36

*Tabelle 8-1: Berechnete Parameter der Kovarianzfunktionen aus verschiedenen Datensätzen*

Diese Zusammenstellung zeigt, dass der Grad des Trendpolynoms einen sehr grossen Einfluss auf die Parameter der Kovarianzfunktionen hat. Je mehr die Beobachtungen reduziert werden, desto kleiner wird die charakteristische Distanz. Die Dichte der Stützpunkte hat dagegen einen viel geringeren Einfluss. Dies steht im Widerspruch zu der in [Wirth, 1990] gemachten Aussage, wonach die Stützpunktdichte im wesentlichen die Korrelationslänge bestimmt. Ebenfalls zu erkennen ist, dass die charakteristische Distanz für das Markov-Modell etwa halb so gross ist wie diejenige des 1/r-Modells, was auch weiter unten in Abbildung 8.8 zu erkennen ist.

Mit der Erhöhung des Grads des Trendpolynoms vermindert sich auch der Betrag der Varianz des Signals  $\sigma_0$ . Das heisst, dass die Genauigkeit der Schwerefeldbestimmung gesteigert werden kann, indem die Signale klein gehalten werden.

Die Einführung von 'beobachteten' Geoidundulationen hat in unserem Fall nur einen sehr geringen Einfluss auf die Parameter der Kovarianzfunktion. Dies ist eine Folge der gegenüber den Lotabweichungen sehr geringen Anzahl Messungen. Eine ähnliche Aussage kann gemacht werden, falls die Schweremessungen in die Auswertung einbezogen werden. Ihre grosse Menge bestimmt die Parameter. Die Lotabweichungen und Geoidundulationen bleiben praktisch ohne Einfluss.

---

Ebenfalls ohne wesentlichen Einfluss ist auch, ob die groben Ausreisser in den Messungen vor oder nach der Parameterschätzung eliminiert werden, da ihre geringe Anzahl nicht ins Gewicht fällt.

#### **8.4 A priori Genauigkeitsuntersuchungen für das Geoid**

In diesem Kapitel werden die a priori Genauigkeiten mit den Formeln aus Kapitel 8.1 gerechnet. Dies gibt uns einen Hinweis darauf, welche Beobachtungen zur Genauigkeitssteigerung der Schwerefeldbestimmung beitragen. Alle in diesem Kapitel gemachten Genauigkeitsangaben sind relativ zur Fundamentalstation in Zimmerwald zu verstehen. Der absolute Fehler dieser Station wurde dabei nicht berücksichtigt. Eine weitere Annahme ist auch, dass die Fehler des Geoids allein durch zufällige Messfehler verursacht werden und dass durch die benutzten Massenmodelle keine zusätzlichen Fehler eingeflossen sind. Alle in diesem Kapitel enthaltenen Darstellungen wurden mit dem Markov-Modell 3. Ordnung gerechnet. Der Unterschied zum  $1/r$ -Modell ist jedoch so gering, dass sich eine Darstellung der Unterschiede nicht lohnt.

Unsere Startlösung (Abbildung 8.1) wurde unter Berücksichtigung der Lotabweichungen berechnet. Die in Kapitel 7.4.7 als grob falsch detektierten Messungen wurden dabei eliminiert, und der Noise der mit verminderter Genauigkeit bestimmten Stationen wurde erhöht.

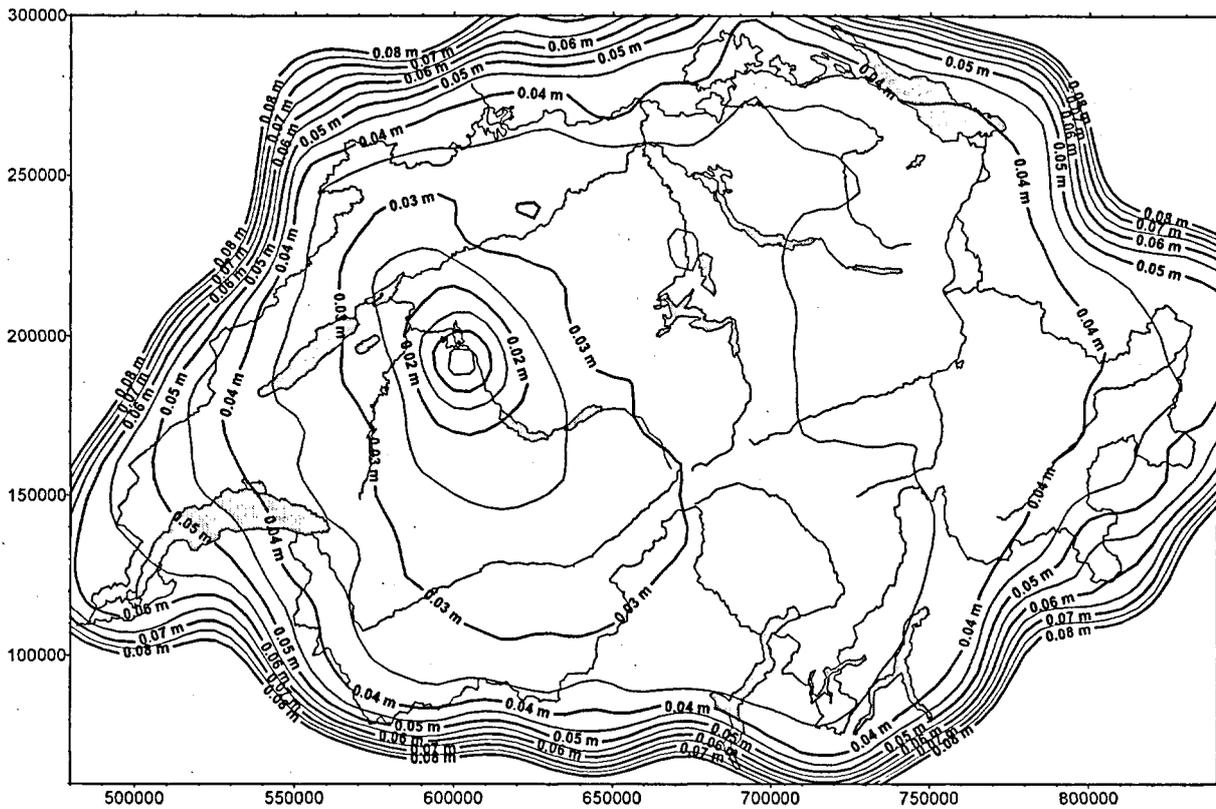
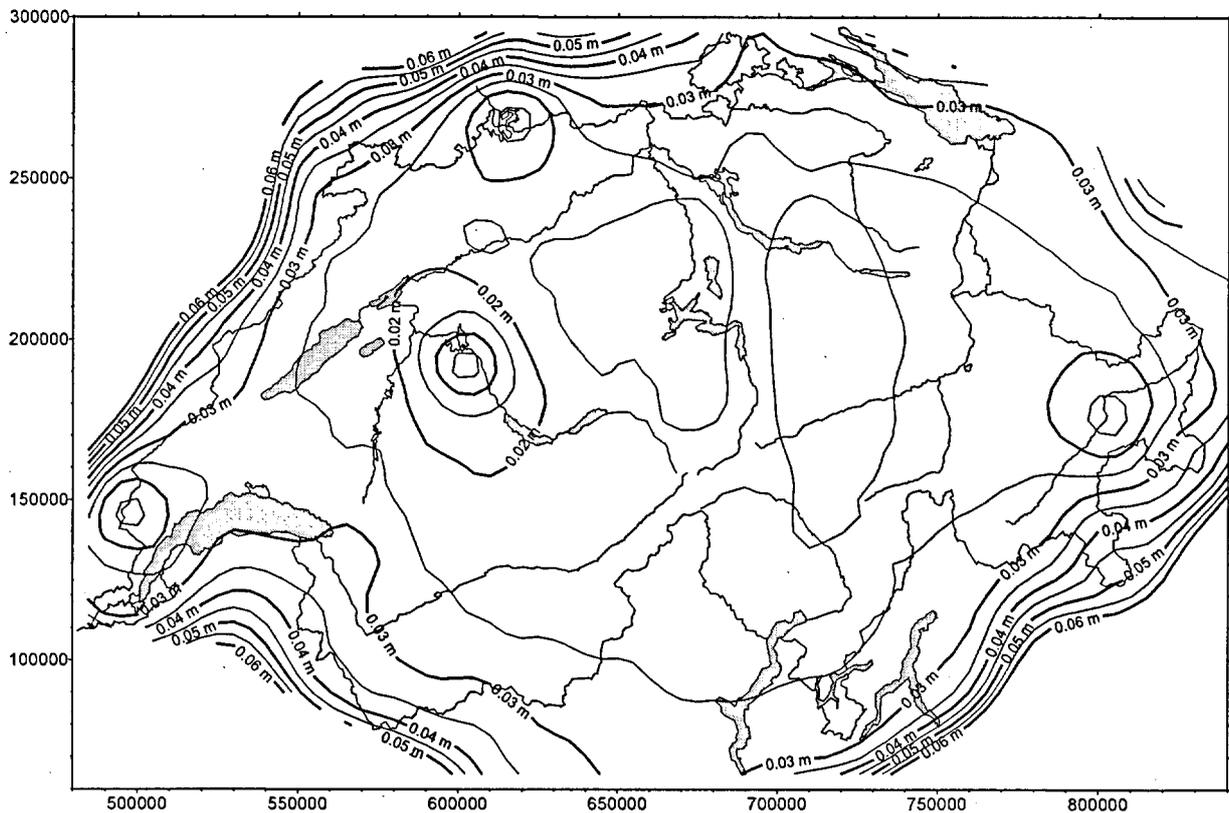


Abbildung 8.1: A priori Fehler der astrogeodätischen Geoidbestimmung (in Metern)

Die Genauigkeit ist in diesem Fall in einem Umkreis von etwa 10 km um Zimmerwald herum besser als 1 cm. Dieser Betrag erhöht sich sehr rasch auf 2 cm bevor die Kurve verflacht. Ein relativer Fehler von 3 cm wird in einer Entfernung von 40 bis 80 km (abhängig von der Stützpunktdichte) erreicht. Die 4-cm Kurve schliesst bereits mehr als 90% des Gebiets der Schweiz ein. Die Maximalwerte betragen schliesslich in Genf und im Puschlav etwa 6 cm. Aufgrund dieser Ergebnisse wurden 1995 im Gebiet des Genfer Sees und der Bündner Südtäler weitere astrogeodätische Beobachtungen durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Kampagne konnten jedoch nicht in die vorliegende Arbeit integriert werden, da die Auswertungen noch nicht abgeschlossen sind.

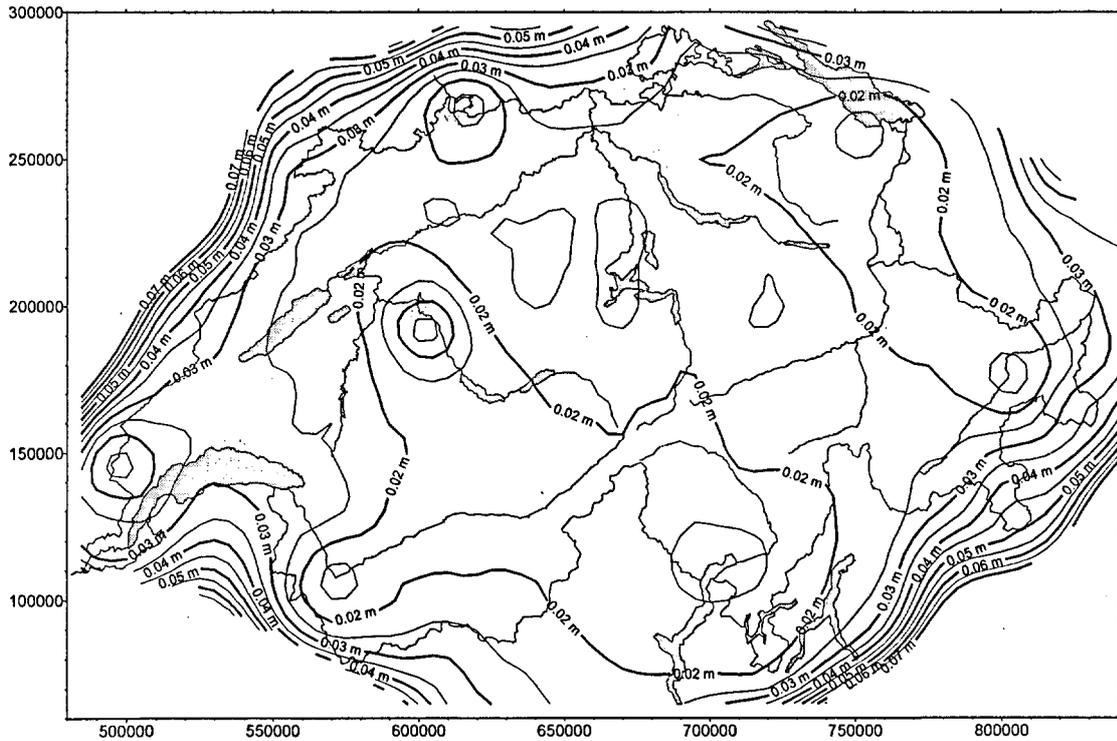
In einem weiteren Schritt wurde nun untersucht, inwiefern sich durch den Einbezug von 'direkt beobachteten' Geoidundulationen die Genauigkeit der astrogeodätischen Lösung steigern lässt. Als Genauigkeit für diese zusätzlichen Beobachtungen wurde angenommen, dass sowohl die orthometrische Höhe als auch die ellipsoidische Höhe einen Fehler von 1 cm aufweisen, was sicherlich sehr optimistisch ist.



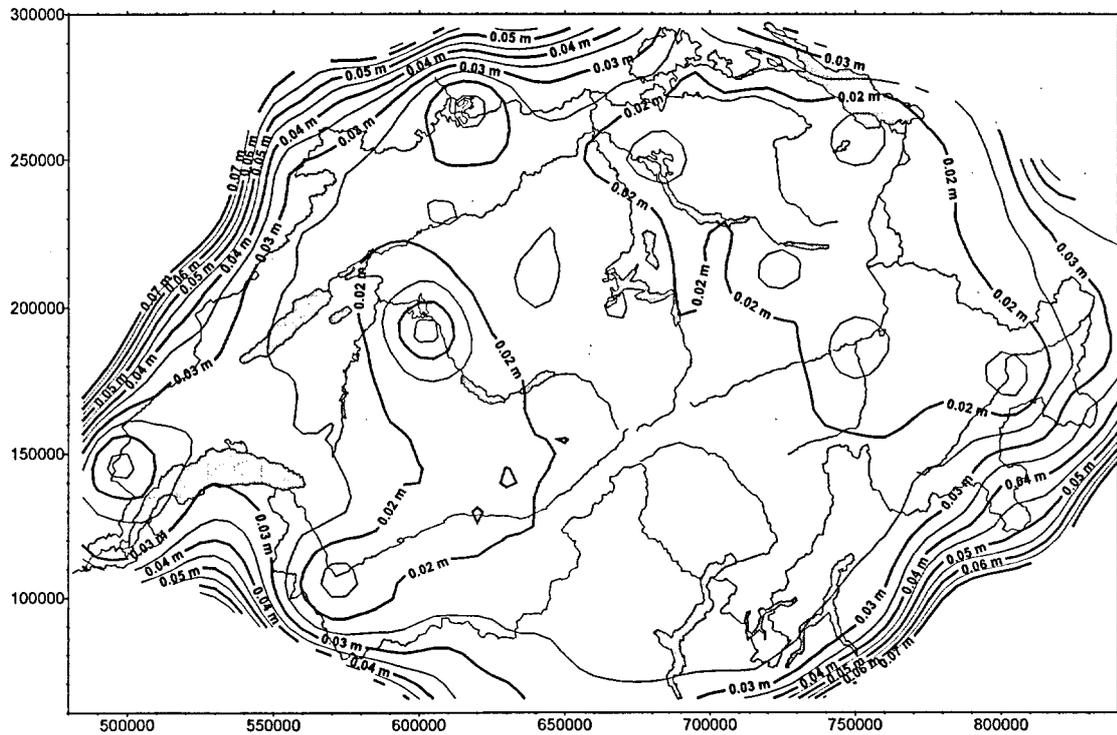
**Abbildung 8.2:** *A priori Fehler der astrogeodätischen Geoidbestimmung gestützt durch 4 zusätzliche GPS/Nivellement-Stationen*

Zunächst wurden an der Peripherie 3 GPS/Nivellement-Stationen (neben Zimmerwald) eingeführt (Abbildung 8.2). Die Lage der 1-cm und 2-cm Isolinie ändert sich dadurch gegenüber der reinen astrogeodätischen Lösung praktisch nicht. Die 3-cm Kurve umfasst aber bereits den grössten Teil der Schweiz. Durch einige wenige, aber hochgenaue Stützpunkte lässt sich die Genauigkeit des Geoids also rasch steigern.

Im folgenden wurde dieser Versuch fortgesetzt mit 7 (Abbildung 8.3) und 9 (Abbildung 8.4) zusätzlichen Punkten.



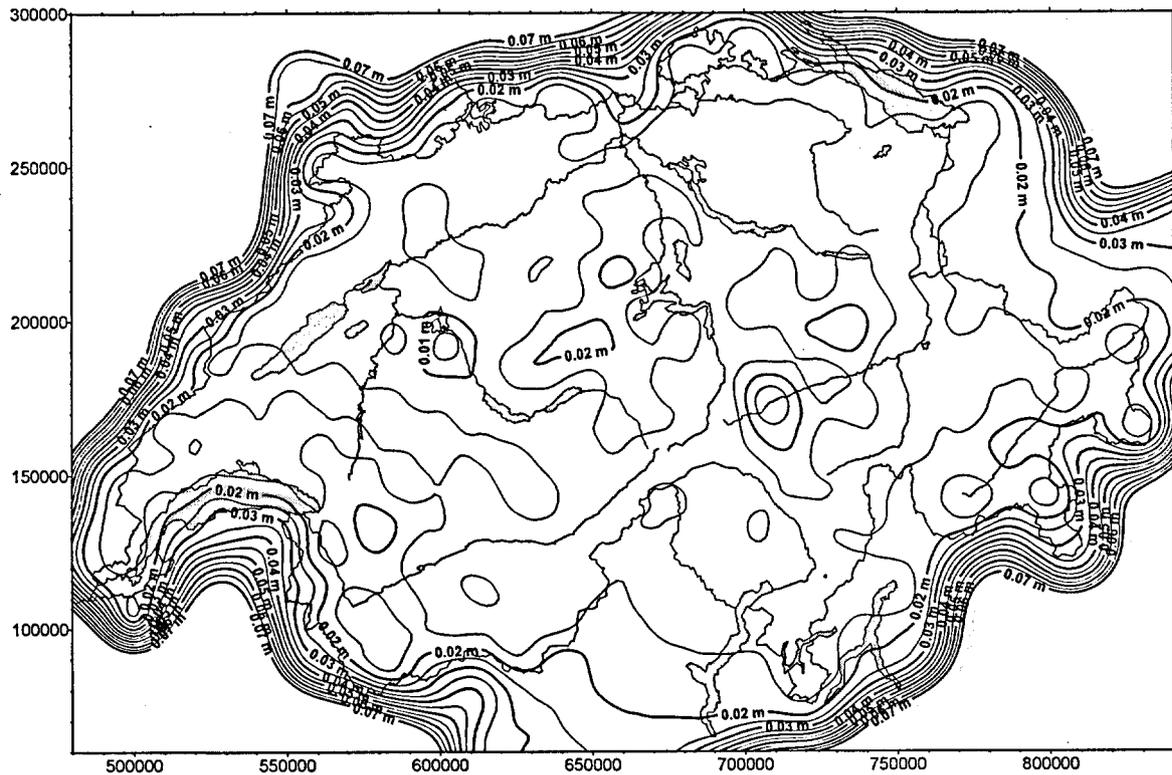
**Abbildung 8.3:** *A priori Fehler der astrogeodätischen Geoidbestimmung gestützt durch 7 zusätzliche GPS/Nivellement-Stationen*



**Abbildung 8.4:** *A priori Fehler der astrogeodätischen Geoidbestimmung gestützt durch 9 zusätzliche GPS/Nivellement-Stationen*

Durch die Einführung einiger weiterer GPS/Nivellement Stationen verringert sich der relative Fehler des Geoids nur noch in der Umgebung der GPS-Stationen wesentlich. Dazwischen verändert sich der mittlere Fehler kaum mehr. Um eine auch flächenhaft signifikante

Steigerung der Genauigkeit zu erreichen, müssten viel mehr Stationen mit beobachteten Geoidundulationen zur Verfügung gestellt werden, wie dies in Abbildung 8.5 dargestellt ist.

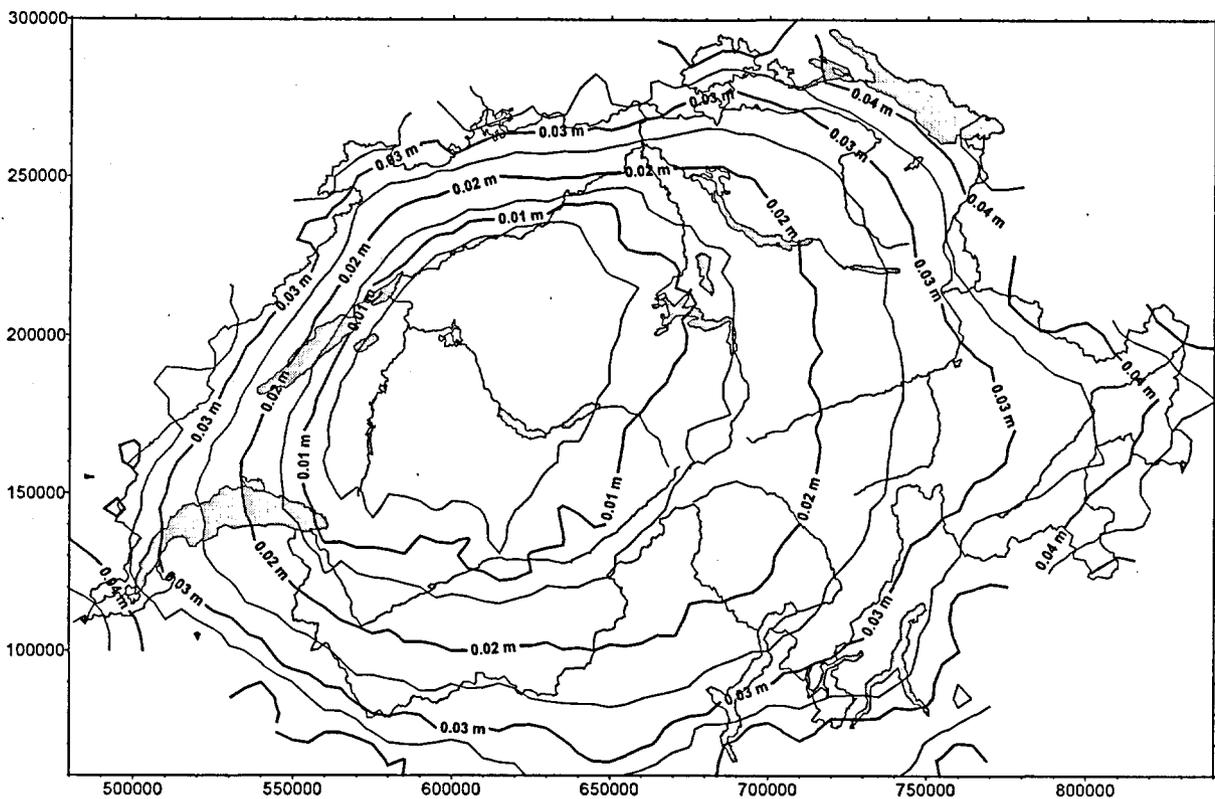


**Abbildung 8.5:** *A priori Fehler der astrogeodätischen Geoidbestimmung gestützt durch sämtliche verwendbaren GPS/Nivellement-Stationen (ca. 80)*

Aus diesen Untersuchungen kann zusammengefasst werden, dass einige wenige, hochgenaue GPS/Nivellement-Punkte an geeigneten Stellen das astrogeodätische Geoid wesentlich stützen können. Neben dieser formellen Steigerung der Genauigkeit bilden sie aber vor allem auch eine wertvolle Kontrolle für systematische Fehler in den Lotabweichungen und können dadurch langwellige Fehleranteile der astrogeodätischen Lösung vermindern. Für diesen Zweck genügt eine verminderte Genauigkeit der Stützwerte von 3 bis 4 cm. Es ist in diesem Fall jedoch nötig, mehr GPS/Nivellement-Stützpunkte einzuführen, damit auch diese auf systematische Fehler und Ausreisser getestet werden können.

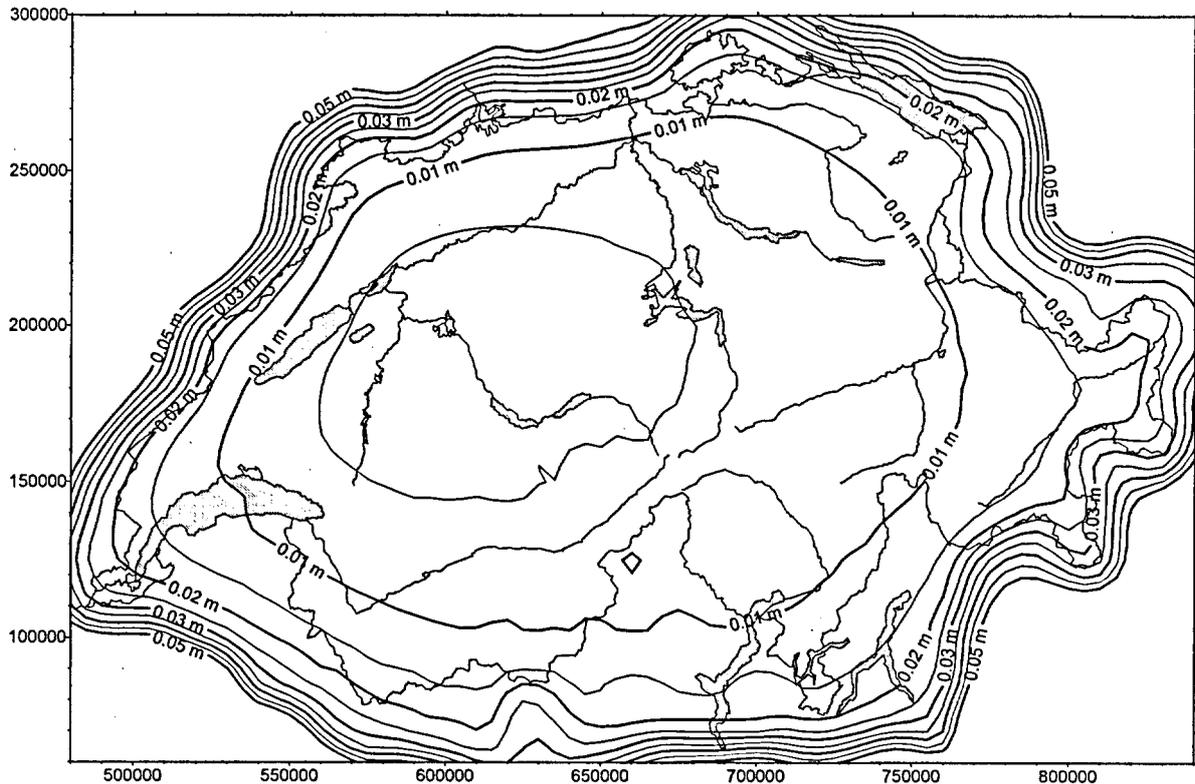
Als nächstes wurde die a priori Genauigkeit der Geoidberechnung aus den Schweredaten untersucht. Dabei hat sich gezeigt, dass die formelle relative Genauigkeit über kurze Distanzen besser ist als bei der astrogeodätischen Lösung (Abbildung 8.6). Die 1-cm Isolinie befindet sich erst in einer Entfernung von etwa 50 km von Zimmerwald. Am Rand des betrachteten Gebiets beträgt der Fehler in der Grössenordnung von 4 cm, was etwa dem Wert der astrogeodätischen Geoidbestimmung entspricht. Zu bemerken ist an dieser Stelle, dass

sich aus den in dieser Arbeit beschriebenen Datensätzen ein reines gravimetrisches Geoid nicht berechnen lässt, da keine Daten des angrenzenden Auslands verwendet wurden.



**Abbildung 8.6:** *A priori Fehler des gravimetrischen Geoids relativ zu Zimmerwald*

Die Schweren sind also in dieser Arbeit nur in Kombination mit den Lotabweichungen benutzt worden. Somit wurde in einem letzten Berechnungsdurchgang die a priori Genauigkeit des Cogeoids unter Einbezug sämtlicher verwendbarer Messungen (68 Geoidundulationen, 2300 Schwerewerte und 952 Lotabweichungskomponenten) berechnet. Der mittlere Fehler der beobachteten Geoidundulationen wurde dabei auf 5 cm festgesetzt, was den tatsächlichen Genauigkeiten besser entspricht, als die bisher in diesem Kapitel verwendeten 2 cm. Dadurch erhalten die beobachteten Undulationen jedoch ein so geringes Gewicht, dass sie praktisch nur noch zur absoluten Lagerung und zur Kontrolle von langwelligem Fehlern des Geoids beitragen. Für die Erfassung der Detailformen werden sie unwichtig. Die Resultate sind in Abbildung 8.7 dargestellt. Im Vergleich mit einer reinen astrogeodätischen oder einer reinen gravimetrischen Geoidbestimmung wird die Genauigkeit signifikant gesteigert. Praktisch die gesamte Schweiz befindet sich innerhalb der 2 cm Isolinie. Auch in den Randgebieten um Genf und im Puschlav wird die 3 cm Isolinie kaum überschritten.



**Abbildung 8.7:** *A priori Fehler des kombinierten Geoids*

Die a priori Untersuchungen haben gezeigt, dass die Kombination aller Messungen theoretisch die besten Resultate liefert. Dabei erhöhen die Schwerewerte insbesondere die Genauigkeit im Nahbereich, während insbesondere die direkt beobachteten Geoidundulationen die langwelligen Anteile des Cogeoids stabilisieren. Der Vorteil der Lotabweichungen besteht insbesondere darin, dass durch relativ wenige Messungen (unter Berücksichtigung von Massenmodellen) die Form des Geoids rasch erfasst werden kann. Im lokalen Bereich sind sie den Schweremessungen theoretisch unterlegen; über grössere Distanzen ist dieser Nachteil, insbesondere bei Einbezug einiger weniger beobachteter Geoidundulationen, nicht mehr vorhanden.

Es sei noch einmal darauf hingewiesen, dass es sich bei den Untersuchungen in diesem Kapitel um a priori Genauigkeiten handelt. Die Berechnungen wurden also ohne Messungen sondern alleine aufgrund der Messpunktverteilung und Annahmen über die Messfehler und über das Verhalten der Kovarianzfunktionen durchgeführt. Die Messungen selbst wurden nur zur Bestimmung der Parameter der Kovarianzfunktionen verwendet. Nicht berücksichtigt werden bei diesen Untersuchungen insbesondere systematische Unterschiede zwischen den einzelnen Gruppen von Messungen. Falls solche auftreten sollten, ist dies erst bei der tatsächlichen Geoidberechnung aufzudecken.

## 8.5 Einfluss der Wahl des Kovarianzmodells auf die Lösung

Das Resultat einer Schwerefeldinterpolation mittels Kollokation ist abhängig von den gewählten Varianz-Kovarianz-Funktionen und derer Parameter. Sie verlieren allerdings den grössten Teil ihres Einflusses, wenn wir unsere Messungen bereits durch die Berücksichtigung von Massenmodellen stark glätten oder wenn die Messungen in so grosser Anzahl vorliegen, dass alle Detailformen des Schwerefelds erfasst sind. So konnte bei der Berechnung des lokalen Geoids im Testnetz Turtmann [Wirth, 1990] durch die Variation der Kovarianzfunktion ein maximaler Berechnungsunterschied von nur 1 mm erzeugt werden. Diese Aussage in einem lokal begrenzten Gebiet mit sehr vielen vorhandenen Messungen kann nicht ohne weiteres auf die Berechnung des Geoids der Schweiz übertragen werden, weil die Messdichte im allgemeinen nicht so hoch ist und sich Fehler in den Massenmodellen über grössere Distanzen stärker auswirken. Deshalb wurden in unseren Testrechnungen 3 verschiedene Funktionen verglichen:

- Ein Modell, bei welchem die Korrelation invers zur Distanz ist ( $1/r$ ), wie es für lokale Geoidberechnungen in der Schweiz vor allem von Wirth im Turtmann-Netz und im Polygonzug Visp - Zermatt benutzt wurde [Wirth, 1990].
- Das 2-dimensionale Markov-Modell 3. Ordnung, wie es von Jordan [1972] vorgeschlagen und von Gurtner zur Berechnung des Geoids der Schweiz [Gurtner, 1978] und von Marti zur Berechnung des Geoids der Ivrea-Zone [Marti, 1988] benutzt wurde.
- Eine dreidimensionale Modifikation des Markov Modells 3. Ordnung, bei welcher Messungen auf der gleichen Höhe eine grössere Korrelation aufweisen als Stationen auf unterschiedlichen Höhen. Das bedeutet auch, dass Stationen mit einer geringen Meereshöhe ein grösseres Gewicht für die Geoidbestimmung bekommen, als Stationen in der Höhe. Mit diesem Modell soll versucht werden, einen Ansatz für die Reduktion des Residualfelds auf Meereshöhe zu finden und die Prädiktionsgenauigkeit (insbesondere von Schwerewerten) im Erdinnern zu verbessern.

Der Verlauf der Varianz-Kovarianz-Funktionen des  $1/r$ - und der 2-dimensionalen Markov-Modells ist sehr ähnlich (vgl. Abbildung 8.8), und die berechneten Kovarianzen unterscheiden sich bei entsprechender Wahl der Modellparameter nicht stark. Der Vorteil des  $1/r$  Modells ist der einfachere Formelapparat, und deshalb benötigt es auch weniger Rechenzeit als das Markov-Modell. Die Grundformel ist in beiden Fällen die bereits in Kapitel 8.2 vorgestellte Auto-Kovarianzfunktion zwischen den Geoidhöhen  $N$ , welche für das 2-dimensionale Markov-Modell die Form

$$\Phi_{NN}(r) = \sigma_N^2 \left(1 + \frac{r}{d} + \frac{r^2}{3d^2}\right) e^{-r/d}$$

hat und für das 1/r Modell folgendermassen aussieht:

$$\Phi_{NN}(r) = \sigma_N^2 \left( \frac{1}{\sqrt{\frac{r^2}{d^2} + 1}} \right)$$

Für das 1/r-Modell und das 2-dimensionale Markov-Modell 3. Ordnung ist dabei  $r$  der horizontale Abstand zwischen zwei Stationen, für das 3-dimensionale Markov-Modell hingegen ist  $r$  eine Funktion der Horizontaldistanz und der Höhendifferenz. Beide Formeln enthalten 2 Parameter  $\sigma$  und  $d$ , welche empirisch bestimmt werden.

Für das 3-dimensionale Markov-Modell existiert noch ein dritter Parameter, welcher die Distanz  $r$  zwischen 2 Punkten, welche nicht auf der gleichen Höhe liegen, künstlich erhöht.

Alle übrigen Auto- und Kreuz-Kovarianzfunktionen ergeben sich anschliessend aus der Auto-Kovarianzfunktion der Geoidhöhen aufgrund der in Kapitel 8.2 erwähnten Beziehungen zwischen den Schwerefeldgrössen.

Der Verlauf der wichtigsten dieser Funktionen ist in Abbildung 8.8 für das 2-dimensionale Markov-Modell und für das 1/r-Modell mit identischer charakteristischer Distanz dargestellt. Wie man sofort erkennt, zeigen die jeweiligen Kurven einen sehr ähnlichen Verlauf. Die charakteristische Distanz kann man jedoch nicht für beide Modelle gleich wählen. Dies zeigt sich daran, dass die Kurve für das 1/r-Modell steiler verläuft. Die charakteristische Distanz muss also für dieses Modell grösser gewählt werden (in unserem Fall etwa um den Faktor 1.5 bis 2, was den Resultaten in Tabelle 8-1 entspricht).

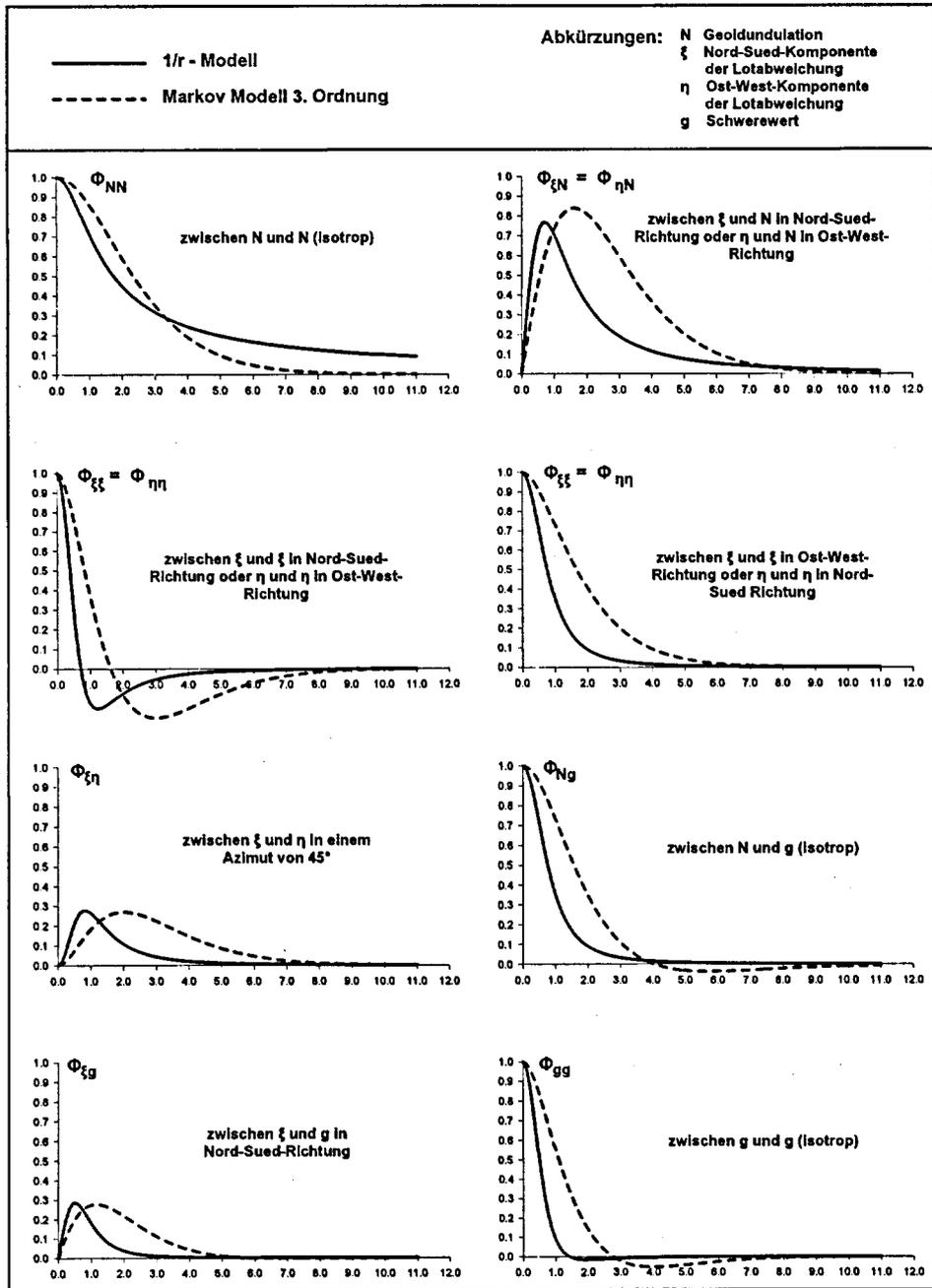
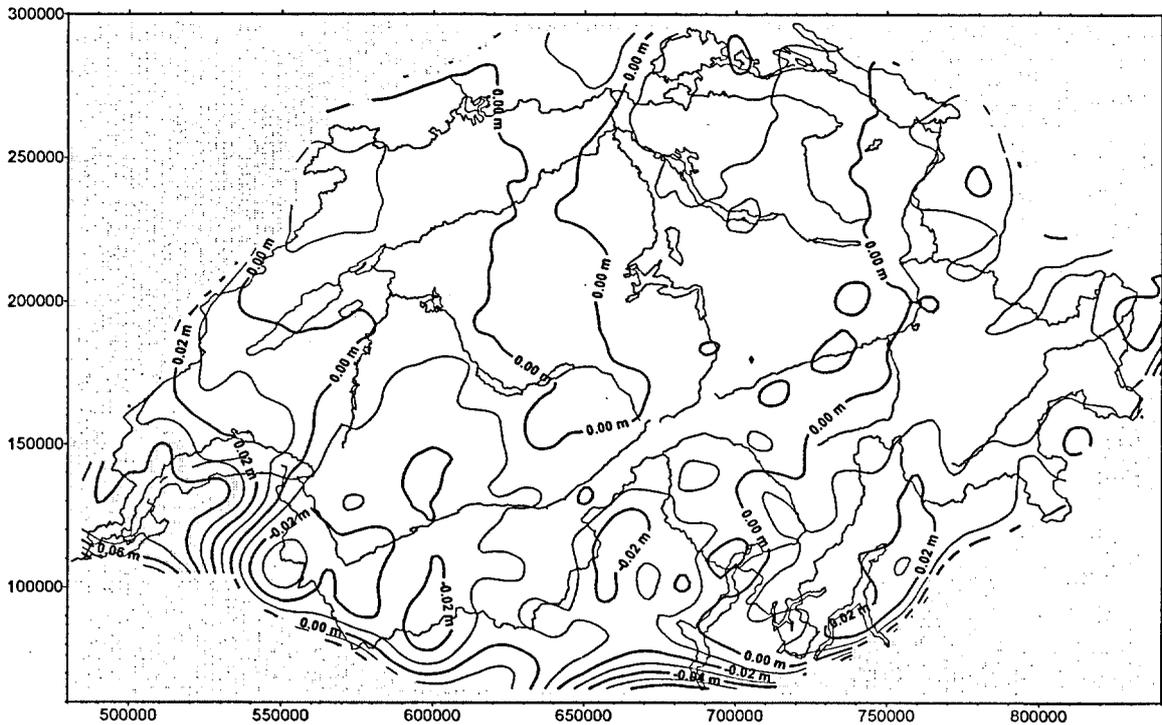


Abbildung 8.8: Vergleich der Auto-Kovarianz- und Kreuz-Kovarianzfunktionen des Markov-Modells dritter Ordnung und des 1/r-Modells mit den Parametern  $d=1$  und  $\sigma=1$

Die Vergleichsrechnungen der verschiedenen Kovarianzfunktionen wurden jeweils zweimal durchgeführt: Einmal wurden nur die astrogeodätischen Beobachtungen eingeführt und ein zweites Mal auch die ca. 80 GPS/Nivellement-Messungen von LV95. Die Reduktion der Beobachtungen wurden jeweils mit den gleichen Massenmodellen durchgeführt, und die Parameter  $d$  und  $\sigma$  der verschiedenen Kovarianzfunktionen wurden nach dem in Kapitel 8.3 beschriebenen Verfahren bestimmt. Deshalb sind die berechneten Unterschiede einzig eine Folge der unterschiedlichen Kollokationsmodelle.

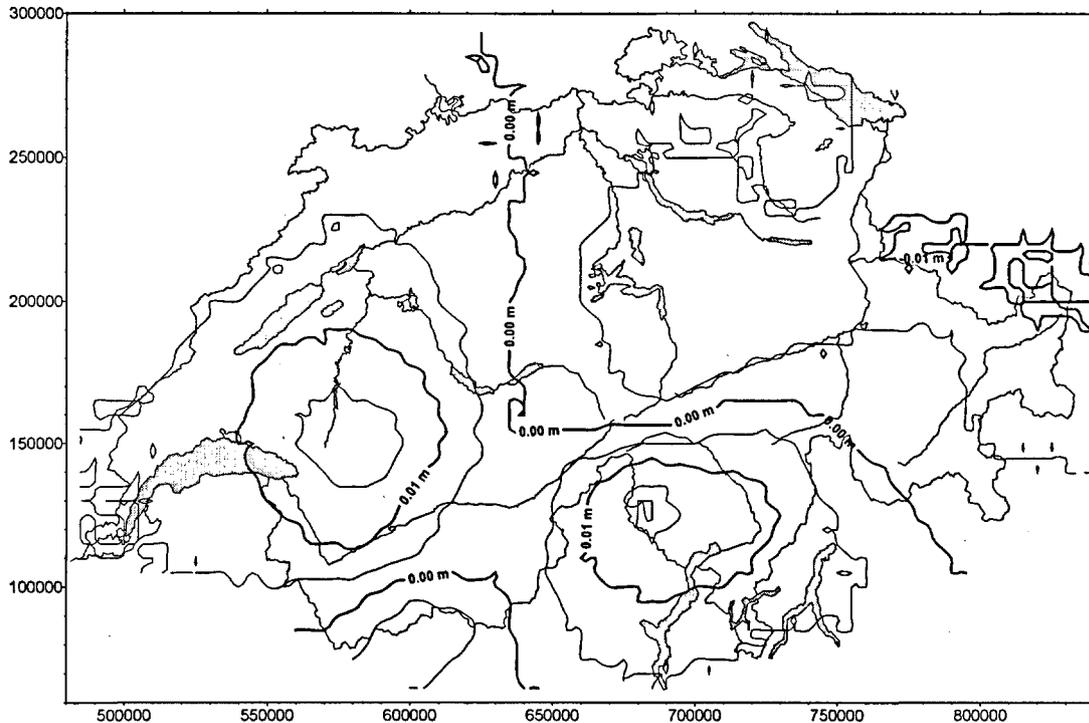
Die Resultate sind in den folgenden Abbildungen dargestellt.



**Abbildung 8.9:** Unterschiede in der Berechnung des astrogeodätischen Geoids mit dem  $1/r$ -Modell und dem 2-dimensionalen Markov-Modell 3. Ordnung;  $G = \text{Genf}$

In Abbildung 8.9 ist der Vergleich der Resultate der Berechnung des astrogeodätischen Geoids mit dem 2-dimensionalen Markov-Modell 3. Ordnung und dem  $1/r$ -Modell dargestellt. Im grössten Teil der Schweiz sind die durch die unterschiedlichen Modelle verursachten Differenzen kleiner als 2 cm. Einzig im Gebiet um Genf, wo wir generell Probleme mit der Stützpunktdichte haben, treten grössere Unterschiede von bis zu 6 cm auf. Dies lässt den Schluss zu, dass bei einer guten Stützpunktverteilung die Wahl des Kovarianzmodells nur einen geringen Einfluss auf das Resultat hat.

Den gleichen Vergleichstest (also nur mit den astrogeodätischen Daten) führten wir auch für den Fall aus, dass wir den 3-dimensionalen Ansatz für die Kovarianzfunktion wählen. Die dadurch verursachten Differenzen zum Resultat unter Verwendung des 2-dimensionalen Ansatzes sind in der folgenden Abbildung 8.10 dargestellt. Dieser Vergleich zeigte, dass durch die Wahl eines 3-dimensionalen Ansatzes bei der Berechnung des Geoids aus astrogeodätischen Daten alleine, maximale Unterschiede von nur etwa 1.5 cm auftreten, also vernachlässigbar sind. Für diesen Fall kann man also sagen, dass es sich nicht lohnt, ein 3-dimensionales Kovarianzmodell zu verwenden.



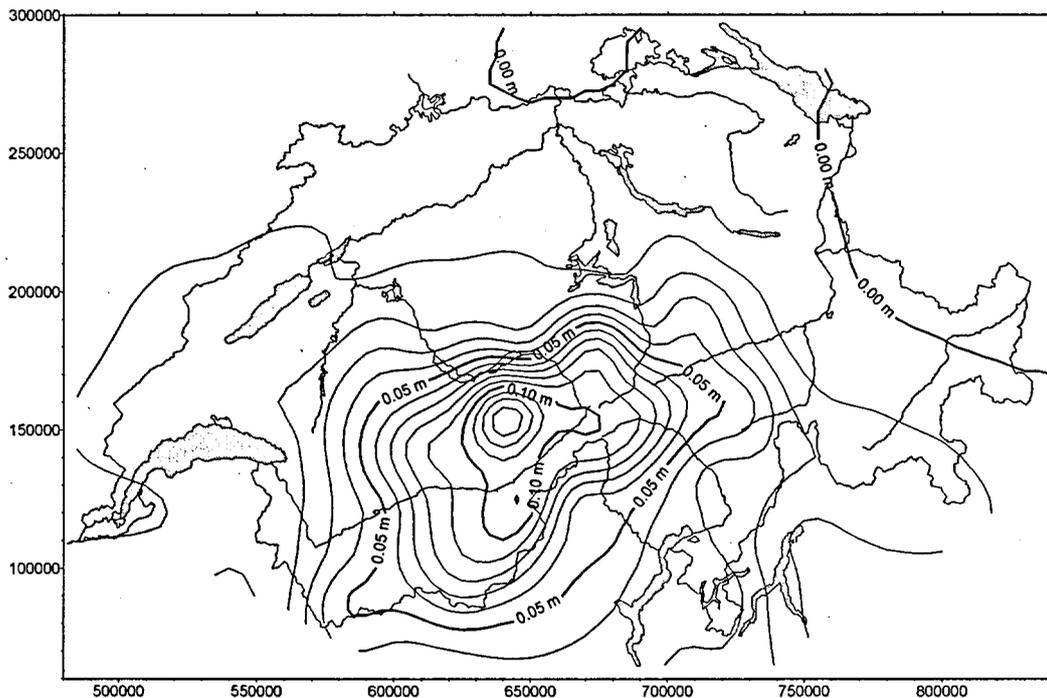
**Abbildung 8.10:** *Unterschiede im astrogeodätischen Geoid verursacht durch die Wahl des 2-dimensionalen oder des 3-dimensionalen Markov-Modells.*

In einem weiteren Schritt wurden nicht nur die astrogeodätischen, sondern auch die GPS/Nivellement-Messungen in die Untersuchungen einbezogen.

Der Vergleich zwischen dem 2-dimensionalen Markov-Modell und dem  $1/r$ -Modell zeigte ebenfalls nur sehr geringe Unterschiede. Die beiden Modelle sind demnach als gleichwertig zu betrachten. Dies unterstreicht noch einmal die Tatsache, dass der Wahl der Kovarianzfunktion in der Kollokationsmethode nicht eine sehr grosse Bedeutung zukommt.

Etwas anders sah das Resultat beim Vergleich zwischen dem 2-dimensionalen und 3-dimensionalen Ansatz für das Markov-Modell aus. Durch die Einführung der GPS/Nivellement-Messungen und dem 3-dimensionalen Ansatz entstehen Differenzen des Geoids im Alpenraum von bis zu 15 cm, wie dies in Abbildung 8.11 zu erkennen ist. Es stellt sich nun die Frage, welche Lösung besser sei. Die grössten Differenzen treten im Bereich der höchsten GPS/Nivellement-Stationen auf. Die Reduktion auf Meereshöhe durch einen 3-dimensionalen Kollokationsansatz stellt deshalb eine Extrapolation dar, deren Resultat nicht mehr sehr zuverlässig sein kann. In diesem Fall, in welchem alle Stützpunkte in grosser Höhe liegen, ist deshalb ein 3-dimensionaler Ansatz sehr unsicher und führt zu Nebeneffekten, welche wahrscheinlich nichts mit dem Schwerefeld zu tun haben. Dieses Problem kann übrigens umgangen werden, falls man sich auf die Bestimmung des Quasigeoids beschränkt.

Ein 3-dimensionaler Ansatz kann erst dann sinnvoll eingesetzt werden, wenn die Stützpunktverteilung auch wirklich dreidimensional ist. Dies kann in der Schweiz in naher Zukunft getestet werden, wenn die Schlussresultate des Projekts AEROGRAV [Klingelé et al., 1996] vorliegen. In diesem Projekt wurde die Schweiz flächendeckend in Flugzeugen gravimetrisch vermessen. Dieser Datensatz in 5000 Metern Höhe mit einer Genauigkeit von ca. 5 mgal kann somit verwendet werden, um Schweregradienten zu berechnen, aber eben auch um 3-dimensionale Kollokationsansätze für die Geoidberechnung weiter zu verfolgen.



**Abbildung 8.11:** *Differenzen verursacht durch die Verwendung des 2-dimensionalen oder 3-dimensionalen Markov-Modells und sowohl der astrogeodätischen als auch der GPS/Nivellement Daten.*

Dieses Kapitel hat aufgezeigt, dass der Einfluss der Kovarianzfunktion auf die Schwerefeldbestimmung gering ist, so lange ein ähnlicher 2-dimensionaler Ansatz gewählt wird und deren Parameter empirisch aus den Messungen bestimmt werden.

Der Versuch zur Einführung einer 3-dimensionalen Kovarianzfunktion ist leider gescheitert, obwohl dies sicher eine Verbesserung des Modells darstellen würde. Es ist sicherlich nicht realistisch, dass eine Residualanomalie ungedämpft in grosse Höhen oder auf Meereshöhe fortgesetzt wird, wie dies bei einem 2-dimensionalen Ansatz geschieht. Eine Alternative zum räumlichen Ansatz ist eine bessere Modellierung des Schwerefelds durch Massen. Dazu muss jedoch in der Schweiz noch viel Arbeit - insbesondere bei der Erfassung der Gesteinsdichten - geleistet werden.

## 8.6 Einfluss der Stützpunktdichte

In diesem Unterkapitel soll untersucht werden, ob die Stützpunktdichte der astrogeodätischen Messungen für eine Bestimmung des Geoids mit einer Genauigkeit von einigen wenigen cm ausreicht und ob durch die Einführung zusätzlicher Messungen das Resultat noch wesentlich verbessert werden kann.

Dazu wurden aus dem vollständigen Datensatz der Lotabweichungen zunächst alle Messungen eliminiert, welche vor 1980 durchgeführt wurden. Anschliessend wurde in den Gebieten mit einer erhöhten Stützpunktdichte weitere, zufällig ausgewählte Punkte eliminiert, so dass sich über die ganze Schweiz eine gleichmässige Punktverteilung ergab. Der ursprüngliche Datensatz wurde durch dieses Verfahren etwa auf 300 Stationen halbiert. Falls sich mit einer Berechnung mit diesem Datensatz etwa die gleichen Resultate ergeben wie bei der Verwendung des vollständigen Satzes, darf angenommen werden, dass durch weitere astrogeodätische Messungen das Geoid nicht mehr sehr stark verändert werden kann.

In Abbildung 8.12 ist der a priori Fehler der Berechnung mit dem ausgedünnten Datensatz dargestellt. Wie zu erwarten, ist die Genauigkeit deutlich kleiner als bei der Verwendung des vollständigen Satzes (Abbildung 8.1). Der Grossteil der Schweiz liegt nun innerhalb einer Zone von 6 cm. Der maximale Fehler erreicht in Genf einen Betrag von etwa 9 cm.

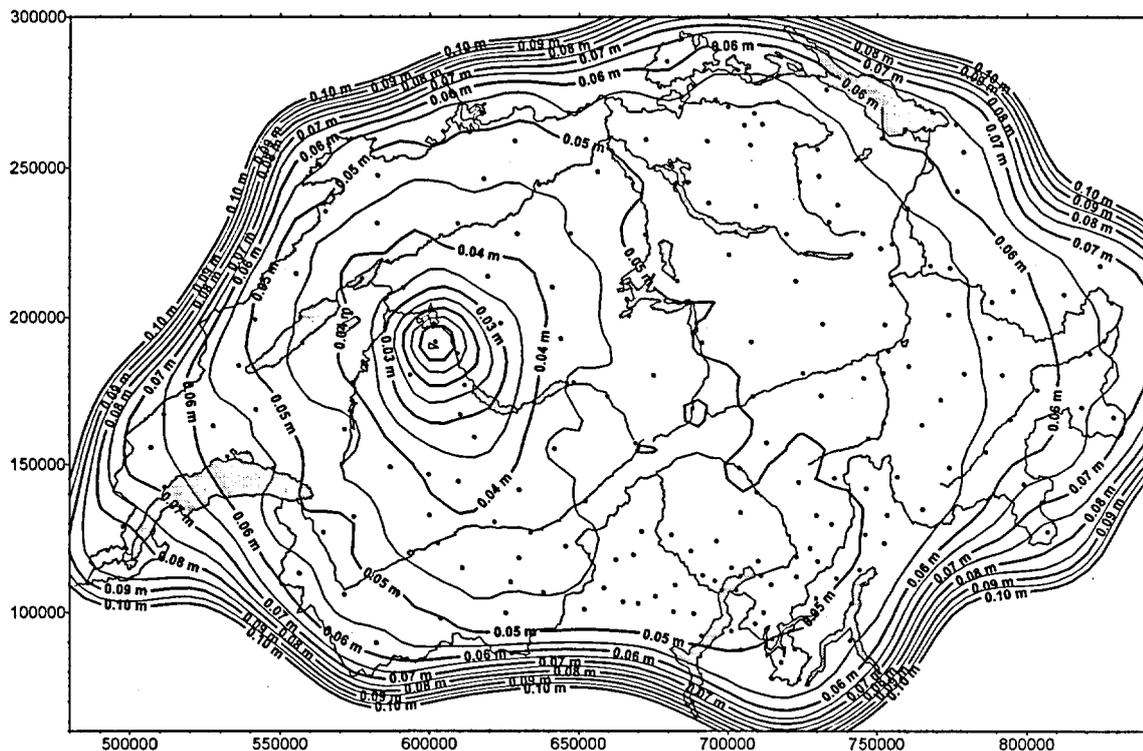
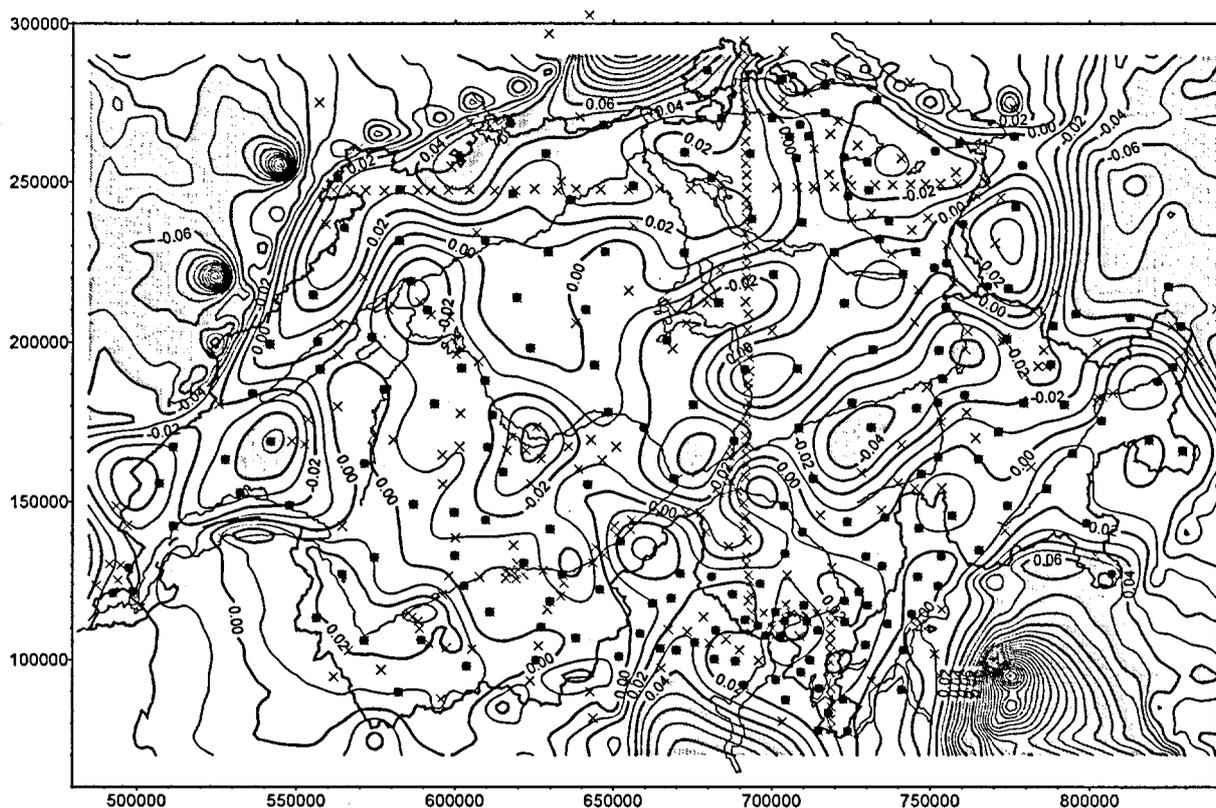


Abbildung 8.12: Relativer Fehler einer astrogeodätischen Geoidbestimmung mit einer reduzierten Stützpunktdichte

Interessanter als der Vergleich der formalen Fehler sind die tatsächlich entstehenden Unterschiede in den Geoidundulationen. Die Ergebnisse sind in Abbildung 8.13 dargestellt.



**Abbildung 8.13:** Einfluss der Stützpunktdichte auf die Geoidbestimmung. Die schwarzen Punkte sind in beiden Lösungen berücksichtigt worden. Die Stationen mit Kreuzen als Signatur wurden bei der zweiten Berechnung eliminiert. Die grauen Flächen bezeichnen Gebiete mit Differenzen  $> 4$  cm. (BS = Basel)

Die maximalen Unterschiede betragen etwas mehr als 5 cm im Raum Basel und in der Westschweiz. Im grössten Teil der Schweiz sind die Differenzen jedoch kleiner als 4 cm. In Genf, unserem am schwächsten bestimmten Gebiet, stimmen die beiden Lösungen gut überein, was aber eher zufällig sein dürfte. Als grösster Gradient tritt im Unterengadin, aber auch in anderen Gegenden, eine Differenz der Undulationen von etwa 5 cm auf 20 km auf, was einer Differenz der Lotabweichung von ca.  $0.5''$  entspricht.

Aufgrund dieses einfachen Tests kann die Aussage gemacht werden, dass durch weitere astrogeodätische Messungen zwar die formelle Genauigkeit des Geoids gesteigert werden kann, dass aber die Form des Geoids selbst durch zusätzliche Messungen nur noch geringfügig verändert werden kann. Die zukünftigen Anstrengungen in der Schwerefeldbestimmung müssen also eher auf die Messung von GPS/Nivellement-Stationen und die Modellierung der Gesteinsdichten verlagert werden.

## 9. Provisorische Berechnungen des Geoids

Das Geoid ergibt sich nach der Interpolation des Restfeldes durch Addition der in den vorangehenden Schritten subtrahierten Einflüsse auf Meereshöhe der Massenmodelle. Beim Quasigeoid hingegen werden die Einflüsse auf Höhe der Topographie hinzugezählt. Die in diesem Kapitel vorgestellten Lösungen werden als provisorisch bezeichnet, da zum Zeitpunkt der Publikation noch Arbeiten in der Modellierung der Gesteinsdichten in Arbeit waren, aber auch die Auswertungen einiger Messungen noch nicht abgeschlossen sind. Dies gilt insbesondere für die Neuausgleichung des Landesnivellements und die definitive Berechnung der ellipsoidischen Höhen des GPS-Landesnetzes LV95.

Alle in diesem Kapitel präsentierten Resultate wurden in einem regelmässigen Gitter mit 5 km Auflösung gerechnet. Dies ist für einige hochfrequente Darstellungen zu grob, so dass in einigen Zeichnungen nicht alle Details erfasst sind.

### 9.1 Astrogeodätische Lösung

Die astrogeodätische Lösung wurde im System CH1903+ unter der Verwendung von 495  $\xi$ -Komponenten und 457  $\eta$ -Komponenten der Lotabweichung gerechnet. Zum Schluss wurde am Resultat noch ein Offset angebracht, so dass die Geoidundulation in Zimmerwald derjenigen des Geoids von Gurtner im CH1903 entspricht. Die Hauptcharakteristiken des Geoids (Abbildung 9.1) sind im folgenden kurz beschrieben: Im Mittelland bildet das Geoid einen Trog der vom Genfersee im Südwesten bis zum Bodensee im Nordosten etwa um 2 Meter ansteigt. Am Rand dieses Trogs erkennt man markante Anstiege gegen die Alpen und gegen den Schwarzwald, in kleinerem Mass auch gegen den Jura. Deutlich unruhiger als im Mittelland verläuft das Geoid im Alpenraum, wo deutlich der Einfluss der Topographie, insbesondere bei den Tälern von Rhone und Rhein, zu erkennen ist. Südlich der Alpen erfolgt ein starker Abfall des Geoids gegen die Po-Ebene, welcher zwischen Bellinzona und Chiasso mehr als 4 Meter ausmacht. Der Einfluss des Ivrea-Körpers auf das Geoid ist praktisch nicht zu erkennen, da er vom deutlichen Abfall auf der Südseite der Alpen überlagert ist.

Anschliessend wurde aus den gleichen Daten ein Quasigeoid gerechnet. Die Differenzen zum astrogeodätischen Geoid sind in Abbildung 9.2 dargestellt.

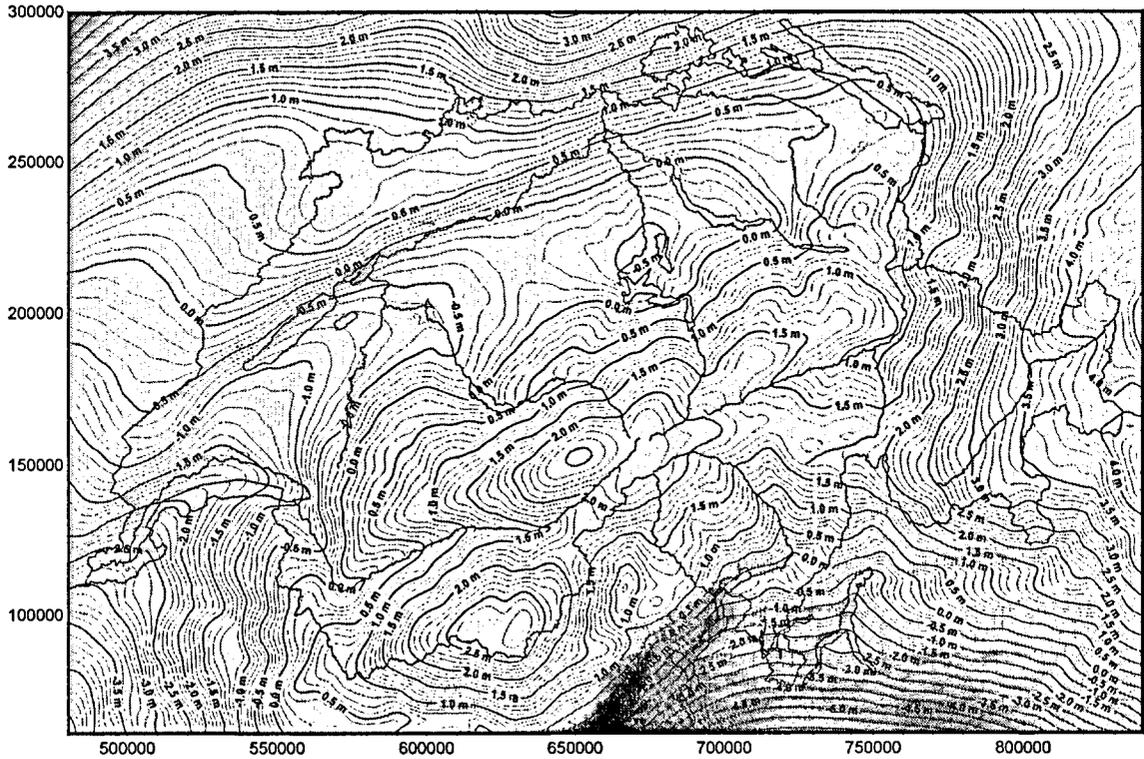


Abbildung 9.1: Astrogeodätisches Geoid im Datum CH1903+

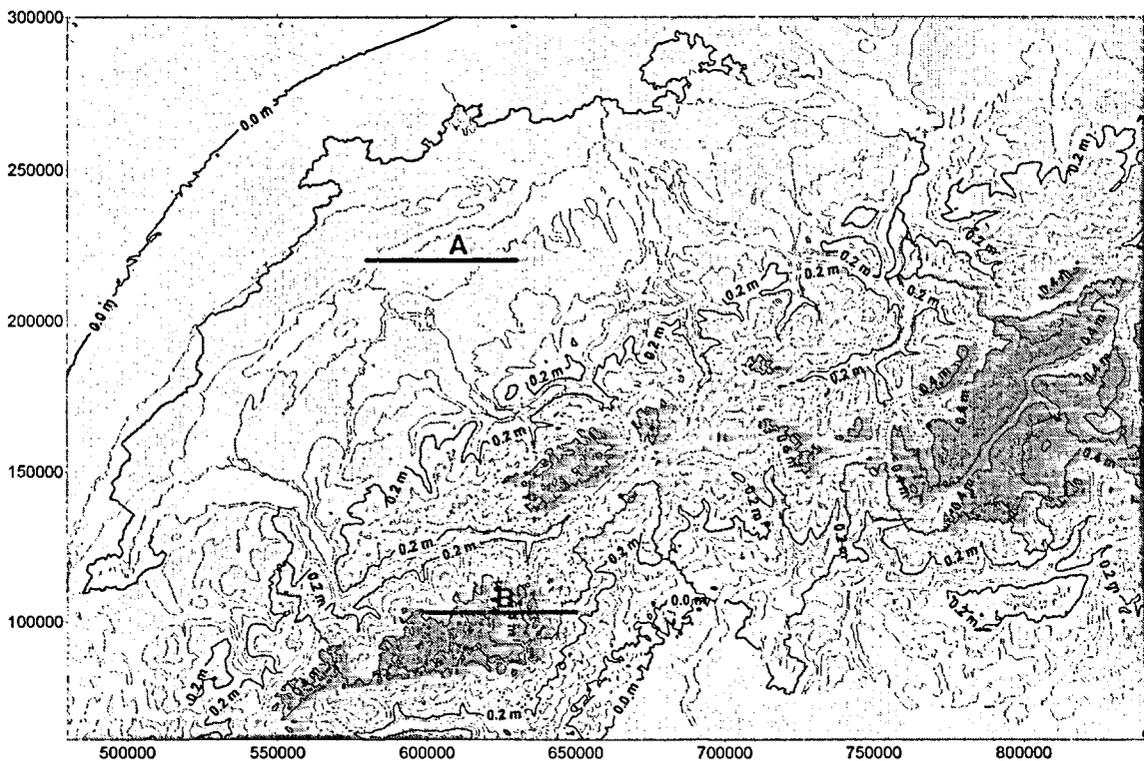


Abbildung 9.2: Differenzen zwischen Geoid und Quasigeoid

Die Differenzen zwischen Geoid und Quasigeoid sind sehr stark mit der Topographie korreliert. Am deutlichsten ist dies im Alpenraum an den sich deutlich abzeichnenden Tälern zu erkennen. Während sich die Unterschiede im Mittelland um Null bewegen, erreicht man in

den Walliser Alpen Werte in der Grössenordnung von 0.5 Metern. Als Extremwert wurde auf der Dufourspitze, dem höchsten Punkt der Schweiz, ein Höhenunterschied von 67 cm bestimmt.

Das Quasigeoid zeigt wegen seiner im Vergleich zum Geoid hohen Korrelation mit der Topographie einen viel unruhigeren Verlauf. Dies macht es in Gebieten mit bewegter Topographie schwierig, das Quasigeoid direkt aus einem regelmässigen Gitter zu interpolieren. Das hat eine praktische Auswirkung auf die Benutzer, denen das Geoid oder Quasigeoid in der Regel als regelmässiges Gitter abgegeben wird und die danach selber die Undulationen oder Höhenanomalien für ihre Messpunkte interpolieren müssen. Das Quasigeoid muss in einem deutlich engeren Gitter abgegeben werden als das Geoid. Dies ist in den beiden folgenden Abbildungen noch einmal verdeutlicht, wo für 2 Profile (A) und (B) - eines im Mittelland und eines im Hochgebirge - sowohl die Geoidundulationen als auch die Höhenanomalien in einem Abstand von 500 Metern berechnet wurden.

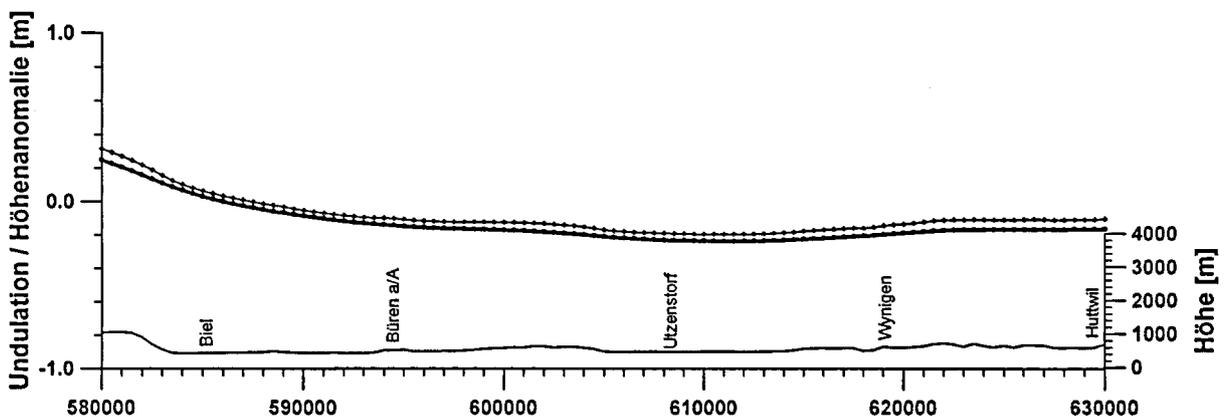


Abbildung 9.3: Quasigeoid und Geoid im Flachland entlang von Profil A aus Abbildung 9.2

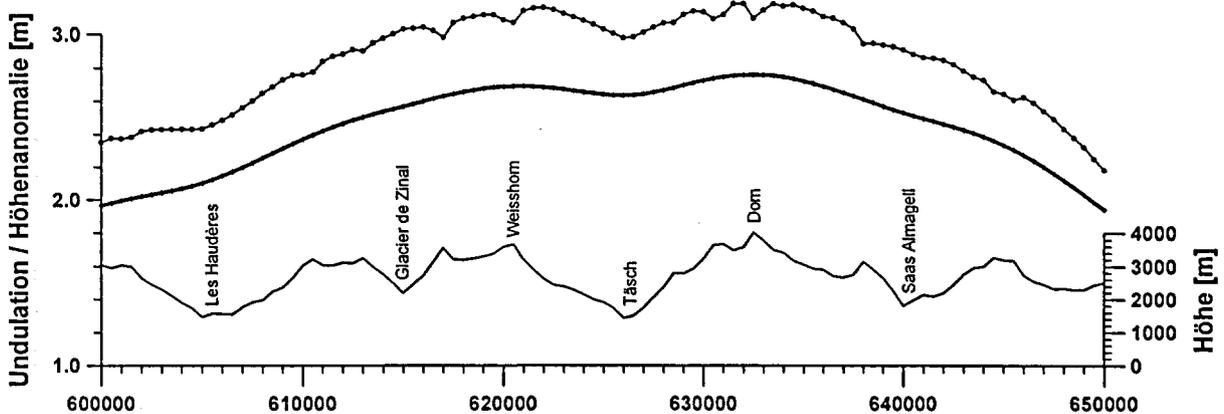


Abbildung 9.4: Quasigeoid und Geoid in den Alpen entlang von Profil B aus Abbildung 9.2

Abbildung 9.3 zeigt, dass es im Flachland keine Rolle spielt, ob an die Benutzer das Geoid oder das Quasigeoid abgegeben wird. Die Differenzen sind praktisch zu vernachlässigen und beide Kurven zeigen einen sehr ruhigen, leicht zu interpolierenden Verlauf. Einzig am linken Rand sind signifikante Unterschiede zu sehen, welche mit dem Beginn des Jura zusammenfallen.

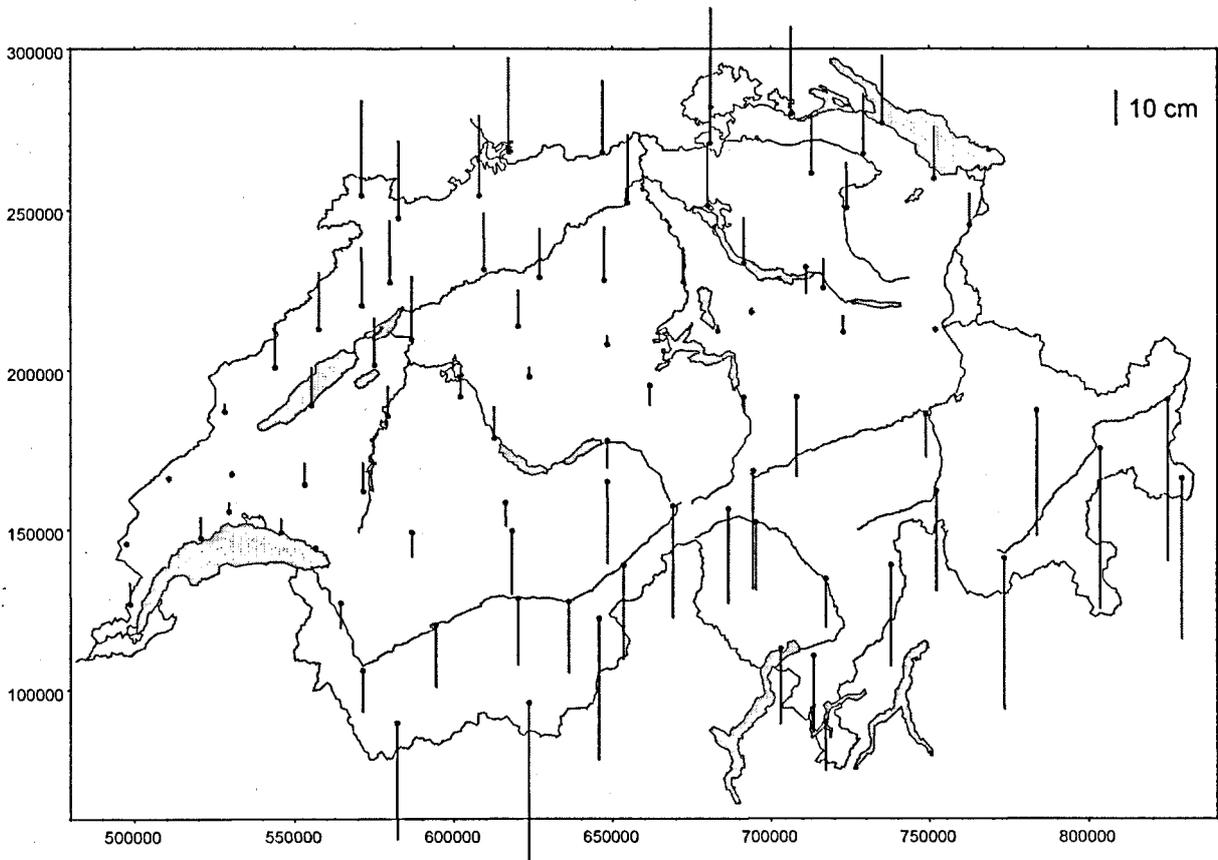
Im Alpenraum hingegen (Abbildung 9.4) ist der Unterschied zwischen Geoid und Quasigeoid gross, und die hochfrequenten Anteile des Quasigeoids sind deutlich sichtbar. Während ich mir nicht sicher bin, ob im Quasigeoid bei einer Auflösung von 500 Metern alle Details erfasst wurden, könnte die Maschenweite beim Geoid auf 2 bis 3 km reduziert werden.

## 9.2 Integration von GPS und Nivellement

Nachdem wir das astrogeodätische Geoid bestimmt haben, wird nun diese Lösung mit den vorhandenen Schwerefeldinformationen aus GPS und Nivellement verglichen und diese anschliessend in die Geoidbestimmung integriert. Da in der Schweiz bis heute kein strenges Höhensystem verwendet wird, ist es zunächst nötig, die Nivellementdaten aufzubereiten und strenge orthometrische Höhen zu berechnen.

Die zur Geoidbestimmung eventuell geeigneten GPS/Nivellement-Stationen sind bereits in Kapitel 4.3 vorgestellt worden. Es handelt sich dabei um solche Stationen, welche direkt an das Landesnivellement angeschlossen sind. Das sind einerseits die nivellierten LV95-Haupt- und Verdichtungspunkte und andererseits die mit GPS beobachteten Fixpunkte des Landesnivellements (vgl. Abbildung 4.5). Das sind total 81 Punkte.

Als erstes wurden für diese Punkte die orthometrischen Höhen aus der GPS-Lösung [Wiget et al. 1996] und dem astrogeodätischen Geoid aus Kapitel 9.1 gerechnet ( $H_{\text{orth}} = H_{\text{ell}} - N$ ). Diese wurden nun verglichen mit den offiziell gültigen Gebrauchshöhen dieser Punkte, von welchen oft gesagt wird, dass sie ungefähr den orthometrischen Höhen entsprechen. Die Resultate sind für das geodätische Datum CH1903+ in Abbildung 9.5 dargestellt.



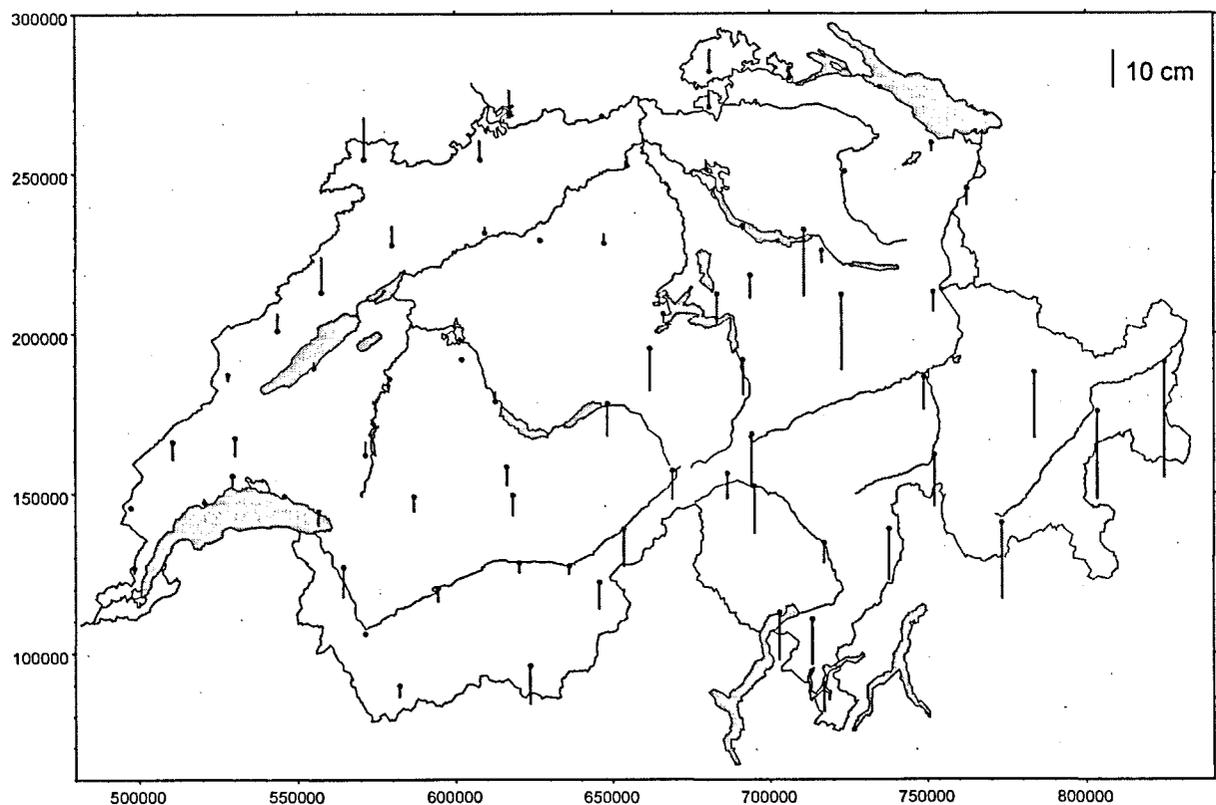
*Abbildung 9.5: Unterschiede zwischen offiziellen Gebrauchshöhen und orthometrischen Höhen aus GPS und dem astrogeodätischen Geoid*

Deutlich zu erkennen ist in Abbildung 9.5 eine systematische Kippung der Residuen ungefähr in Nord-Süd-Richtung von mehr als 0.5 Meter. Dieser Effekt kann zwei verschiedene Ursachen haben: Entweder beziehen sich die beiden Lösungen für das astrogeodätische Geoid und für das Geoid aus GPS und Nivellement auf unterschiedliche Bezugssysteme, oder aber es gibt grosse systematische Unterschiede zwischen den offiziellen Gebrauchshöhen und den strengen orthometrischen Höhen.

Um dies zu überprüfen, müssen zunächst für alle verwendeten Stationen die strengen orthometrischen Höhen gerechnet werden. Dazu dient uns das Programm KINETZ [Gubler, 1981] zur kinematischen Ausgleichung von Nivellementnetzen. KINETZ wurde zur Berechnung der Hebungsraten im Alpenraum entwickelt und liefert als Schlussresultat das Potential für einen frei wählbaren Zeitpunkt sowie seine jährliche Änderung für eine Auswahl von stabilen Punkten des Schweizerischen Landesnivellements. Die Punkte haben einen mittleren Abstand von etwa 10 km und liegen entlang derjenigen Linien, welche zumindest zweimal nivelliert wurden. Das Potential der mit GPS beobachteten Stationen ist also nicht direkt mit KINETZ berechenbar. Für die vorliegende Arbeit wurde es näherungsweise vom

nächstgelegenen KINETZ-Punkt aus durch das Produkt aus Schwere und Höhendifferenz berechnet. Dabei wurden jedoch noch diejenigen Punkte aus der Berechnung eliminiert, wo die Höhendifferenz mehr als 300 Meter beträgt und diejenigen, bei welchen die Distanz zum KINETZ-Punkt mehr als 10 km beträgt. So verblieben noch 72 nivellierte GPS-Punkte, von welchen das Potential mit genügender Genauigkeit gerechnet werden konnte. Als Referenzepoche wurde dabei das Jahr 1993.0 (ungefährer zeitlicher Schwerpunkt der GPS-Beobachtungen) gewählt. Anschliessend wurde aus den Oberflächenschweren und den Massenmodellen die mittlere Schwere in der Lotlinie gerechnet, was uns schliesslich die Berechnung von orthometrischen Höhen erlaubte.

Die aus dem Nivellement bestimmten orthometrischen Höhen wurden nun mit den aus den GPS-Messungen und dem astrogeodätischen Geoid bestimmten orthometrischen Höhen verglichen. Der Vergleich ist in Abbildung 9.6 dargestellt.



**Abbildung 9.6:** *Unterschiede in den orthometrischen Höhen berechnet aus Nivellement und Schweren und orthometrischen Höhen berechnet aus GPS und astrogeodätischem Geoid.*

Die Resultate sind zwar nicht von besonders hoher Qualität, der starke Trend in Nord-Süd-Richtung ist jedoch weitgehend verschwunden. Dies lässt den Schluss zu, dass zwischen den offiziellen Gebrauchshöhen und den orthometrischen Höhen eine systematische Verkippung

besteht, welche bei der Bestimmung der Transformationsparameter zwischen den Systemen CH1903 und WGS84 in die Rotationsgrössen eingeflossen ist. Dies hat zu den bereits in Kapitel 6.2 erwähnten Inkonsistenzen geführt. Für die Schwerefeldbestimmung darf jedoch angenommen werden, dass sich die in dieser Arbeit verwendeten Lotabweichungen und 'direkt beobachteten' Geoidundulationen auf das gleiche Referenzsystem beziehen.

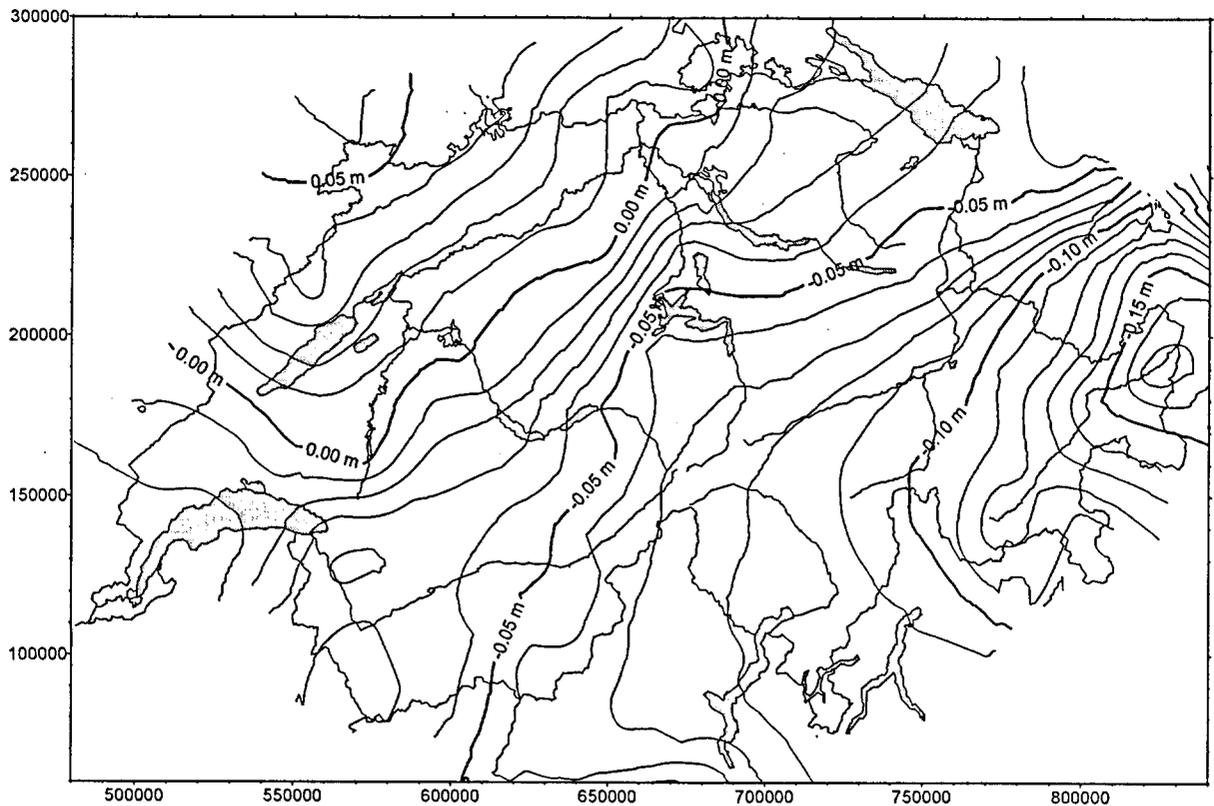
Die Unterschiede von Abbildung 9.6 sind im Bereich des Mittellandes aber auch des Rhodanens sehr klein und betragen maximal 3 cm. Dies spricht in diesem Gebiet sowohl für die Qualität des astrogeodätischen Geoids als auch für die Qualität der GPS-Messungen. Im Alpenraum jedoch erscheinen die Differenzen mit zum Teil über 20 cm sehr gross zu sein. Die Ursache dafür muss in einem der zur Berechnung dieses Vergleichs beteiligten Datensätze liegen:

- Die **GPS-Messungen** wurden alle gemeinsam unter Anwendung der bestmöglichen Modelle für die Troposphäre ausgewertet. Der Vergleich der einzelnen Tageslösungen untereinander zeigte eine Repetierbarkeit der Höhe von besser als 5 cm. Es scheint unwahrscheinlich, dass durch eine verbesserte Modellierung der Troposphäre oder durch den Einbezug von Messungen mit Wasserdampfadiometern noch eine wesentliche Korrektur zu erreichen ist.
- Das **Nivellement** wurde nur provisorisch aus einer Auswahl der Messungen ausgeglichen. Durch eine strenge Ausgleichung, welche jedoch nicht vor dem Jahr 2000 durchgeführt werden kann, sind nur noch geringfügige Änderungen der Höhen von einigen wenigen cm zu erwarten.
- Somit bleibt nur das **astrogeodätische Geoid** als Fehlerquelle, um die Differenzen von 20 cm zu erklären. Die a priori Rechnungen haben aber gezeigt, dass eine solche Differenz nicht durch zufällige Messfehler verursacht werden kann. Es müssten demnach in den Lotabweichungen in einigen Gebieten systematische Fehler in der Grössenordnung von 0.5" vorhanden sein.

Eine erste Vermutung bestand darin, dass nach der Reduktion der Lotabweichungen in den Residuen noch Anteile enthalten sind, welche eine Lotkrümmung verursachen. In diesem Fall müsste aber der Vergleich zwischen den aus dem Nivellement gerechneten Normalhöhen und den Normalhöhen aus GPS und Quasigeoid deutlich besser ausfallen als der entsprechende Vergleich der orthometrischen Höhen aus Abbildung 9.6. Dies konnte jedoch nicht bestätigt werden. Die Unterschiede zeigen praktisch das gleiche Bild wie bei den orthometrischen Höhen.

Die relativ grossen Unterschiede im Alpenraum konnten also (noch) nicht befriedigend erklärt werden. Immerhin zeigte sich in weiteren Testrechnungen, dass bei den beiden Punkten in Glarus und Bachtel der Nivellementanschluss grob falsch zu sein scheint. Deshalb wurden diese beiden Punkte für die kombinierte Geoidbestimmung eliminiert. Die verbleibenden 68 Punkte wurden mit einem generellen mittleren Fehler von 5 cm in die Berechnungen

einbezogen. Die Differenzen zum astrogeodätischen Geoid sind der folgenden Abbildung zu entnehmen.



**Abbildung 9.7:** *Differenzen zwischen dem astrogeodätischen Geoid und dem kombinierten Geoid aus Lotabweichungen und GPS/Nivellement*

Die Unterschiede zeigen einen klaren systematischen Trend der von Südwesten nach Nordosten um mehr als 15 cm ansteigt. Dies war grob bereits in Abbildung 9.6 ersichtlich, wo das Resultat praktisch schon vorausgenommen wurde. Es scheint eine Diskrepanz zwischen Lotabweichungen und den beobachteten Geoidundulationen vorzuliegen, deren Ursachen nicht erklärt werden können. Der Winkel zwischen dem kombinierten Geoid und dem astrogeodätischen Geoid beträgt etwa  $0.15''$ , was deutlich unterhalb der Genauigkeit einer einzelnen Lotabweichungsmessung liegt. Woher die Systematik kommt, ist mir nicht klar. Es scheint mir wahrscheinlicher, dass er in den Lotabweichungen zu suchen ist und nicht in den direkt beobachteten Geoidundulationen. Deshalb wird die Orientierung der kombinierten Lösung als besser betrachtet und somit dieses Geoid als unsere provisorische Schlusslösung gewählt.

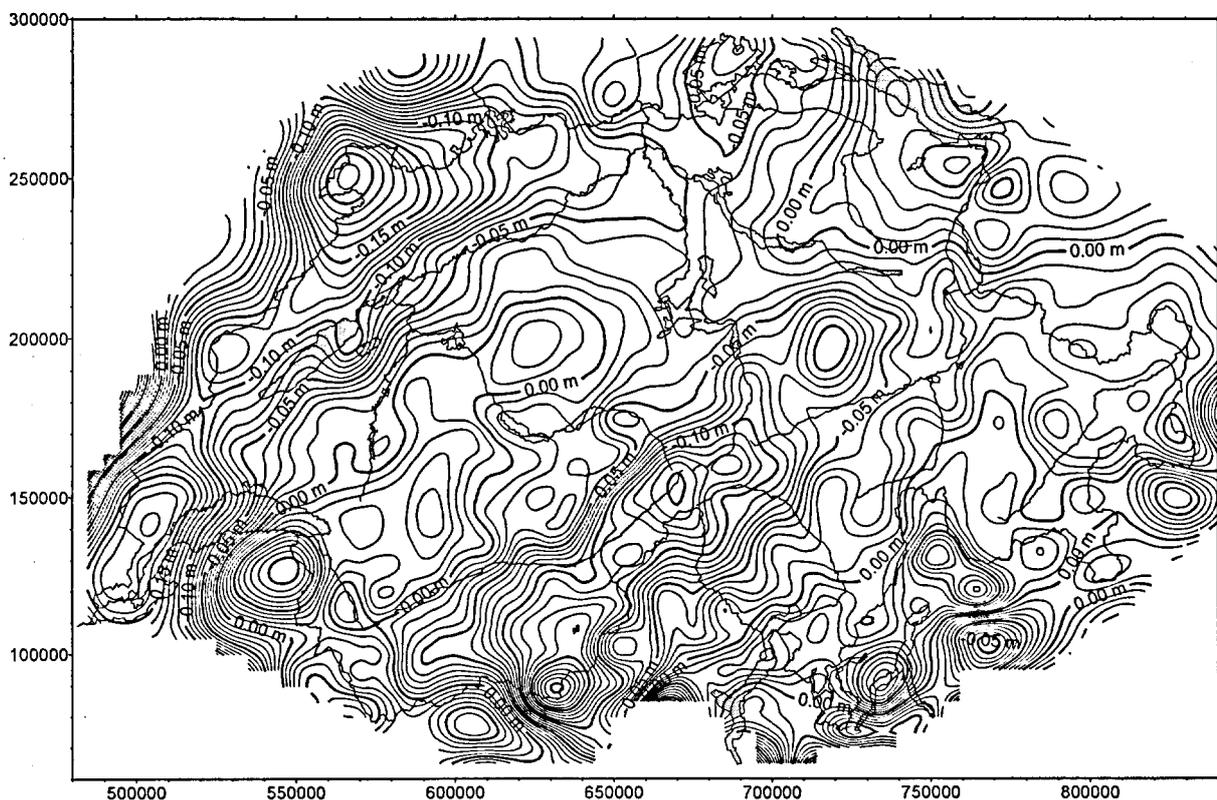
Bringt man übrigens diesen Trend an der astrogeodätischen Lösung an, so ergeben sich zur kombinierten Lösung nur noch maximale Unterschiede von 3 bis 4 cm. Dies spricht für die interne Genauigkeit der gewählten Verfahren, hilft uns jedoch nicht, die systematischen

Abweichungen zu erklären. Hier seien nur einige Hinweise gegeben, welche die Suche der Ursachen erklären könnten:

- Alle grossen Modellwirkungen (Topographie, Moho) weisen einen Gradienten auf, welcher ungefähr in die gleiche Richtung weist, wie der in diesem Kapitel aufgedeckte Trend.
- Die reduzierten Lotabweichungen (vgl. Abbildung 7.22) aber auch die Bouguer-Anomalien (Abbildung 7.20) weisen ebenfalls einen Trend auf, welcher ungefähr in diese Richtung zeigt.
- Sehr grob zeigen auch die Differenzen zwischen Quasigeoid und Geoid in diese Richtung, was aber aus dem Topographiemodell zu erklären ist.

### 9.3 Integration von Schweremessungen

In diesem Kapitel wurde untersucht, wie der Einbezug von ca. 2300 Schweremessungen die aus etwa 950 astrogeodätischen und 70 GPS/Nivellement-Messungen gebildete Lösung noch verändern kann. Die Schweremessungen wurden als Punktwerte in den Kollokationsprozess eingeführt. Die Ausgleichung erfolgte im Bezugssystem CH1903+, was die Schätzung von Trendparametern für die Schwereanomalien nötig machte (vgl. Kapitel 6.2.3). Die Differenzen dieser Berechnung gegenüber der Lösung aus Kapitel 9.2 sind in der folgenden Abbildung 9.8 dargestellt.



**Abbildung 9.8:** *Differenzen zwischen dem kombinierten Geoid aus Lotabweichungen und GPS/Nivellement gegenüber dem kombinierten Geoid inklusive Schweremessungen*

Obwohl das Bild der Isolinien einen sehr unruhigen Verlauf zeigt, befindet sich der grösste Teil der Differenzen innerhalb eines Bereichs von  $\pm 5$  cm. Dies gilt insbesondere auch für Graubünden und das Tessin, wo die grobe Form des Geoids im Wesentlichen durch die GPS/Nivellement-Messungen festgelegt ist. Im Mittelland, Graubünden und dem Tessin wurde durch die Integration der Schwerewerte das Geoid nur geringfügig verändert. Anders verhält es sich im Jura und der übrigen Westschweiz, wo das Geoid durch die Schweremessungen zum Teil um mehr als 15 cm abgesenkt wurde. Ein ähnliches Bild zeigt sich in einer Region, welche vom Klausenpass über die Furka bis ins Monte Rosa Gebiet reicht. In diesen Gebieten zeigt sich eine systematische Inkonsistenz der Schweremessungen gegenüber den übrigen Messungen. Dies muss jedoch nicht unbedingt an den Schweremessungen liegen, sondern dürfte auf das gewählte Verfahren zur Trendabspaltung zurückzuführen sein. Es wird nämlich vor dem Kollokationsschritt zunächst mit einem Polynomansatz ein Trend von den reduzierten Messungen abgespalten und zwar für die Schweremessungen unabhängig von den übrigen Messungen. Dadurch wird erreicht, dass alle Messungen auf Null zentriert werden und die Signale möglichst klein gehalten werden, wie es für die Kollokationsmethode vorteilhaft ist. Andererseits wird durch die unabhängige Berechnung des Trends vernachlässigt, dass alle Messungen durch dasselbe Schwerefeld verursacht werden. Somit können langwellige Inkonsistenzen auftreten, welche im Kollokationsschritt durch eine Schätzung von Offsets nicht mehr korrigiert werden können.

Diese Unstimmigkeiten können nur behoben werden, wenn auf die Einführung von Trends verzichtet oder falls für alle Messungen eine gemeinsame, potentialtheoretisch korrekte, Trendfunktion angesetzt wird. Dieses Problem wurde in dieser Arbeit weiter untersucht, indem versucht wurde, den Trend durch harmonische Polynome zu approximieren. Dies führte jedoch zu keiner Verbesserung des Resultats. Dieses Problem muss aber für eine volle Integration der Schweremessungen in eine kombinierte Geoidbestimmung gelöst werden.

## 10. Vergleich des Geoids mit bisherigen Lösungen

Das neue Geoid wird in diesem Kapitel verglichen mit dem bis heute offiziellen Geoid der Schweiz von Gurtner [1978] und dem neuen europäischen Quasigeoid des Institut für Erdmessung (IfE) der Universität Hannover.

### 10.1 Vergleich mit dem Geoid von Gurtner

Die hier verglichene Version des astrogeodätischen Geoids von Gurtner, ist die seit 1992 in der Schweiz offiziell verwendete (implementiert in den Programmen LAG und GEOLOT). Gelagert ist es in Schwerzenbach mit einer Undulation von 0 Metern. Das neue Geoid wurde im CH1903+ so gelagert, dass die Undulation in Zimmerwald mit dem bisherigen Wert übereinstimmt. Deshalb wird die Differenz in Schwerzenbach nicht exakt Null ergeben.

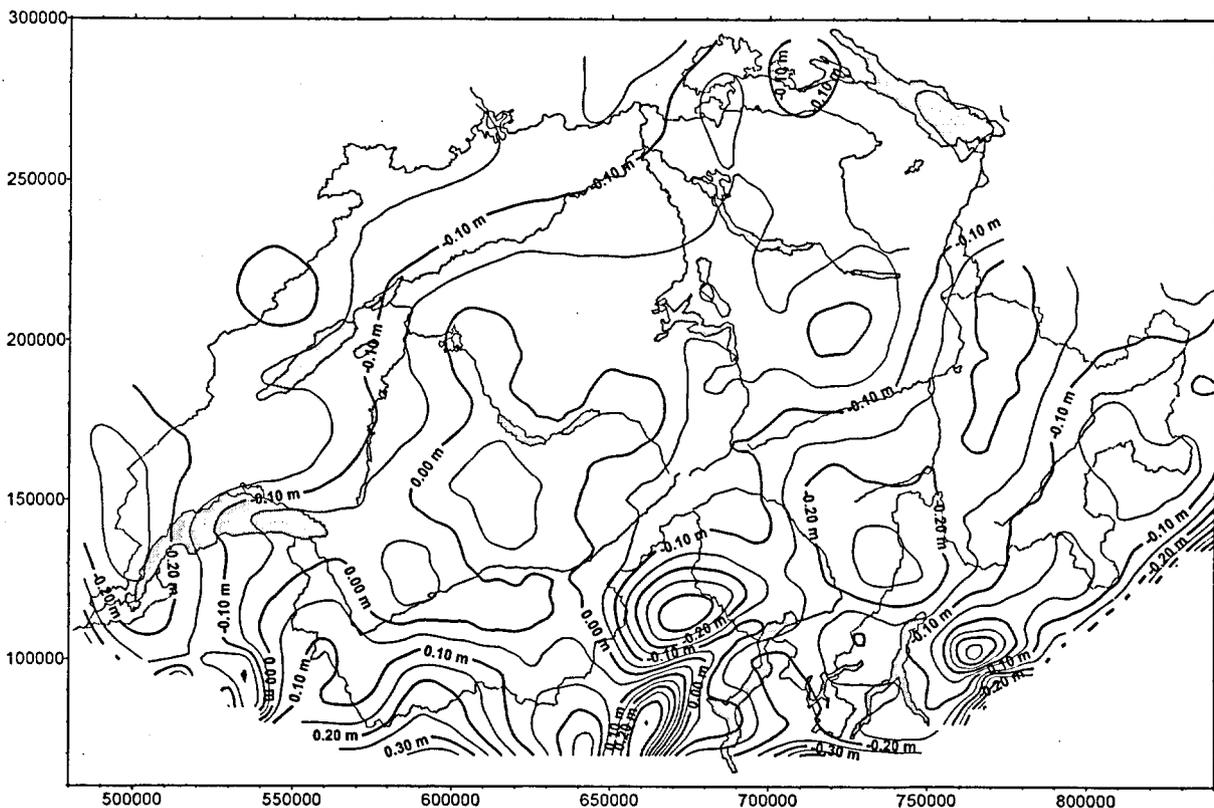


Abbildung 10.1: Differenzen zwischen dem neuen astrogeodätischen Geoid und dem bisher verwendeten Geoid von Gurtner

Die grössten Differenzen treten im Bereich der Ivrea-Zone auf. Dies ist auf das heute stark verbesserte Modell des Ivrea-Körpers und die vielen zusätzlichen Messungen in diesem Gebiet zurückzuführen.

Abgesehen von diesem deutlich sichtbaren Unterschied, zeigt sich in Abbildung 10.1 ein langwelliger Anteil etwa in West-Ost-Richtung: Nördlich von Genf befindet sich ein

Minimum von etwa -25 cm. Die Unterschiede wachsen danach an, bis sie im Berner Oberland ein lokales Maximum von etwa 6 cm erreichen, und bis in die Region des San Bernardino Passes, wo sie ein weiteres Minimum von -25 cm bilden. Noch weiter östlich wachsen die Differenzen dann wieder bis auf -5 cm im Unterengadin an.

Der langwellige Trend, der in den Alpen viel ausgeprägter als im Mittelland erscheint, ist sicher auf die bei der Geoidberechnung von Gurtner verwendete geringere Stützpunktdichte zurückzuführen.

## **10.2 Vergleich mit dem europäischen Quasigeoid**

1995 wurde eine Lösung für das europäische Quasigeoid vorgestellt, welches am Institut für Erdmessung (IfE) der Universität Hannover berechnet wurde [Denker et al., 1995]. Es handelt sich dabei um eine gravimetrische Lösung, welche etwa 1.5 Millionen Schwerewerte berücksichtigt. Aus der Schweiz sind dabei die in Kapitel 4.2 beschriebenen Daten sowie das RIMINI-Geländemodell (Kapitel 5.1.1.1) eingeflossen. Als Referenzsystem wurde das ETRS89 gewählt. Uns wurde vom IfE im Sommer 1996 eine aktualisierte Lösung EGG96 mit einer Auflösung von 1' mal 1.5' (entspricht ca. 2 km Maschenweite) zur Verfügung gestellt, um es mit unseren Resultaten zu vergleichen.

Um unsere Lösungen mit dem europäischen Quasigeoid vergleichen zu können, müssen diese zuerst in das europäische Referenzsystem transformiert werden. Dies geschieht mit dem in Kapitel 6.2 beschriebenen Verfahren. Nach der Transformation des astrogeodätischen Quasigeoids erhalten wir das in Abbildung 10.2 dargestellte Quasigeoid, welches man nun mit der Lösung des IfE überprüfen kann.

Die Differenzen sind in Abbildung 10.3 dargestellt. Zu beachten ist in diesem Vergleich, dass weder ein Trend noch ein Offset angebracht worden ist. Somit ergibt sich in Zimmerwald ein Unterschied von ca. 4 cm.

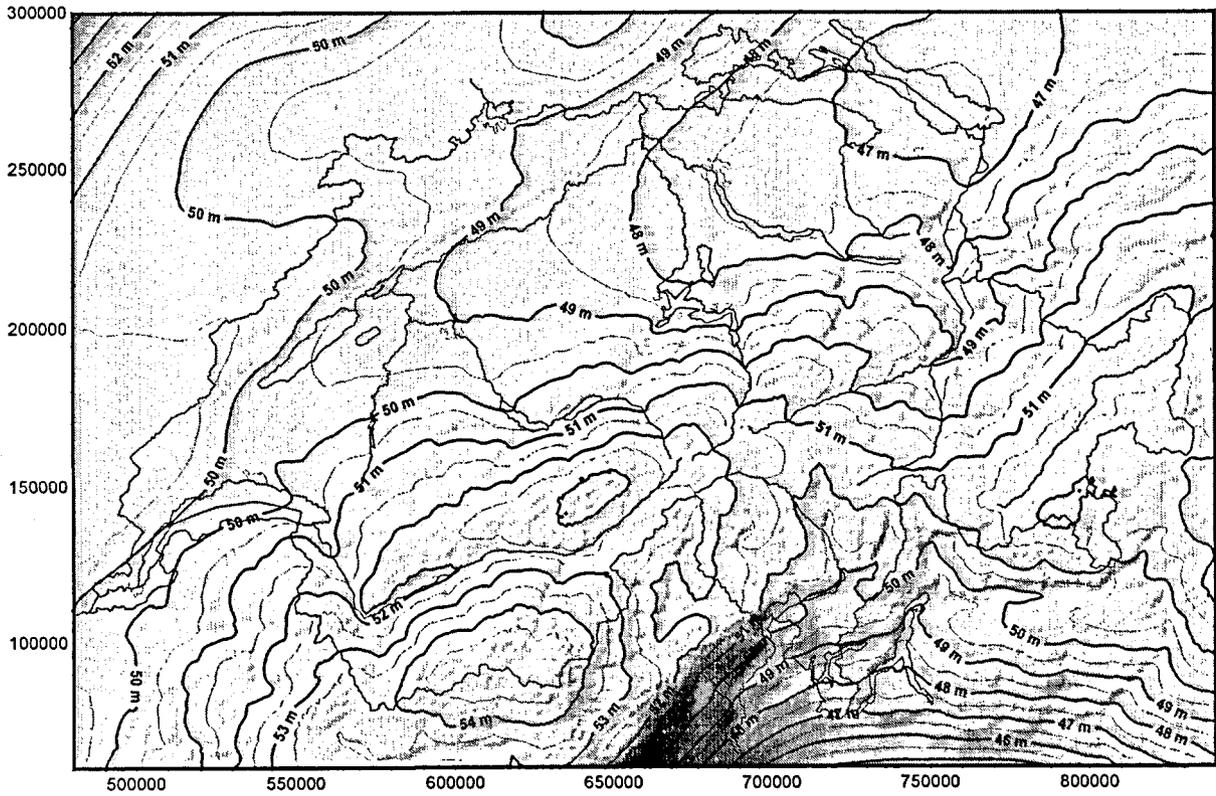


Abbildung 10.2: Quasigeoid der Schweiz im Datum ETRF93 (aus astrogeodätischen Daten)

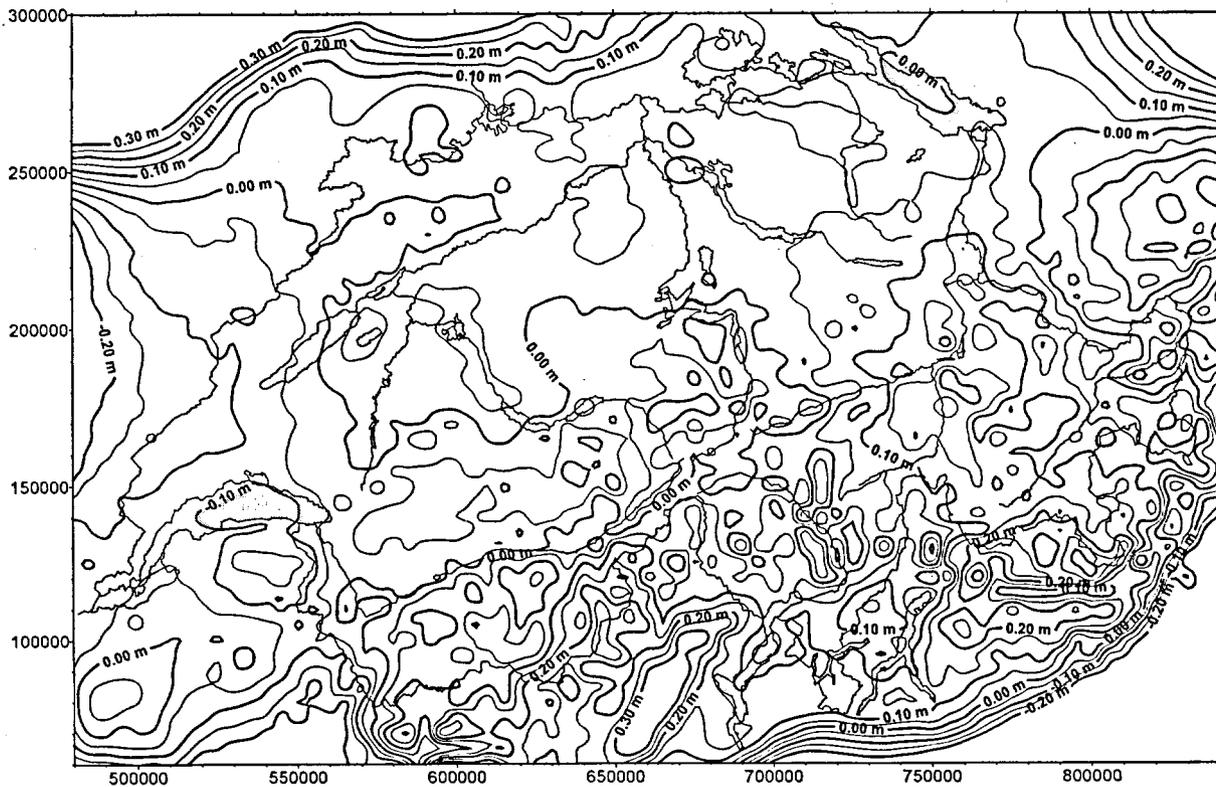
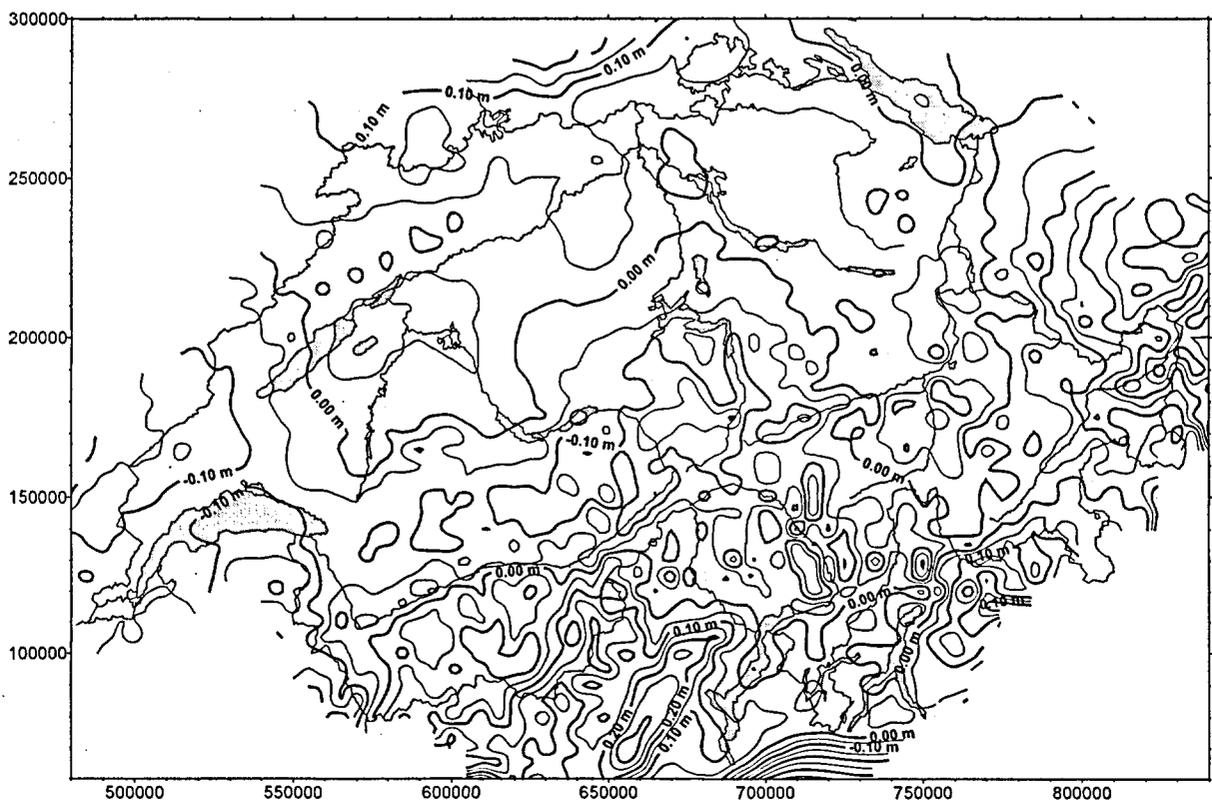


Abbildung 10.3: Differenzen zwischen europäischem Quasigeoid (EGG96) und schweizerischem astrogeodätischem Quasigeoid

Im Mittelland zeigen sich nur sehr geringe Unterschiede mit Maximalwerten von etwa  $\pm 5$  cm. In der Region nördlich von Genf und Lausanne (Waadtländer Jura) erreichen diese Differenzen aber auch Beträge von über 10 cm. Im Alpenraum zeigen die Isolinien einen unruhigeren Verlauf, überschreiten aber auch hier kaum einmal den Wert von 10 cm. Eine Ausnahme davon bildet einzig eine Zone, welche von Liechtenstein über Chur und das Domleschg bis ins Engadin und das Puschlav reicht. Dort werden in Einzelfällen auch Beträge von 20 cm erreicht. Östlich dieser Zone werden die Differenzen wieder kleiner und erreichen im Unterengadin praktisch wieder einen Wert von 0. Diese langwelligen Unterschiede der beiden Lösungen zeigen lokal eine systematische Diskrepanz zwischen den Lotabweichungen und Schwerewerten auf. Die kurzwelligen Unterschiede, wie sie vor allem im Alpenraum auftreten, dürften zum grössten Teil durch die verwendeten Topographiemodelle sowie auf die Interpolation auf ein regelmässiges Gitter verursacht sein und sind nur teilweise eine Folge der Schweremessungen oder Lotabweichungen.

Als abschliessender Vergleich dieses Kapitels wurde das europäische Quasigeoid EGG96 auch noch mit der aus Lotabweichungen und GPS/Nivellement kombinierten Lösung verglichen. Dies ist in Abbildung 10.4 dargestellt.



**Abbildung 10.4:** Differenzen zwischen dem europäischen Quasigeoid (EGG96) und dem kombinierten Geoid aus Lotabweichungen und GPS/Nivellement

Die Hauptcharakteristiken dieser Differenzen sind etwa identisch mit denjenigen aus Abbildung 10.3. Insbesondere der ruhige Verlauf im Mittelland und die Unregelmässigkeiten im Alpenraum sind auch hier erkennbar. Deutlich besser ist die Übereinstimmung in Graubünden (ausser im Unterengadin) und im südlichen Tessin. Hingegen werden die Differenzen im zentralen Alpenraum (Berner Oberland, Zentralschweiz) leicht grösser.

Zusammengefasst kann gesagt werden, dass der Vergleich unserer Lösungen mit der Lösung des IfE aufgezeigt hat, dass in flachem und leicht gebirgigem Gebiet sowohl mit der astrogeodätischen als auch mit der gravimetrischen Methode über grössere Distanzen von 50 bis 100 km Entfernung ein Geoid (oder Quasigeoid) mit einer Genauigkeit von einigen wenigen Zentimetern zuverlässig berechnet werden kann. Im Alpenraum hingegen treten Differenzen auf, welche den Schluss zulassen, dass zumindest eine der Lösungen kleinere Schwachpunkte aufweist.

Meiner Meinung sind diese Schwachstellen mehrheitlich im europäischen Quasigeoid zu suchen, da sowohl das dort verwendete digitale Höhenmodell (RIMINI) als auch die verwendeten Schweredaten noch grobe Fehler enthalten.

Aufgrund dieses Vergleichs dieser zwei vollkommen unabhängigen Lösungen (unterschiedliches Geländemodell, keine einzige Messung, welche gleichzeitig in beiden Berechnungen verwendet wurde, Originalberechnung in unterschiedlichen Bezugssystemen) schliesse ich auf eine äussere Genauigkeit unserer provisorischen kombinierten Lösung aus Lotabweichungen und GPS/Nivellement auch im hochalpinen Gebiet von besser als 5 cm. Eine Ausnahme davon könnte einzig das Unterengadin bilden, wo die Differenzen zwischen unserer Lösung und der europäischen Lösung mehr als 20 cm betragen. In diesem Gebiet ist für unsere Lösung die GPS/Nivellement-Station bei Ramosch von grossem Einfluss (Vergleiche Abbildung 9.6 und Abbildung 9.7). Deren Messungen und ihr Anschluss an das Landesnivellement müssen in einer weiteren Berechnung des Geoids der Schweiz sicherlich überprüft werden.

---

## 11. Weiteres Vorgehen, Schlussbetrachtungen

### 11.1 noch nicht erfüllte Voraussetzungen für ein cm-Geoid der Schweiz

Die Resultate dieser Arbeit und insbesondere der Vergleich mit dem europäischen Quasigeoid haben gezeigt, dass das Geoid in der ganzen Schweiz mit einer Genauigkeit von deutlich besser als 5 cm bekannt ist. Dies ist noch ein wenig vom hochgesteckten Ziel des cm-Geoids entfernt. Wieso dies so ist und wie das Resultat eventuell noch verbessert werden könnte, soll in diesem Kapitel erläutert werden.

Aus den Untersuchungen in Kapitel 8.4 ist zu schliessen, dass aus astrogeodätischen Messungen alleine das Geoid in der Schweiz mit einer Genauigkeit von etwa 4 cm relativ zu Zimmerwald bestimmt werden kann. Eine Voraussetzung dafür ist jedoch, dass keine systematischen Fehler mehr vorhanden sind und dass alle Massenmodelle, welche einen indirekten Effekt verursachen, eliminiert worden sind. Steigern lässt sich diese Genauigkeit nur, falls ein sehr viel dichteres Lotabweichungsnetz beobachtet würde oder der mittlere Fehler einer einzelnen Messung gegenüber der in dieser Arbeit verwendeten Werte deutlich reduziert werden könnte. Beide diese Ziele sind im Moment nicht realisierbar, so dass wir dem Ziel eines cm-Geoids nur durch Kombination mit anderen Messungen näher kommen können.

Durch die Integration von GPS/Nivellement kann der mittlere Fehler des Geoids etwa auf 2 bis 3 cm reduziert werden. Eine Voraussetzung dafür ist jedoch, dass sowohl die GPS-Höhen als auch die orthometrischen Höhen mit einer Genauigkeit von etwa 1 cm bekannt sind. Bei einer geringeren Genauigkeit dienen die GPS/Nivellement-Messungen im wesentlichen der Korrektur von systematischen, langwelligen Fehlern der astrogeodätischen Lösung, bringen aber im lokalen Bereich keine Verbesserungen.

Im Gegensatz dazu erreicht man durch die Integration der Schweremessungen lokal eine Genauigkeitssteigerung, die derjenigen der astrogeodätischen Lösung überlegen ist. Für eine Geoidbestimmung im Bereich von 1 cm über Distanzen von 50 bis 100 km, müssen sie in die Berechnungen einbezogen werden. In unserer provisorischen Schlusslösung ist dies wegen der Probleme bei der Berücksichtigung des Trends noch nicht realisiert.

## 11.2 Weiteres Vorgehen

Das weitere Vorgehen kann in zwei Komponenten aufgeteilt werden: Als erstes müssen die Resultate den Benutzern zur Verfügung gestellt und zweitens müssen die bisher erreichten Resultate noch weiter überprüft und eventuell verbessert werden.

### 11.2.1 Abgabe der Resultate an die Benutzer

Der Hauptzweck dieser Arbeit war, den Vermessungsfachleuten der Schweiz ein Schwerefeldmodell zur Verfügung zu stellen, welches ihnen erlaubt, die mit GPS bestimmten Höhen in ein physikalisches Höhensystem zu transformieren. Daneben muss jedoch auch die Reduktion der klassischen Messungen um den Einfluss des Störpotentials (insbesondere Lotabweichungen) ermöglicht werden.

Es wäre nun denkbar, diesen Benutzern ein Softwarepaket zur Verfügung zu stellen, mit welchem sich die Berechnungen der vorliegenden Arbeit nachvollziehen lassen. Das würde aber bedeuten, dass sie die Massenmodelle, den Korrelatenvektor und die entsprechenden Programme zur Berechnung von Masseneinflüssen und zur Prädiktion bei sich installieren müssten. Diese Lösung wurde im bisherigen Programm GEOLOT (LAG) gewählt. Das heute verwendete Massenmodell ist jedoch so umfangreich und komplex, dass es nicht mehr sinnvoll ist, dieses an alle Benutzer abzugeben. Die Fehleranfälligkeit bei der Bedienung würde gesteigert. Zudem hat sich der Berechnungsaufwand deutlich erhöht und wegen der Integrierung von DHM25 ergeben sich zusätzliche urheberrechtliche Probleme.

Aus diesen Gründen ist es sinnvoll, dass den Benutzern nur das Endresultat in Form eines Rasters sowie ein kleines Interpolationsprogramm zur Verfügung gestellt werden. Die eigentlichen Berechnungsprogramme und die Massenmodelle sollten nur innerhalb der L+T und den Hochschulen zugänglich sein und verwaltet werden.

Als Maschenweite für das Geoid und das Quasigeoid, welches an die Benutzer abgegeben wird, empfehlen wir 1000 Meter. Dadurch werden im Flachland aber auch in den Alpentälern durch die Interpolation zusätzliche Fehler von einigen wenigen Millimetern verursacht. Im Hochgebirge können bei der Interpolation von Höhenanomalien jedoch Fehler von mehreren cm auftreten (vgl. Abbildung 9.4). Dieser Genauigkeitsverlust tritt bei der Berechnung von Geoidundulationen nicht auf, was ein starkes Argument für die Verwendung von orthometrischen Höhen (gegenüber Normalhöhen) ist.

Die Unregelmässigkeiten des Quasigeoids können auch bei der Verwendung eines orthometrischen Systems nicht völlig ignoriert werden, da auch die interpolierten Oberflächenlotabweichungen interessieren. Diese können theoretisch durch Ableiten des Gitters des Quasigeoids bestimmt werden. Zur Steigerung der Genauigkeit wird für sie jedoch ein separates Gitter erzeugt. Durch dieses Verfahren entstehen (in den Hochalpen) maximale Fehler von etwa 2-3". Dies dürfte jedoch für die meisten Anwender genügen.

In GEOLOT gab es bisher auch die Möglichkeit, die Lotabweichung nicht nur an der Erdoberfläche, sondern auch im Erdinnern aus Massen zu berechnen. Diese selten gebrauchte Option hat eine gewisse Bedeutung im Tunnelbau zur Reduktion von Höhenwinkeln und Kreiselazimuten. Da im neuen Interpolationsprogramm keine Massenmodelle mehr enthalten sind, lässt sich diese Berechnung nur dadurch erreichen, dass die Lotabweichungen auf Höhe des Geoids (oder die Lotkrümmungen) ebenfalls in einem Gitter abgespeichert werden und eine zusätzliche Interpolation in der Höhe durchgeführt wird. Diese wiederum lässt sich nur durchführen, falls die Höhe der Topographie bekannt ist. Es muss also ein grobes digitales Geländemodell vorhanden sein. Diese relativ seltene Anwendung der Lotabweichungsberechnung im Erdinnern, würde also das Programm für die Endbenutzer stark verkomplizieren und wird deshalb (vorläufig) nicht integriert.

Für Anwender, welche diese Option benötigen, oder die eine höhere Genauigkeit der Oberflächenlotabweichungen verlangen, als dies durch die Interpolation des Gitters möglich ist, wird an der L+T ein (gebührenpflichtiger) Dienst eingerichtet, welcher die strenge Prädiktion von Lotabweichungen, Geoidhöhen und auch Schwerewerten aus Massen anbietet. Auf diese Weise lassen sich Oberflächenlotabweichungen mit einer Genauigkeit von 0.5 bis 1.0" berechnen.

### 11.2.2 Ergänzungsmessungen

Für eine Verbesserung der Geoidbestimmung stellt sich immer die Frage, ob durch eine Verdichtung der Messungen eine Genauigkeitssteigerung erreicht werden kann. Aus den Untersuchungen in den Kapiteln 8.4 und 8.6 folgt, dass die heute vorhandenen Stützpunkte ausreichen, um das Schwerfeld in der Schweiz mit einer Genauigkeit von 2 bis 3 cm relativ zu Zimmerwald zu bestimmen. Diejenigen Gebiete, für welche diese Aussage nicht gilt, wurden im Sommer 1995 durch Lotabweichungsmessungen besser abgedeckt. Die Integration dieser Resultate dürfte in einigen Randgebieten noch eine leichte Verbesserung der Lösung

bewirken. Eine flächenhafte Verdichtung der astrogeodätischen Messungen ist nur mit sehr viel Aufwand durchzuführen und wird wahrscheinlich nur zu unbedeutenden Veränderungen führen.

Neben den Lotabweichungen weisen auch die Schweremessungen für den Zweck der Geoidbestimmung eine genügend grosse Dichte auf. Das Problem besteht hier eher in der Eliminierung von groben Fehlern, der Zusammenstellung der Daten und der Reduktion auf ein einheitliches Bezugssystem. Diese Arbeiten werden zur Zeit durch die SGPK durchgeführt. Eine weitere Frage, welche in dieser Arbeit nur kurz angeschnitten wurde, ist, ob sich die Integrierung der Messungen des Projektes AEROGRAV [Klingelé et al. 1996] lohnt. Dadurch könnte für die Kollokation eine dreidimensionale Kovarianzfunktion angesetzt werden und somit die Reduktion der Messungen von der Erdoberfläche auf das Geoid eventuell verbessert werden.

Somit verbleiben die GPS-Messungen auf Punkten des Landesnivellements, welche das Geoid noch verbessern - oder zumindest auf billige Weise kontrollieren - könnten. Eine Voraussetzung dafür ist jedoch, dass das Landesnivellement streng in orthometrischen Höhen (oder Normalhöhen) vorliegt und dass die GPS-Höhen in einem Distanzbereich von 100 bis 200 km mit einer Genauigkeit von zumindest 1 bis 2 cm bestimmt werden können.

### **11.2.3 Verbesserung der Massenmodelle**

Neben zusätzlichen Messungen kann auch eine Verfeinerung des Massenmodells eine Genauigkeitssteigerung bewirken. Das digitale Höhenmodell DHM25 bildet nach seiner Fertigstellung einen ausgezeichneten Beitrag zur Schwerefeldbestimmung. Seine Auflösung von 25 Metern genügt für die Geoidberechnung in jedem Fall. Seine kleinen Fehler im Hochgebirge sind für unsere Zwecke unbedeutend.

Mehr als die geometrische Form des Topographiemodells muss uns jedoch die Dichteverteilung interessieren. Sie ist (neben den Messfehlern) hauptverantwortlich für die kurzwelligen Anteile in den Residuen der Messungen, wie sie in Kapitel 7.4.7 dargestellt sind. Insbesondere die reduzierte Oberflächendichte der quartären Sedimente der grössten Flüsse sollte modelliert werden. Dies hätte nicht nur den Vorteil einer genaueren Berechnung des indirekten Effekts für die Bestimmung des Geoids, sondern erleichtert auch für die Quasigeoidbestimmung die Interpolation.

---

Der Modellierung der oberflächennahen Störkörper sollte also für den Zweck der Schwerefeldbestimmung zur Zeit die grösste Aufmerksamkeit geschenkt werden. Die Verbesserung der Modellierung des Dichteverlaufs im Erdinnern interessiert erst in zweiter Linie.

#### 11.2.4 Verbesserung der Auswerteverfahren

Die Kollokation hat sich in dieser Arbeit einmal mehr als geeignetes Verfahren zur Schwerefeldbestimmung erwiesen. Für lokale Berechnungen mit einer nicht allzu grossen Datenmenge bildet sie die Grundlage für eine hochgenaue kombinierte Geoidbestimmung. Ihr Nachteil besteht jedoch darin, dass eine Matrix mit der Dimension 'Anzahl Beobachtungen' invertiert werden muss. Das Integrieren sämtlicher vorhandener Schweremessungen in die Berechnungen wird deshalb praktisch nur möglich, falls die Einzelmessungen repräsentative Mittelwerte ersetzt werden, wie dies bereits in den Arbeiten von Geiger [1990] durchgeführt wurde.

Die benutzte Kovarianzfunktion ist bei einer guten Messpunktverteilung von geringem Einfluss auf die Lösung, solange man einen zweidimensionalen Ansatz wählt. Physikalisch sinnvoller wäre jedoch ein dreidimensionaler Ansatz, bei welchem die Signale mit zunehmender Höhe gedämpft werden. Dies führt aber beim heute vorliegenden Datensatz nicht auf befriedigende Resultate, da sich alle Messungen an der Erdoberfläche befinden. Erneute Versuche mit einer dreidimensionalen Kovarianzfunktion sollten erst nach der Berücksichtigung der Resultate des Projekts AEROGRAV unternommen werden.

Ein weiterer Nachteil des in dieser Arbeit verwendeten Verfahrens ist der, dass direkt im Projektionssystem der schweizerischen Landesvermessung gearbeitet wurde. Für die Wahl der harmonischen Kovarianzfunktion (und auch der Trendfunktion) wurde jedoch davon ausgegangen, dass die Berechnungen in einem strengen kartesischen Koordinatensystem durchgeführt wurden. Die Benutzung eines Kartenprojektionssystems als Bezugsfläche ist also nur für lokale Schwerefeldbestimmungen erlaubt. Für grössere Untersuchungsgebiete ist es aber nötig, eine Kugel oder ein Ellipsoid als Referenzfläche zu verwenden und somit auch die Kovarianzfunktion und die Laplace-Bedingung im entsprechenden System zu formulieren. Ein Untersuchungsgebiet mit der Grösse der Schweiz kann kaum mehr als eine sehr lokale Berechnung betrachtet werden und somit dürfte das von uns gewählte Referenzsystem (Kartenprojektion) ein weiterer Grund für die systematischen Unterschiede zwischen

Lotabweichungen und Schwerewerten bilden. Obwohl der Vergleich mit dem europäischen Geoid eine hohe Übereinstimmung der beiden Lösungen ausweist, würde man bei einer Neuberechnung besser direkt in einem streng kartesischen (geozentrischen) oder ellipsoidischen Referenzsystem arbeiten.

Als wesentlichster Nachteil des bisherigen Verfahrens der Schwerefeldbestimmung ist die Behandlung des Trends der reduzierten Beobachtungen zu nennen. Durch die unabhängige Einführung eines nicht harmonischen Trends für Lotabweichungen und Geoidhöhen einerseits und für Schweren andererseits werden Inkonsistenzen in der kombinierten Lösung mit einem Betrag von mehr als 10 cm eingeführt. Dies ist der wichtigste Mangel der heute verfügbaren Auswertesoftware, welcher für eine wirklich integrierte Schwerefeldbestimmung unter Verwendung aller Messungen behoben werden muss.

### 11.3 Schlussbetrachtungen

Insbesondere der Vergleich mit dem europäischen Quasigeoid hat uns gezeigt, dass das Ziel einer Geoidbestimmung mit einer Genauigkeit von einigen wenigen cm über die ganze Schweiz erreicht wurde. Wir können davon ausgehen, dass das Geoid ausser in einigen Randzonen besser als auf 3 bis 5 cm bekannt ist.

Hauptverantwortlich für dieses gute Resultat sind einerseits die vielen präzisen Lotabweichungsmessungen der letzten Jahre, welche mit der transportablen Zenitkamera der ETH Zürich durchgeführt wurden, aber insbesondere auch die gute Qualität der heute verfügbaren Modelle der Topographie und der geologischen Tiefenstruktur. Durch die Elimination der durch diese Störkörper verursachten Wirkungen auf das Schwerefeld erhielten wir ein so stark geglättetes Residualfeld der Beobachtungen, dass die Wahl der Interpolationsmethode nur noch einen geringen Einfluss auf die Lösung hat.

Als vorläufige Schlusslösung wird die kombinierte Bestimmung aus Lotabweichungen und GPS/Nivellement gewählt. Diese Lösung zeigt gegenüber der reinen astrogeodätischen Lösung in Graubünden Diskrepanzen von über 10 cm. Dies haben wir mit systematischen Fehlern in den Lotabweichungen erklärt, was jedoch durch weitere Untersuchungen noch bestätigt werden muss. Die Unterschiede zum kombinierten Geoid mit integrierten Schweren lassen sich hingegen mit grosser Sicherheit der Trendabspaltung zuschreiben. Für die Elimination dieses Problems ist eine Verbesserung der Auswertesoftware nötig.

Trotz dieser Probleme, welche noch in der momentanen Lösung stecken, ist das in dieser Arbeit entstandene Schwerefeldmodell bereit, um an die Benutzer abgegeben und in der Praxis eingesetzt zu werden. Sowohl die Geoidundulationen als auch die prädizierten Lotabweichungen sind in allen heute in der Schweiz benutzten Referenzsystemen (CH1903, CH1903+ und CHTRS95) mit einer Genauigkeit berechenbar, welche gegenüber dem bisher verwendeten Modell stark gesteigert wurde. Dennoch wird dieses Modell schon bald eine erste Korrektur erfahren. Dies hat seine hauptsächlichen Ursachen in folgenden Arbeiten, welche zwischen dem Abschluss der Berechnungen und der Fertigstellung dieses Berichts abgeschlossen wurden:

- Fertigstellung des digitalen Höhenmodells DHM25
- Lotabweichungsmessungen in den Jahren 1995 und 1996
- Verbesserte Modellierung des Einflusses der Troposphäre für GPS-Beobachtungen
- Modellierung des kristallinen Untergrunds im Alpenraum

Hinzu werden zu einem späteren Zeitpunkt noch die Resultate aus Arbeiten integriert werden, welche im Gang sind oder bald in Angriff genommen werden, wie zum Beispiel:

- Strenge kinematische Ausgleichung des Landesnivellements
- Aufbereitung der Schweredaten
- Modellierung der Sedimente der grössten Flüsse
- Weiterentwicklung der Software zur Schwerefeldbestimmung

---

## 12. Literaturverzeichnis

- Arnet F, (1992): POTENZ - ein Programm zur exakten Berechnung der Gravitationsfeldgrößen Potential, Beschleunigung und Schweretensor von beliebigen Polyedern. IGP-Bericht Nr. 192, ETH Zürich, März 1992.
- Arnet F, E. Klingelé (1996): Das neue Schweregrundnetz der Schweiz. Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz, SGK, Band 56. (Im Druck)
- Baumann M. (1994): Three-dimensional modeling of the crust-mantle boundary in the Alpine region. Dissertation ETHZ Nr. 10772. ETH Zürich.
- Boucher C., Z. Altamimi (1991): ITRF89 and other realizations of the IERS Terrestrial Reference System for 1989. IERS Technical Note 6. Observatoire de Paris. April 1991.
- Boucher C., Z. Altamimi, L. Duhem (1994): Results and Analysis of the ITRF93. IERS Technical Note 18. Observatoire de Paris. Oktober 1994.
- Bürki B. (1989): Integrale Schwerefeldbestimmung in der Ivrea-Zone und deren geophysikalische Interpretation. Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz, SGK, Band 40.
- Choudhury M., P. Giese, G. de Visentini (1971): Crustal structure of the Alps: some general features from explosion seismology. Boll. geof. teor. ed applic. 13. No. 51/52. p. 211-240.
- Cocard M.: (1995): High Precision GPS Processing in kinematic mode. Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz, SGK, Band 52.
- Denker H., W. Torge (1992): Recent Developments of the European Geoid Project. In: [Holota, Vermeer (eds.) (1992)].
- Denker H., D. Behrend, W. Torge (1995): European Gravimetric Geoid: Status Report 1994. In: Gravity and Geoid. IAG Symposia No. 113. Springer Verlag.
- Edel J. B., K. Fuchs, C. Gelbke, C. Prodehl (1975): Deep structure of the southern Rhinegraben area from seismic refraction investigations. J. Geophys. Nr. 41. p. 333-356.
- Ehrnsperger W., J. Kok (1986): Status and Results of the 1986 Adjustment of the European Levelling Network - UELN-73. Contributed Paper to the Symposium on Height Determination and Recent Crustal Movements in Western Europe, Federal Republic of Germany, September 156 - 19, 1986.
- Elmiger A. (1969): Studien über Berechnungen von Lotabweichungen aus Massen, Interpolation von Lotabweichungen und Geoidbestimmung in der Schweiz. Mitteilungen des IGP der ETHZ Nr. 12. Zürich.

- 
- Elmiger A. (1971): Astronomisch-geodätische Lotabweichungen in der Schweiz. Zusammenstellung 1867 - 1970. Bericht an die SGK. Juni 1971.
- Elmiger A. (1975): Erste Ergebnisse einer Geoidbestimmung für die Schweiz aus astronomischen und interpolierten Lotabweichungen. Bericht an die SGK. Juni 1975.
- Geiger A., M.V. Müller (1987): Dopplermessungen für das Projekt ALGEDOP. Anwendung des U.S. Satelliten-Navigationssystems TRANSIT in der Schweiz. Teil II: Auswertung und Interpretation. IGP-Bericht Nr. 138. ETH Zürich, November 1987.
- Geiger A. (1990): Gravimetrisches Geoid der Schweiz: Potentialtheoretische Untersuchungen zum Schwerfeld im Alpenraum. Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz, SGK, Band 43.
- Geiger A., M. Cocard, Y. Peter, H.-G. Kahle (1994): Precise DGPS and Self Calibrating Laser Altimetry for Airborne Marine Geoid Determination. In: Proceedings of ION GPS-94 7th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, Salt Lake City, Utah. September 20-23, 1994.
- Glaus R. (1990): Massenmodelle: Überprüfung und Erweiterung an Lotabweichungen und Schweremessungen. Geodätisches Seminar I. IGP, ETH Zürich.
- Grafarend E. W. (1995): The Geoid and its Heterogeneous Isostatic Signal Constituent. Paper presented at the XXI IUGG General Assembly. Boulder, Colorado.
- Groten E. (1979): Geodesy and the Earth's Gravity Field. Dümmler Verlag, Bonn.
- Gubler E., H.-G. Kahle, E. Klingelé, St. Mueller, R. Olivier (1981): Recent Crustal Movements in Switzerland and their Geophysical Interpretation. Tectonophysics, Vol. 71 p 125-152.
- Gurtner W. (1978): Das Geoid der Schweiz. Mitteilungen des IGP der ETHZ Nr. 20. Februar 1978.
- Heiskanen W. A., H. Moritz (1967): Physical Geodesy. Reprint Institute of Physical Geodesy Technical University Graz. 1987.
- Holota P., M. Vermeer (1992): First Continental Workshop on the Geoid in Europe. Research Institute of Geodesy, Topography and Cartography. Prag.
- Jeanrichard F. (Hrsg.) (1992): Dreidimensionales Testnetz Turtmann 1985-1990. Teil 1. Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz, SGK, Band 45.
- Jordan S. K. (1972): Self-consistent statistical models for the gravity anomaly, vertical deflections, and undulation of the geoid. J. Geophys. Res., Vol. 77, No. 20, 3660-3670.

- 
- Kahle H.-G., E. Klingelé, St. Mueller, R. Egloff (1976): The variation of crustal thickness across the Swiss Alps based on gravity and explosion seismic data. *Pageoph.* Vol. 114, p. 479-494.
- Kahle H.-G., (1988): Einführung in die Höhere Geodäsie. Verlag der Fachvereine, Zürich.
- Kahle H.-G. (Hrsg.) (1993): NFP20. Beitrag der Geodäsie zur geologischen Tiefenstruktur und Alpendynamik. Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz, SGK, Band 47.
- Kissling E. (1982): Aufbau der Kruste und des oberen Mantels in der Schweiz. Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz, SGK, Band 45. p. 37-126.
- Klingelé E., R. Olivier (1980): La nouvelle carte gravimétrique de la Suisse. (Anomalie de Bouguer). Matériaux pour la Géologie de la Suisse, Géophysique No. 20, Commission Suisse de Géophysique.
- Klingelé E., M. Cocard, H.-G. Kahle, M. Halliday (1996): Airborne Gravimetric Survey in Switzerland. *J. Geophys. Res.*, in press.
- Mader K. (1951): Das Newton'sche Raumpotential prismatischer Körper und seine Ableitungen bis zur dritten Ordnung. Sonderheft 11 ÖZfVuPh, Wien.
- Mainville A., M. Véronneau, R. Forsberg, M. Sideris (1995): A Comparison of Geoid and Quasigeoid Modeling in Rough Topography. In [Sünkel, Marson (eds.) (1995)].
- Marti U. (1988): Astrogeodätische Geoidbestimmung in der Ivrea-Zone. IGP-Bericht Nr. 153. ETH Zürich, Juli 1988.
- Marti U. (1990): ALGESTAR. Satellitengestützte Geoidbestimmung in der Schweiz. Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz, SGK, Band 41.
- Marti U. (1992): Untersuchungen an LAG und Beschreibung der neuen Version LAG 5.0. IGP, ETHZ, Interner Bericht. Januar 1992.
- Menard G. (1979): Relations entre Structures Profondes et Structures Superficielles dans le Sud-est de la France. Institut de Recherches Interdisciplinaires de Géologie et de Mécanique, Université de Grenoble.
- Moritz H. (1980): Advanced Physical Geodesy. Sammlung Wichmann Neue Folge Band 13. Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe.
- Moritz H. (1990): The Figure of the Earth. Theoretical Geodesy and the Earth's Interior. Wichmann Verlag, Karlsruhe.

- Mueller St., J. Ansorge, R. Egloff, E. Kissling (1980): A crustal cross section along the Swiss Geotraverse from the Rhinegraben to the Po plain. *Eclogae Geol. Helv.* Vol. 73, Nr. 2, p. 463-485.
- Müller H. (1972): Über die Ergebnisse von astronomischen Längen- und Breitenbestimmungen auf den Stationen Orsières, Sion, Saas Grund, San Bernardino und Linthal im Sommer 1971. Bericht an die SGK. April 1972.
- Ö.K.I.E. (Hrsg.) (1983): Das Geoid in Österreich, Geodätische Arbeiten Österreichs für die internationale Erdmessung, neue Folge, Band III. Graz 1983.
- Plantamour E., A. Hirsch (1864): Détermination Télégraphique de la Différence de Longitude entre les Observatoires de Genève et de Neuchâtel. Bericht an die SGK.
- Pugin A. (1988): Carte des isohypses de la base des sédiments du Quaternaire en Suisse occidentale, avec quelques commentaires. Bundesamt für Umweltschutz. Geologische Berichte Nr. 3. Bern.
- Rapp R., Y. Wang, N. Pavlis (1991): The Ohio State 1991 Geopotential and Sea Surface Topography Harmonic Coefficient Models. Rep. No. 410, Dept. of Geodetic Science and Surveying. Ohio State University, Columbus.
- Rosenmund M. (1903): Die Änderung des Projektionssystems der schweizerischen Landesvermessung, L+T, Bern.
- Röser S., U. Bastian (1989): PPM (Position and Proper Motion) of 181731 Stars north of  $-2.5^{\circ}$  North. Astronomisches Recheninstitut. Heidelberg.
- Schmid H. H., S. Heggli (1978): Räumliche Koordinatentransformationen. Mitteilungen des IGP der ETHZ Nr. 23. Juli 1978.
- Schneider D, E. Gubler, U. Marti, W. Gurtner (1996): Aufbau der neuen Landesvermessung der Schweiz 'LV95': Teil 3. Terrestrische Bezugssysteme und Bezugsrahmen. Berichte aus der L+T Nr. 8. Wabern. (im Druck).
- Schürer M. (1944): Die Reduktion und Ausgleichung des Schweizerischen Landesnivellements. Annexe au procès-verbal de la 88ème séance de la commission Géodésique Suisse, Basel.
- Schürer M. (1990): Das schweizerische geodätische Datum. VPK Nr. 2/1990, p. 88-89.
- Schwendener H. (1984): Ein gravimetrisches Krusten-Mantel-Modell für ein Profil im nördlichen Alpenvorland bis an die Ligurische Küste. Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz, SGK, Band 36.

- Stein A., O. Vecchia, R. Fröhlich (1978): A seismic Model of a Refraction Profile Across the Western Po Valley. In: Alps, Apennines and Hellenides; Closs, Roeder, Schmidt (eds.). E. Schweizerbart'sche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart.
- Sünkel H. (1986): Konventionelle und moderne Verfahren zur Ableitung orthometrischer Höhen. Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie, 74. Jg., Heft 2, 1986.
- Sünkel H. (1988): Digital Height and Density Model and its Use for Orthometric Height and Gravity Field Determination for Austria. Bollettino di Geodesia e Scienze Affini. No. 2/88. Firenze, 1988.
- Sünkel H., I. Marson (1995): Gravity and Geoid. IAG Symposia No 113. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg.
- Torge W. (1980): Geodätisches Datum und Datumstransformation. In: Pelzer H. (Hrsg.): Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung. Verlag Konrad Wittwer KG, Stuttgart.
- Tscherning C. C., (1976): Covariance expression for second and lower order derivatives of the anomalous potential. Report no. 255, Dept. of Geodetic Science, Ohio State University, Columbus.
- Vaniček, P., Krakiwsky E. (1986): Geodesy: The Concepts. Second Edition. Elsevier Science Publishers B. V. Amsterdam.
- Wenzel, H.-G. (1981): Zur Geoidbestimmung durch Kombination von Schwereanomalien und einem Kugelfunktionsmodell mit Hilfe von Integralformeln. Zeitschrift für Vermessungswesen, Vol. 106, No. 3.
- Wieser M. (1987): Das Globale Digitale Höhenmodell TUG87. Interner Bericht über Aufbau, Entstehung und Merkmale. Technische Universität Graz, 1987.
- Wiget A., H.-G. Kahle (1986): ALGEDOP: Ein Beitrag zur satellitengestützten Geoidbestimmung in der Schweiz. VPK 5/86. Mai 1986.
- Wiget A., T. Signer, D. Schneider (1991): A national high-precision GPS Reference Network for Switzerland. Paper presented at the XX General Assembly of the IUGG in Vienna, Austria. 1991.
- Wiget A., U. Wild, T. Signer, B. Vogel (1996): Aufbau der neuen Landesvermessung der Schweiz 'LV95': Teil 7. GPS-Landesnetz: Auswertung der GPS-Messungen 1988-94; Bezugsrahmen 'CHTRF95' und 'LV95'. Berichte aus der L+T Nr. 12, Wabern. (im Druck)
- Wirth B. (1990): Höhensysteme, Schwerepotentiale und Niveaulächen: Systematische Untersuchungen zur zukünftigen terrestrischen und GPS-gestützten Höhenbestimmung in der Schweiz. Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz, SGK, Band 42.

---

**Anhang A: Im Text verwendete Abkürzungen**

AGK3	Sternkatalog (entstanden 1971) im Deklinationsbereich $-2^{\circ}$ bis $+90^{\circ}$ mit ca. 180'000 Sternen bis zu einer Magnitude von 11.5.
AIUB	Astronomisches Institut der Universität Bern
ALGEDOP	Projekt zur Bestimmung des Geoids im Alpenraum durch Dopplerbeobachtungen zu TRANSIT-Satelliten
ALGESTAR	Pilotprojekt zur Geoidbestimmung der Schweiz aus GPS-Messungen und Nivellement
CH1903	Bezugssystem der Schweizerischen Landesvermessung basierend auf dem Ellipsoid von Bessel und dem Fundamentalpunkt in Bern.
CH1903+	Modifikation des Bezugssystems CH1903 aufgrund der Ergebnisse des neuen GPS Grundlagenetzes LV95 basierend auf dem Ellipsoid von Bessel und dem Fundamentalpunkt in Zimmerwald.
CHTRS95	Neues Bezugssystem der Schweizerischen Landesvermessung basierend auf dem GRS80-Ellipsoid und dem Fundamentalpunkt in Zimmerwald. Zur Zeit identisch mit ETRS89.
DHM25	Digitales Höhenmodell der Schweiz mit einer Rasterweite von 25 Metern; entstanden an der L+T aus der Digitalisation der Landeskarten 1:25'000 und 1:50'000.
DMHM10	Zur Schwerefeldberechnung verwendetes Höhenmodell mit mittleren Höhen und einer Rasterweite von 10 km.
DMHM50	Zur Schwerefeldberechnung verwendetes Höhenmodell mit mittleren Höhen und einer Rasterweite von 50 Metern.
DMHM500	Zur Schwerefeldberechnung verwendetes Höhenmodell mit mittleren Höhen und einer Rasterweite von 500 Metern.
ETHZ	Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
ETRF93	European Terrestrial Reference Frame 1993. Bezugsrahmen für kontinentale geodätische Arbeiten in Europa.
ETRS89	European Terrestrial Reference System 1989. Bezugssystem für kontinentale geodätische Arbeiten in Europa.
GGL	Geodäsie- und Geodynamiklabor des Instituts für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH Zürich.
GPU	Geopotential Unit. Einheit für das Schwerepotential. $1 \text{ GPU} = 10 \text{ m}^2/\text{s}^2$ .
GRS80	Global Reference System 1980.
IAG	International Association of Geodesy.
IAU	International Astronomical Union
IGP	Institut für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH Zürich.
IERS	International Earth Rotation Service

---

ITRS89	IERS Terrestrial Reference System 1989. Bezugssystem für globale geodätische Aufgaben.
IUGG	International Union of Geodesy and Geophysics
IfE	Institut für Erdmessung der Universität Hannover.
KINETZ	Programm für die kinematische Ausgleichung von Nivellementnetzen der L+T.
L+T	Bundesamt für Landestopographie, Wabern.
LHN95	Landeshöhennetz 1995. Neues Höhennetz der schweizerischen Landesvermessung.
LN02	Landesnivellement 1902. Bisheriges Höhennetz der schweizerischen Landesvermessung.
mgal	Inoffizielle Einheit für Schwerebeschleunigungen. $1 \text{ mgal} = 10^{-5} \text{ m/s}^2$
NFP20	Nationales Forschungsprojekt 20. Projekt des Schweizerischen Nationalfonds zur Untersuchung der Tiefenstruktur des Alpenraums.
ÖZfVuPh	Österreichische Zeitschrift für Vermessung und Photogrammetrie.
PPM	Position and Proper Motion. Sternkatalog (entstanden 1988) mit 181731 Sternen im Deklinationsbereich $2.5^\circ$ Süd bis $+90^\circ$ Nord.
ppm	Parts per million.
RIMINI	Digitales Höhenmodell der Schweiz mit einer Rasterweite von 250 Metern.
RPN	Repère Pierre du Niton. Bezugspunkt für das Höhennetz LN02 der schweizerischen Landesvermessung.
SGK	Schweizerische Geodätische Kommission.
SGPK	Schweizerische Geophysikalische Kommission
TZK3	Transportable Zenitkamera der ETH Zürich.
UENL	United European Levelling Network.
WGS84	World Geodetic System 1984. Globales Referenzsystem insbesondere für GPS-Beobachtungen.
VPK	Schweizerische Zeitschrift für Vermessung, Photogrammetrie und Kulturtechnik.

## Anhang B: Bisher unveröffentlichte Lotabweichungsmessungen der Schweiz

In diesem Anhang sind die in der Schweiz zwischen 1980 und 1993 durchgeführten Lotabweichungsmessungen zusammengestellt, welche bisher noch nicht publiziert wurden. Eine Quellenangabe der weiteren Lotabweichungen ist auf Seite 22 aufgelistet.

Punktname	Landeskoordinaten (CH1903)			Astronomische Koordinaten						Lotabweichungen (CH1903)	
	Y	X	H	Breite			Länge			$\xi$	$\eta$
<b>Netz des CERN (1983-84)</b>											
ALLEMOGNE (F)	487'430	123'608	600	46	15	3.94	5	59	2.54	-16.62	11.34
CESSY (F)	495'046	129'984	519	46	18	37.49	6	4	43.54	-13.97	4.83
CROZET (F)	489'772	126'742	620	46	16	35.46	6	0	49.60	-27.97	11.60
ECHENEVEX (F)	491'557	130'350	682	46	18	45.34	6	2	12.54	-15.99	13.38
GRAND SACONNEX	499'053	121'598	450	46	14	15.55	6	7	49.61	-6.57	-0.50
MANCHETTE (F)	494'149	125'256	475	46	16	7.94	6	4	3.62	-9.91	3.55
P0	492'722	121'093	440	46	13	51.81	6	2	58.52	-10.41	2.25
VILLARS DAME (F)	497'670	129'034	462	46	18	11.29	6	6	45.93	-10.88	4.17
<b>Diplomvermessungskurs Brig 1982</b>											
ERLI	647'057	133'194	1'267	46	21	1.80	8	2	43.60	2.77	-13.73
JUNGFRAUJOCH	641'906	155'281	3'571	46	33	12.70	7	58	48.30	17.10	-14.76
LAX	652'339	137'507	1'050	46	23	11.10	8	7	13.30	-6.21	0.71
LAXERALP	650'960	139'658	2'135	46	24	8.10	8	6	25.10	-19.25	11.39
<b>Diplomvermessungskurs Prättigau 1984</b>											
BASCHAER	773'464	201'509	967	46	56	37.20	9	42	38.90	1.32	-18.94
BRACH (JENAZ)	772'198	200'174	961	46	56	2.60	9	41	54.60	8.75	-7.09
JENAZ	773'069	200'380	747	46	56	5.50	9	42	29.90	5.79	-11.28
SCHWINBODEN	772'206	201'327	875	46	56	33.20	9	41	58.10	2.03	-6.03
TERFALS	774'004	200'847	1'017	46	56	14.60	9	43	1.70	0.66	-20.18
<b>Diplomvermessungskurs Vereina 1988</b>											
GUARDA	807'076	184'144	1'655	46	46	29.48	10	8	59.56	-9.64	-4.96
NUSCH	802'882	182'514	1'446	46	45	46.49	10	5	42.75	-4.51	-2.62
TUOR	802'057	181'329	1'421	46	45	12.42	10	4	59.59	-1.14	-4.29
FLUELAPASS	791'942	180'436	2'392	46	45	1.05	9	56	51.50	5.61	-11.35
SAASER ALP	785'574	197'557	2'015	46	54	7.40	9	52	5.72	-8.76	-18.79
SELFRANGA	786'429	192'466	1'284	46	51	40.81	9	52	47.23	10.31	-12.93
GOTSCHNAGRAT	783'800	192'542	2'270	46	51	47.33	9	50	54.80	11.74	-5.02
<b>Diplomvermessungskurs Gotthard 1990</b>											
GOESCHENEN	688'133	169'050	1'106	46	40	13.44	8	35	28.86	8.13	-0.19
BAEZBERG SUED	687'383	166'454	1'842	46	38	45.93	8	35	3.24	4.33	7.64
STEG	686'809	164'272	1'475	46	37	38.03	8	34	27.43	6.82	2.61
GUSPISBACH	686'234	161'038	1'694	46	35	54.30	8	33	54.98	7.55	0.39
SELLA	687'189	156'325	2'151	46	33	5.67	8	34	36.86	-7.99	0.54
AIROLO	689'134	153'456	1'143	46	31	35.93	8	36	14.62	-3.91	6.38
<b>Projekt Cleuson - Dixence 1992</b>											
TRACOUET	588'386	112'164	2'242	46	10	6.53	7	16	58.36	23.03	-15.78
LA PEROUA	586'442	113'527	1'416	46	10	52.27	7	15	20.78	24.78	-20.50
BIEUDRON	585'365	114'756	479	46	11	21.14	7	14	39.92	13.91	-13.94
LE CHARGEUR	597'279	103'689	2'140	46	5	33.78	7	24	2.51	24.44	-9.25
TORTIN (EXC)	589'442	106'143	2'115	46	6	49.33	7	17	46.90	20.79	-16.61
PLAN DU FOU	588'850	109'861	2'442	46	8	49.57	7	17	19.77	20.65	-16.10
ST.LAURENT	591'703	105'246	2'500	46	6	22.47	7	19	35.24	22.86	-14.54

Punktname	Landeskoordinaten (CH1903)			Astronomische Koordinaten					Lotabweichungen (CH1903)		
	Y	X	H	Breite		Länge		ξ	η		
Landesnetz LV95 (1990 - 1992)											
ALPNACH	666'857	200'561	828	46	57	27.43	8	19	3.72	12.73	-0.76
ALTDORF	691'445	191'530	458	46	52	23.76	8	38	15.46	12.07	-3.88
BACHTEL	709'468	237'274	729	47	16	35.70	8	53	3.77	-7.38	-5.58
BERNINAPASS	799'050	143'220	2'327	46	24	34.66	10	1	47.73	-8.57	1.94
BOURG ST.PIERRE	582'235	89'696	1'630	45	57	43.12	7	12	2.05	7.80	-24.65
BRIENZ	648'358	177'994	649	46	45	17.21	8	4	10.94	7.58	-7.07
BRIGELS	725'302	180'977	1'364	46	46	3.61	9	5	0.94	-6.49	8.00
BUCHBERG	684'033	270'183	525	47	34	32.68	8	33	28.13	-9.41	2.75
CHRISCHONA	617'306	268'507	456	47	33	56.29	7	40	2.43	-10.10	-5.48
DETTIGHOFEN	733'095	275'945	501	47	37	16.52	9	12	41.45	-2.86	2.61
EINSIEDELN	700'453	220'930	932	47	8	9.12	8	45	45.47	10.10	-3.02
ENGSTLIGENALP	609'714	144'185	1'965	46	27	14.99	7	33	40.08	14.31	-12.13
FAHY	563'017	251'105	584	47	24	38.75	6	56	54.86	-1.19	-2.27
FILISUR	771'382	171'945	1'143	46	40	42.98	9	40	28.72	2.25	-13.42
FOREL	557'521	191'462	468	46	52	22.98	6	52	57.32	-4.28	0.74
FRIBOURG	577'712	185'115	682	46	49	7.63	7	8	47.42	2.38	-2.44
GASTER	719'692	227'920	553	47	11	38.37	9	0	59.01	4.55	-7.10
GLARUS	722'855	212'035	520	47	3	6.62	9	3	24.71	9.23	0.40
GOLDACH	751'581	259'784	501	47	28	26.80	9	27	1.71	5.04	-0.74
GRIMSEL	669'036	157'192	2'170	46	33	49.39	8	20	24.95	-0.00	0.45
GUGGISBERG	593'548	180'627	1'119	46	46	51.47	7	21	12.08	10.34	-4.28
KLAUSEN	707'985	191'680	1'948	46	52	22.81	8	51	11.80	15.20	-7.13
KNUTWIL	647'382	228'185	578	47	12	11.69	8	3	56.36	-3.65	1.52
LA CHAUX-DE-FONDS	555'343	214'665	1'194	47	4	52.70	6	51	5.46	-5.47	0.21
LA TOUR DE TREME	571'573	161'970	748	46	36	40.99	7	3	54.20	6.18	-8.45
LAEGERN	672'525	259'424	853	47	28	49.13	8	24	10.69	-9.53	2.44
LANGENTHAL	629'477	228'056	565	47	12	12.03	7	49	43.52	-2.86	0.17
LAUFENBURG	646'839	268'058	359	47	33	34.20	8	3	47.40	-12.43	2.71
LENZBURG	656'313	248'748	504	47	23	12.26	8	11	8.98	-6.42	0.78
LES HAUDERES	605'410	103'353	1'455	46	5	14.58	7	30	19.57	16.16	-10.21
LES RANGIERS	582'654	247'512	838	47	22	44.66	7	12	32.81	-1.84	-1.81
LUEG	619'545	213'708	839	47	4	30.27	7	41	43.20	-1.31	-3.97
MALOJA	773'500	141'000	1'802	46	23	49.35	9	41	25.17	-7.58	-14.37
MARTIGNY	571'425	106'014	574	46	6	31.61	7	4	19.96	9.13	5.54
MENZBERG	641'255	210'053	1'110	47	2	34.16	7	58	55.81	4.54	-0.81
METZERLEN	601'547	257'599	491	47	28	12.44	7	27	33.60	-1.55	-1.89
MONT VULLY	573'816	201'435	649	46	57	49.16	7	5	45.56	-4.12	1.22
MOUDON	552'570	168'032	733	46	39	48.40	6	49	3.71	1.17	-5.12
OBERARTH	683'120	212'160	460	47	3	31.69	8	31	55.18	8.00	-4.39
PFANNENSTIEL	693'606	238'360	799	47	17	22.52	8	40	39.42	-4.50	0.90
RAMOSCH	825'920	192'180	1'526	46	50	30.62	10	24	5.21	-6.52	-2.49
RECONVILIER	582'455	231'582	819	47	14	4.83	7	12	33.52	-5.79	3.58
RIEDHOLZ	609'525	231'501	514	47	13	55.62	7	34	1.48	-12.97	4.14
SAANEN	586'919	149'063	1'115	46	29	36.05	7	15	58.74	-2.43	-7.10
SAAS FEE	638'237	106'801	1'814	46	6	54.66	7	56	16.99	8.40	9.57
SCHAUENBERG	707'617	257'573	889	47	27	38.39	8	52	0.01	-3.02	-1.01
SEEDORF	591'220	209'895	569	47	2	26.58	7	19	26.32	-2.33	-0.15
SIBLINGEN	679'565	285'250	515	47	42	37.87	8	30	3.38	-14.04	2.27
SIGNAU	623'788	197'990	706	46	56	4.91	7	45	1.12	2.87	-4.16
SIMPLON	645'778	122'291	2'009	46	15	14.73	8	1	54.29	8.50	-3.80
SINS	672'345	227'806	428	47	11	52.91	8	23	43.72	-2.01	2.48
SISSACHERFLUH	628'621	258'947	701	47	28	46.91	7	49	8.22	-8.48	-0.99
ST.TRIPHON	564'486	127'021	448	46	17	41.18	6	58	25.65	-0.48	-12.05
STA. MARIA	829'090	166'030	1'346	46	36	31.36	10	25	46.24	4.44	-3.47
STAMMHEIM	703'450	276'264	508	47	37	38.94	8	48	59.65	-10.02	0.95
TITLIS	675'239	180'410	3'040	46	46	31.79	8	25	16.15	12.89	-8.99

Punktname	Landeskoordinaten (CH1903)			Astronomische Koordinaten						Lotabweichungen (CH1903)	
	Y	X	H	Breite			Länge			ξ	η
				°	'	"	°	'	"		
TRAVERS	541'637	199'286	787	46	56	27.35	6	40	28.98	-8.94	4.42
VOGELBERG	618'261	246'300	1'197	47	22	0.96	7	40	56.50	-6.22	2.39
ZERNEZ	803'568	175'383	1'557	46	41	56.23	10	5	53.91	-3.21	-9.31
ZERVREILASEE	728'285	159'140	1'983	46	34	27.95	9	6	45.75	6.98	-1.45
<b>weitere Stationen (1980 - 1993)</b>											
<b>Westschweiz</b>											
BOUDRY	556'727	200'041	435	46	56	54.58	6	52	25.92	-10.31	6.88
CHEXBRES	547'863	148'781	654	46	29	14.64	6	45	22.87	-7.85	-10.14
COSSONAY	527'786	163'159	595	46	36	56.54	6	29	54.75	-4.87	4.57
ECUBLENS	532'423	152'702	433	46	31	18.78	6	33	28.96	-5.73	-1.80
FEY	541'936	168'779	690	46	40	6.65	6	40	49.37	-1.75	-0.85
GLAND	511'574	142'254	397	46	25	25.43	6	17	26.99	-11.98	4.42
GRANDSON	536'323	183'830	510	46	48	2.44	6	36	27.39	-11.56	5.75
LE LIEU	511'382	167'141	1'082	46	38	58.66	6	16	59.67	-4.61	3.65
LES DIABLERETS	574'589	132'358	1'555	46	20	44.42	7	6	16.81	8.26	-11.93
LES POMMERATS	565'060	235'588	907	47	16	19.66	6	58	35.39	1.79	-3.15
LUCENS	553'757	175'758	675	46	43	56.72	6	50	3.26	-1.02	-0.66
MARCHAIRUZ	507'066	155'697	1'331	46	32	42.88	6	13	41.56	-7.65	1.26
<b>östliches Mittelland</b>											
BRUETTEN	693'041	258'941	641	47	28	26.68	8	40	28.10	-7.04	1.01
HOENGGEBLICK ZH	680'857	250'660	551	47	24	3.40	8	30	39.30	-7.99	-0.01
HPV-DACH ZUERICH	680'900	251'254	543	47	24	23.62	8	30	43.07	-6.98	0.89
THALHEIM	699'992	270'225	407	47	34	28.26	8	46	9.33	-7.13	1.10
WARTBURG	636'715	244'238	444	47	20	50.00	7	55	34.49	-7.62	1.70
ZUENIKON	705'485	264'175	620	47	31	11.62	8	50	23.37	-4.80	-1.34
<b>Wallis</b>											
AROLLA	603'705	97'833	1'889	46	2	11.70	7	29	2.41	12.03	-8.60
BLATTEN	630'106	141'297	1'593	46	25	23.24	7	49	35.35	-1.72	-11.87
CHAMPERY	556'470	113'225	1'163	46	10	27.77	6	52	17.66	14.61	-10.74
GRIMENTZ	611'071	115'048	1'571	46	11	32.81	7	34	55.23	15.89	-2.47
<b>Berner Oberland</b>											
FRUTIGEN	615'185	159'237	877	46	35	16.32	7	38	21.45	8.48	3.86
INNERTKIRCHEN	659'724	173'150	620	46	42	44.46	8	13	7.66	15.04	-4.73
KIENTAL	623'996	155'550	1'155	46	33	25.60	7	44	48.10	18.10	-14.39
<b>Zentralschweiz</b>											
ELM	732'002	197'609	985	46	55	12.94	9	10	18.75	8.97	-2.45
FLUEHLI	644'038	192'781	886	46	53	17.58	8	0	53.04	7.99	-6.67
MUOTATHAL	699'886	203'563	605	46	58	46.89	8	44	57.87	9.93	-7.75
<b>Tessin</b>											
ACQUAROSSA	715'346	145'844	527	46	27	11.52	8	56	23.80	-7.40	-3.11
CAMPO BLENIO	713'045	157'159	1'474	46	33	17.09	8	55	0.85	-9.63	7.13
CIMETTA	704'393	117'489	1'671	46	11	45.60	8	47	42.10	-21.55	6.86
FAIDO	703'875	148'660	738	46	28	50.75	8	47	43.91	-6.12	7.42
<b>Graubünden</b>											
ALBULAPASS	781'606	161'120	2'134	46	34	45.73	9	48	17.24	5.18	-11.39
BRUSIO	806'979	127'253	890	46	15	36.73	10	7	20.70	-21.00	-6.70
DISENTIS	708'529	173'079	1'126	46	42	6.44	8	51	35.42	1.47	2.32
JULIER	774'278	148'737	2'148	46	28	1.91	9	42	15.20	-4.78	-12.18
OFENPASS	818'419	169'323	2'159	46	38	24.08	10	17	30.46	-2.29	-3.65
SAFIEN	740'927	167'906	1'660	46	39	6.17	9	16	54.47	10.54	2.31
SAMNAUN	825'611	205'162	1'710	46	57	37.38	10	24	16.57	-0.28	-0.58
STAMPA	765'311	134'739	1'027	46	20	27.43	9	34	57.37	-14.25	-12.00
TENNA	745'722	179'338	1'573	46	45	9.09	9	21	4.10	7.02	9.93
VIGNOGN	731'402	173'227	1'242	46	41	59.09	9	9	43.18	4.17	9.92



## Anhang C: GPS/Nivellement-Stationen der Schweiz

In diesem Anhang sind die in der vorliegenden Arbeit verwendeten GPS/Nivellement-Stationen aufgeführt. Die GPS-Lösung ist den abschliessenden Berechnungen vom Januar 1996 [Wiget, 1996] entnommen. Die orthometrischen Höhen und Normalhöhen beziehen sich auf das Schweizer Datum (RPN, Pegel von Marseille) und sind als provisorisch zu betrachten.

Die Zusammenstellung erfolgt zunächst im Bezugssystem CH1903+, anschliessend aber auch im ETRF93. Damit werden auch Vergleiche mit europäischen Lösungen vereinfacht.

Bei den Stationen, welche mit einem Namen bezeichnet sind, handelt es sich um Haupt- oder Verdichtungspunkte von LV95, welche in mehreren GPS-Sessionen beobachtet wurden. Bei denjenigen, welche durch eine Nummer gekennzeichnet sind, handelt es sich um Anschlusspunkte ans Landesnivellement, welche in einer einzigen Session mit LV95 verknüpft wurden.

Die beiden Punkte 9016 und GLARUS wurden später aus den Berechnungen eliminiert.

### a) Zusammenstellung im CH1903+

LV95 Name / Nummer	GPS-Resultate (CH1903+)			Resultate aus Nivellement				
	Lagekoordinaten E	N	ellips. Höhe $h_{ell}$	Gebrauchs- höhe $h_{LN02}$	orthom. Höhe $h_{orth}$	Normal- höhe $h_{norm}$	Geoid- undulation N	Höhen- anomalie $\zeta$
712 (Alpnach)	2'661'863	1'195'248	466.816	466.607	466.608	466.539	0.208	0.277
ALTDORF	2'691'443	1'191'518	458.340	457.488	457.495	457.411	0.845	0.928
ANDEER	2'752'235	1'162'015	1'089.638	1'087.626	1'087.826	1'087.570	1.812	2.068
ASCONA	2'703'113	1'112'937	219.095	218.741	218.885	218.875	0.210	0.220
9016 (Bachtel)	2'710'966	1'232'360	446.601	446.732	446.673	446.615	-0.073	-0.014
BIASCA	2'717'280	1'134'682	290.171	289.323	289.472	289.422	0.698	0.749
BONADUZ	2'748'956	1'186'208	663.833	662.823	662.910	662.767	0.923	1.066
BOSSY	2'498'497	1'126'787	446.261	448.605	448.600	448.568	-2.340	-2.308
BOURG-ST-PIERRE	2'582'234	1'089'696	1'631.164	1'629.503	1'629.853	1'629.502	1.311	1.662
BRIENZ	2'648'358	1'177'994	649.821	648.960	649.008	648.899	0.813	0.922
9036 (Buchberg)	2'680'829	1'270'900	393.067	392.378	392.229	392.202	0.839	0.865
9326 (Chailly)	2'556'547	1'144'377	386.263	387.264	387.289	387.249	-1.027	-0.986
CHRISCHONA	2'617'307	1'268'508	457.135	456.064	455.936	455.926	1.199	1.209
COL DES ETROITS	2'528'022	1'187'010	1'165.806	1'166.038	1'166.068	1'165.998	-0.261	-0.191
792 (Dalpe)	2'695'181	1'152'303	1'001.431	999.418	999.547	999.337	1.885	2.094
DAVOS	2'783'748	1'187'596	1'564.083	1'561.165	1'561.390	1'561.035	2.693	3.048
9056 (Dettighofen)	2'735'240	1'277'116	413.981	413.595	413.458	413.419	0.523	0.562
9356 (Echandens)	2'529'417	1'155'549	474.328	475.789	475.806	475.771	-1.478	-1.444
Rothenturm	2'693'823	1'218'096	922.032	922.054	922.037	921.913	-0.005	0.119
802 (Engstligenalp)	2'618'258	1'149'502	1'181.919	1'180.344	1'180.531	1'180.303	1.388	1.616
9366 (Essertines)	2'520'550	1'147'251	392.204	393.875	393.890	393.862	-1.687	-1.658
9376 (Fahy)	2'571'050	1'254'452	427.097	426.551	426.447	426.426	0.650	0.671
812 (Fieschertal)	2'653'557	1'138'875	1'058.899	1'056.692	1'056.914	1'056.692	1.984	2.207

LV95 Name / Nummer	GPS-Resultate (CH1903+)			Resultate aus Nivellement				
	Lagekoordinaten		ellips.	Gebrauchs-	orthom.	Normal-	Geoid-	Höhen-
	E	N	Höhe h <sub>ell</sub>	höhe h <sub>LN02</sub>	Höhe h <sub>orth</sub>	höhe h <sub>norm</sub>	undulation N	anomalie ζ
9386 (Forel)	2'555'274	1'189'066	464.751	465.685	465.662	465.624	-0.911	-0.874
9396 (Fribourg)	2'579'289	1'185'753	594.652	595.428	595.414	595.356	-0.762	-0.704
9076 (Gaster)	2'716'525	1'225'896	424.427	424.493	424.434	424.373	-0.007	0.053
GLARUS	2'722'860	1'212'025	521.505	520.828	520.630	520.538	0.875	0.967
GOLDACH	2'751'582	1'259'783	500.992	500.784	500.667	500.610	0.325	0.383
GRIMSEL	2'669'036	1'157'192	2'172.525	2'169.961	2'170.257	2'169.889	2.269	2.636
HOENGERBERG	2'679'886	1'251'326	528.196	528.315	528.218	528.172	-0.023	0.024
TURTMANN	2'620'176	1'128'424	623.891	622.447	622.667	622.531	1.224	1.360
KNUTWIL	2'647'382	1'228'185	578.030	578.427	578.371	578.315	-0.341	-0.285
9436 (Chaux-de-Fonds)	2'557'533	1'212'782	1'166.569	1'166.394	1'166.403	1'166.331	0.166	0.238
LA GIVRINE	2'497'313	1'145'626	1'206.341	1'207.434	1'207.492	1'207.420	-1.151	-1.079
9426 (Langenthal)	2'627'000	1'229'099	481.039	481.263	481.190	481.153	-0.151	-0.114
9456 (La Sarraz)	2'530'322	1'167'279	475.434	476.573	476.586	476.551	-1.151	-1.117
LA TOUR-DE-TREME	2'571'572	1'161'971	747.956	748.470	748.494	748.408	-0.539	-0.452
LAUFENBURG	2'646'840	1'268'058	360.719	359.625	359.502	359.486	1.216	1.233
LE LIEU	2'510'636	1'166'084	1'052.453	1'052.957	1'052.983	1'052.920	-0.531	-0.467
9146 (Lenzburg)	2'654'843	1'252'449	351.206	351.004	350.899	350.874	0.308	0.332
MALOJA	2'773'457	1'140'975	1'813.199	1'810.247	1'810.522	1'810.188	2.677	3.011
MARTIGNY	2'571'425	1'106'014	574.384	574.262	574.429	574.322	-0.045	0.062
MESOCO	2'737'918	1'138'968	805.703	804.219	804.424	804.251	1.279	1.453
9516 (Metzerlen)	2'607'966	1'254'476	336.361	335.739	335.630	335.612	0.732	0.750
822 (Monte Generoso)	2'717'216	1'090'061	269.519	271.665	271.798	271.778	-2.279	-2.259
MONTLINGEN	2'762'631	1'245'365	420.013	419.623	419.542	419.483	0.470	0.529
OBERALP	2'694'280	1'168'353	2'045.024	2'042.770	2'043.022	2'042.656	2.002	2.368
OBERARTH	2'683'114	1'212'158	455.408	455.667	455.635	455.570	-0.227	-0.162
9176 (Oberhelfenschwil)	2'723'997	1'250'708	586.643	586.565	586.487	586.420	0.156	0.223
9196 (Pfannenstiel)	2'691'328	1'233'448	425.388	425.888	425.807	425.758	-0.419	-0.370
1143 (Ramosch)	2'824'643	1'190'892	1'162.269	1'157.763	1'157.934	1'157.672	4.335	4.597
9546 (Reconvilier)	2'579'856	1'227'489	654.403	654.024	653.971	653.922	0.432	0.481
RIEDHOLZ	2'609'525	1'231'501	514.026	514.010	513.933	513.897	0.093	0.130
SAANEN	2'586'919	1'149'063	1'115.189	1'114.627	1'114.718	1'114.569	0.471	0.620
ST-TRIPHON	2'564'485	1'127'021	447.878	448.337	448.375	448.315	-0.497	-0.437
SAN GOTTARDO	2'686'419	1'156'226	2'111.101	2'108.741	2'109.000	2'108.652	2.101	2.449
SARGANS	2'752'007	1'212'823	514.777	514.031	514.037	513.942	0.740	0.834
9566 (Savigny)	2'545'801	1'149'156	407.713	409.123	409.141	409.103	-1.428	-1.390
9226 (Sibingen)	2'680'995	1'282'025	433.143	431.816	431.644	431.617	1.499	1.525
SIMPLON	2'645'777	1'122'291	2'011.497	2'009.242	2'009.625	2'009.270	1.872	2.227
SION	2'594'500	1'120'353	593.612	593.011	593.208	593.101	0.404	0.511
942 (Sonvico)	2'713'455	1'110'779	555.875	555.976	556.133	556.092	-0.258	-0.217
9246 (Stammheim)	2'706'384	1'280'002	399.094	398.342	398.185	398.152	0.909	0.942
THUN	2'612'762	1'178'650	562.033	562.381	562.397	562.322	-0.364	-0.290
9606 (Travers)	2'543'740	1'200'797	728.946	729.022	729.014	728.955	-0.068	-0.008
ZERMATT	2'623'706	1'096'020	1'690.765	1'687.566	1'687.970	1'687.617	2.795	3.147
ZERNEZ	2'803'567	1'175'383	1'565.233	1'561.229	1'561.478	1'561.131	3.755	4.102
ZIMMERWALD	2'602'031	1'191'775	906.550	907.104	907.111	907.024	-0.561	-0.474
Tellenburg G1	2'616'362	1'158'322	845.656	844.764	844.853	844.717	0.803	0.939
Lalden G8	2'636'087	1'127'503	651.866	650.200	650.439	650.289	1.427	1.577

## b) Zusammenstellung im ETRF93

LV95 Name / Nummer	GPS-Resultate (ETRF93)						Resultate Nivellement				
	Lagekoordinaten						ellips. Höhe h <sub>ell</sub>	orthom. Höhe h <sub>orth</sub>	Normal- höhe h <sub>norm</sub>	Geoid- undulation N	Höhen- anomalie ζ
	Breite	Länge									
712 (Alpnach)	46 54	19.67	8 15	2.16	515.817	466.608	466.539	49.209	49.278		
ALTDORF	46 52	6.61	8 38	16.96	507.045	457.495	457.411	49.550	49.634		
ANDEER	46 35	31.40	9 25	31.25	1'138.174	1'087.826	1'087.570	50.348	50.603		
ASCONA	46 9	36.07	8 46	24.76	269.389	218.885	218.875	50.504	50.514		
9016 (Bachtel)	47 13	58.24	8 54	14.62	494.093	446.673	446.615	47.420	47.478		
BIASCA	46 21	11.81	8 57	44.56	339.802	289.472	289.422	50.329	50.380		
BONADUZ	46 48	37.28	9 23	25.55	711.868	662.910	662.767	48.959	49.101		
BOSSY	46 17	5.33	6 7	17.63	498.577	448.600	448.568	49.977	50.009		
BOURG-ST-PIERRE	45 57	30.98	7 12	34.24	1'683.425	1'629.853	1'629.502	53.572	53.923		
BRIENZ	46 45	4.98	8 4	17.51	699.383	649.008	648.899	50.376	50.485		
9036 (Buchberg)	47 35	1.76	8 30	47.14	440.032	392.229	392.202	47.804	47.830		
9326 (Chailly)	46 26	57.54	6 52	23.24	437.622	387.289	387.249	50.332	50.373		
CHRISCHONA	47 34	1.39	7 40	6.98	504.941	455.936	455.926	49.005	49.015		
COL DES ETROITS	46 49	49.20	6 29	42.80	1'216.499	1'166.068	1'165.998	50.431	50.501		
792 (Dalpe)	46 30	54.95	8 40	44.18	1'050.972	999.547	999.337	51.425	51.635		
DAVOS	46 48	50.90	9 50	47.77	1'611.576	1'561.390	1'561.035	50.186	50.541		
9056 (Dettighofen)	47 37	50.71	9 14	17.10	460.059	413.458	413.419	46.601	46.640		
9356 (Echandens)	46 32	50.99	6 31	6.06	525.715	475.806	475.771	49.910	49.944		
Rothenturm	47 6	25.96	8 40	29.07	970.090	922.037	921.913	48.053	48.177		
802 (Engstligenalp)	46 29	47.72	7 40	35.28	1'232.481	1'180.531	1'180.303	51.950	52.178		
9366 (Essertines)	46 28	18.70	6 24	15.04	443.862	393.890	393.862	49.972	50.000		
9376 (Fahy)	47 26	24.78	7 3	17.39	475.763	426.447	426.426	49.316	49.336		
812 (Fieschertal)	46 23	56.77	8 8	6.06	1'109.270	1'056.914	1'056.692	52.355	52.578		
9386 (Forel)	46 51	4.38	6 51	7.88	515.119	465.662	465.624	49.458	49.495		
9396 (Fribourg)	46 49	21.38	7 10	1.99	644.840	595.414	595.356	49.426	49.484		
9076 (Gaster)	47 10	25.52	8 58	32.83	471.996	424.434	424.373	47.562	47.623		
GLARUS	47 2	52.32	9 3	20.05	569.312	520.630	520.538	48.682	48.774		
GOLDACH	47 28	16.83	9 26	58.29	547.260	500.667	500.610	46.593	46.650		
GRIMSEL	46 33	44.82	8 20	20.41	2'222.297	2'170.257	2'169.889	52.040	52.408		
HOENGERBERG	47 24	28.47	8 29	49.41	575.647	528.218	528.172	47.429	47.475		
TURTMANN	46 18	24.93	7 42	1.95	674.893	622.667	622.531	52.226	52.362		
KNUTWIL	47 12	10.49	8 3	50.36	626.443	578.371	578.315	48.072	48.128		
9436 (Chaux-de-Fonds)	47 3	52.88	6 52	46.52	1'216.366	1'166.403	1'166.331	49.963	50.035		
LA GIVRINE	46 27	14.69	6 6	7.33	1'258.256	1'207.492	1'207.420	50.764	50.836		
9426 (Langenthal)	47 12	44.19	7 47	42.15	529.677	481.190	481.153	48.487	48.524		
9456 (La Sarraz)	46 39	11.16	6 31	42.14	526.551	476.586	476.551	49.965	50.000		
LA TOUR-DE-TREME	46 36	30.19	7 4	3.28	798.765	748.494	748.408	50.270	50.357		
LAUFENBURG	47 33	41.63	8 3	39.60	408.182	359.502	359.486	48.680	48.696		
LE LIEU	46 38	24.02	6 16	17.25	1'103.788	1'052.983	1'052.920	50.804	50.868		
9146 (Lenzburg)	47 25	14.04	8 9	55.49	398.949	350.899	350.874	48.050	48.075		
MALOJA	46 23	51.73	9 41	39.36	1'861.891	1'810.522	1'810.188	51.369	51.703		
MARTIGNY	46 6	18.08	7 4	8.76	626.417	574.429	574.322	51.988	52.094		
MESOCOCCO	46 23	16.45	9 13	54.10	854.954	804.424	804.251	50.530	50.703		
9516 (Metzerlen)	47 26	27.69	7 32	39.23	384.616	335.630	335.612	48.986	49.004		
822 (Monte Generoso)	45 57	7.10	8 57	1.38	320.108	271.798	271.778	48.309	48.330		
MONTLINGEN	47 20	20.65	9 35	26.85	466.467	419.542	419.483	46.925	46.984		
OBERALP	46 39	35.13	8 40	13.72	2'094.218	2'043.022	2'042.656	51.196	51.562		

LV95 Name / Nummer	GPS-Resultate (ETRF93)						Resultate Nivellement				
	Lagekoordinaten						ellips. Höhe $h_{\text{ell}}$	orthom. Höhe $h_{\text{orth}}$	Normal- höhe $h_{\text{norm}}$	Geoid- undulation N	Höhen- anomalie $\zeta$
	Breite	Länge									
OBERARTH	47	3	18.85	8	31	57.30	503.745	455.635	455.570	48.110	48.175
9176 (Oberhelfenschwil)	47	23	43.85	9	4	52.27	633.519	586.487	586.420	47.032	47.099
9196 (Pfannenstiel)	47	14	44.28	8	38	41.97	473.117	425.807	425.758	47.310	47.359
1143 (Ramosch)	46	49	52.42	10	23	1.29	1'209.055	1'157.934	1'157.672	51.121	51.383
9546 (Reconvilier)	47	11	52.93	7	10	22.03	703.616	653.971	653.922	49.645	49.694
RIEDHOLZ	47	14	3.72	7	33	51.87	562.812	513.933	513.897	48.878	48.915
SAANEN	46	29	33.92	7	16	5.73	1'166.118	1'114.718	1'114.569	51.399	51.549
ST-TRIPHON	46	17	37.17	6	58	39.92	499.533	448.375	448.315	51.158	51.218
SAN GOTTARDO	46	33	6.26	8	33	55.83	2'160.670	2'109.000	2'108.652	51.670	52.018
SARGANS	47	2	56.38	9	26	21.38	562.155	514.037	513.942	48.118	48.212
9566 (Savigny)	46	29	29.47	6	43	57.76	459.078	409.141	409.103	49.937	49.974
9226 (Siblingen)	47	41	1.83	8	31	2.39	479.833	431.644	431.617	48.189	48.216
SIMPLON	46	15	1.78	8	1	56.07	2'062.325	2'009.625	2'009.270	52.700	53.055
SION	46	14	4.55	7	22	2.46	645.084	593.208	593.101	51.876	51.983
942 (Sonvico)	46	8	20.23	8	54	24.76	606.076	556.133	556.092	49.943	49.984
9246 (Stammheim)	47	39	43.27	8	51	17.72	445.498	398.185	398.152	47.313	47.347
THUN	46	45	32.08	7	36	20.47	612.006	562.397	562.322	49.609	49.683
9606 (Travers)	46	57	21.11	6	41	58.24	779.164	729.014	728.955	50.150	50.209
ZERMATT	46	0	55.14	7	44	40.99	1'742.420	1'687.970	1'687.617	54.450	54.803
ZERNEZ	46	41	54.88	10	6	2.59	1'612.702	1'561.478	1'561.131	51.224	51.571
ZIMMERWALD	46	52	37.54	7	27	54.98	956.347	907.111	907.024	49.236	49.323
Tellenburg G1	46	34	33.52	7	39	7.51	896.045	844.853	844.717	51.191	51.328
Lalden G8	46	17	52.69	7	54	25.19	702.699	650.439	650.289	52.260	52.410

**“Geodätisch-geophysikalische Arbeiten in der Schweiz”**

(Fortsetzung der Publikationsreihe “Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz”)  
der Schweizerischen Geodätischen Kommission (ab Bd. 39):

- 39 1989 125 Jahre Schweizerische Geodätische Kommission  
I. Bedeutung geodätischer Raumverfahren für Landesvermessung und Geodynamik. (R. Sigl)  
II. Beitrag der Geodäsie zur Geodynamik. (H.-G. Kahle)  
III. L'état actuel de la recherche sur les mouvements de l'écorce terrestre en Suisse. (F. Jeanrichard)  
IV. Die Satellitengeodäsie im Dienste der globalen Geodynamik. (I. Bauersima)  
V. Die Veranstaltungen zum 125 Jahr-Jubiläum der Schweizerischen Geodätischen Kommission. (W. Fischer). 62 Seiten.
- 40 1989 Integrale Schwerefeldbestimmung in der Ivrea- Zone und deren geophysikalische Interpretation. B. Bürki. 186 Seiten.
- 41 1990 ALGESTAR satellitengestützte Geoidbestimmung in der Schweiz. U. Marti. 61 Seiten plus Punktprotokolle.
- 42 1990 Höhensysteme, Schwerepotentiale und Niveauflächen: Systematische Untersuchungen zur zukünftigen terrestrischen und GPS-gestützten Höhenbestimmung in der Schweiz. B. Wirth. 204 Seiten.
- 43 1990 Gravimetrisches Geoid der Schweiz: Potentialtheoretische Untersuchungen zum Schwerefeld im Alpenraum. A. Geiger. 231 Seiten.
- 44 1991 Rapid Differential Positioning with the Global Positioning System (GPS). E. Frei. 178 Seiten.
- 45 1992 Dreidimensionales Testnetz Turtmann 1985-1990 Teil I. F. Jeanrichard (Hrsg.)  
Autoren: A. Geiger, H.-G. Kahle, R. Köchle, D. Meier, B. Neiningen, D. Schneider, B. Wirth. 183 Seiten.
- 46 1993 Orbits of Satellite Systems in Space Geodesy. M. Rothacher. 243 Seiten.
- 47 1993 NFP 20. Beitrag der Geodäsie zur geologischen Tiefenstruktur und Alpendynamik. H.-G. Kahle (Hrsg.) Autoren: I. Bauersima, G. Beutler, B. Bürki, M. Cocard, A. Geiger, E. Gubler, W. Gurtner, H.-G. Kahle, U. Marti, B. Mattli, M. Rothacher, Th. Schildknecht, D. Schneider, A. Wiget, B. Wirth. 153 Seiten plus 90 Seiten Anhang.
- 48 1994 Ionosphere and Geodetic Satellite Systems: Permanent GPS Tracking Data for Modelling and Monitoring: Urs Wild, 155 Seiten.
- 49 1994 Optical Astrometry of Fast Moving Objects using CCD Detectors: Thomas Schildknecht, 200 Seiten.
- 50 1995 Geodätische Alpen traverse Gotthard: A. Elmiger, R. Köchle, A. Ryf und F. Chaperon. 214 Seiten.
- 51 1995 Dreidimensionales Testnetz Turtmann 1985-1993, Teil II (GPS-Netz).  
F. Jeanrichard (Hrsg.) Autoren: G. Beutler, A. Geiger, M. Rothacher, Stefan Schaer, D. Schneider, A. Wiget, 173 Seiten.
- 52 1995 High Precision GPS Processing in Kinematic Mode: M. Cocard. 139 Seiten.
- 53 1995 Ambiguity Resolution Techniques in Geodetic and Geodynamic Applications of the Global Positioning System. L. Mervart. 155 Seiten.
- 54 1997 SG 95: Das neue Schweregrundnetz der Schweiz: F. Arnet und E. Klingelé. 37 Seiten.
- 55 1997 Combination of Solutions for Geodetic and Geodynamic Applications of the Global Positioning System (GPS). Elmar Brockmann, 211 Seiten.
- 56 1997 Geoid der Schweiz 1997. Urs Marti, 140 Seiten.

