

Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz

herausgegeben von der

Schweizerischen Geodätischen Kommission
(Organ der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft)

Arbeiten der Bodenseekonferenz

Dreißigster Band

Basismessung Heerbrugg 1959

Teil VI

Ausgleichung des Basisvergrößerungsnetzes

bearbeitet von Max Schürer

1987

Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz

herausgegeben von der

Schweizerischen Geodätischen Kommission
(Organ der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft)

Arbeiten der Bodenseekonferenz

Dreißigster Band

Basismessung Heerbrugg 1959

Teil VI

Ausgleichung des Basisvergrößerungsnetzes

bearbeitet von Max Schürer

1987

Adresse der Schweizerischen Geodätischen Kommission:

Institut für Geodäsie und Photogrammetrie

Eidg. Technische Hochschule Zürich

ETH-Hönggerberg

CH-8093 Zürich

Redaktion des 30. Bandes, Teil VI:

Prof. Dr. Max Schürer, Bern

Druck: Offsetdruck Bern AG, CH-3018 Bern

VORWORT DES HERAUSGEBERS

In früheren Teilen dieser Publikationsreihe wurden die Gründe für die lange Dauer der Bearbeitung der im Jahre 1971 abgeschlossenen Beobachtungen im Basisvergrößerungsnetz Heerbrugg und für die Verzögerungen bei der Herausgabe der Veröffentlichungen dargelegt. Im vorliegenden sechsten und letzten Teil der Reihe wird über die endgültige Ausgleichung berichtet.

Diese Ausgleichung wurde nach einer der in den letzten Jahren entwickelten Methoden der dreidimensionalen Geodäsie, die ein korrekteres Modell als das herkömmliche benützt, durchgeführt. Sie gab, wie im Text und in den Tabellen gezeigt wird, sehr befriedigende Ergebnisse. Die erzielte Genauigkeit entspricht durchwegs der erwarteten, von Anfang an hoch angesetzt.

Zufolge der hohen Genauigkeit ihrer gegenseitigen Lage sind die Netzpunkte geeignet, um aus ihnen in einem späteren Zeitpunkt tektonische oder andere Bewegungen im Gebiet des Vorarlbergs, der Rheinebene und des Alpsteins zu bestimmen. Auch der Verbesserung des Massstabes der drei Landesnetze und damit des europäischen Dreiecksnetzes kommt immer noch eine gewisse Bedeutung zu, wenn auch eine geringere als im Zeitpunkt der Beschlussfassung für die Basismessung.

Autor des vorliegenden Schlussteils ist Herr Professor Dr. Max Schürer, ehemaliger Direktor des Astronomischen Institutes der Universität Bern und ständiger Ehrengast der Schweizerischen Geodätischen Kommission. Ihm sei für die ausgezeichnete Bearbeitung der Dank der Bodenseekonferenz ausgesprochen.

Prof. Dr. F. Kobold †

Ehrenpräsident der
Schweizerischen Geodätischen Kommission

VORWORT DES VERFASSERS

Mit dem Teil VI des 30. Bandes der Astronomisch-geodätischen Arbeiten in der Schweiz, Basismessung Heerbrugg 1959, liegt als Schlussheft die Ausgleichung des Basisvergrößerungsnetzes vor. Ueber die darin benützten Beobachtungen wurde in den früheren Teilen I - V berichtet. Damit man zum Verständnis der endgültigen Ausgleichung nicht unbedingt auf die Kenntnis der Inhalte der Teile I - V angewiesen ist, sollen diese in stark abgekürzter Form in der Einleitung und im Kapitel 2 über die Beobachtungen wiedergegeben werden. Zitierte Stellen sind in Anführungszeichen gesetzt.

Die Ausgleichung der Beobachtungen entspricht nicht mehr ganz den ursprünglichen Intentionen, da sich nach 25 Jahren die Ansichten über die Bearbeitung des auch heute noch sehr wertvollen Materials etwas geändert haben; doch keine der Beobachtungen hat sich nachträglich als überflüssig erwiesen.

Bei der Ausarbeitung des Heftes waren mir die Diskussionen mit den Herren Prof. Dr. F. Kobold, W. Fischer und N. Wunderlin und ihre Anregungen eine grosse Hilfe. Die Berechnungen wurden auf einem PRIME-Computer des Bundesamtes für Landestopographie in Wabern durchgeführt, wofür der Direktion der Landestopographie bestens gedankt sei. Bei der Einarbeitung in das Computer-System und bei immer wieder auftretenden grösseren und kleineren Pannen waren mir vor allem Herr D. Schneider, dann aber auch die Herren A. Carosio und E. Gubler überaus bereitwillig behilflich. Allen Genannten sei aufrichtig gedankt.

M. Schürer

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
1. Einleitung	5
1.1 Zusammenfassung des Teils I über Beschlüsse und Anlage	5
1.2 Die weitere Entwicklung	6
2. Die Beobachtungen	7
2.1 Die Messung der Basislänge (Teil II)	7
2.2 Die trigonometrischen Messungen im Basisvergrößerungsnetz (Teil III)	8
2.3 Die elektronischen Distanzmessungen (Teil IV)	8
2.4 Die astronomischen Beobachtungen (Teil V)	9
2.5 Die Höhenwinkel (Teil V)	10
2.6 Pseudobeobachtungen	10
3. Das mathematische Modell	11
4. Die Berechnung der Näherungswerte für die Unbekannten und die Beobachtungen	14
5. Die Hauptausgleichung	14
6. Weitere Ausgleichungen	16
7. Diskussion der Resultate	17
8. Schlussbemerkungen zur dreidimensionalen Geodäsie	18
9. Literaturverzeichnis	18
Tabellen 1 - 10	19ff
Beilagen 1 - 5	31ff

1. EINLEITUNG

1.1 Zusammenfassung des Teils I über Beschlüsse und Anlage

Die ursprüngliche Veranlassung zur Messung einer Basis und eines Basisvergrößerungsnetzes in der Gegend des Bodensees war die Verbesserung der Massstäbe der Landesnetze der drei Anrainerstaaten entsprechend den Empfehlungen der IAG von 1954, die damals beschloss, die europäischen Hauptnetztriangulationen neu auszugleichen (RETrig). Zuerst dachte man an eine Neumessung der Basis von Weinfelden, die sich aber nach einer Rekognoszierung als nicht mehr durchführbar herausstellte. Nach verschiedenen Vorschlägen fiel die Wahl auf eine Basis auf der schweizerischen Seite der Rheinebene zwischen dem Montlinger Berg und Diepoldsau, zum grössten Teil auf der Krone des westlichen Hochwasserdamms des Rheins verlaufend. Besonders im nördlichen Teil hatte dies eine gewisse Ausbuchtung zur Folge (siehe Beilage 1) ¹⁾. Ausserdem liegt der Punkt Basis Süd (BS) auf dem Montlinger Berg 60 m über der Talsohle, so dass für die letzte Teilstrecke von 191 m eine trigonometrische Bestimmung mit einer kleinen Hilfsbasis nötig wurde.

Das Basisvergrößerungsnetz besteht aus drei Vierecken:

1. Basis Süd - Basis Nord - Hohe Kugel - St. Anton
 2. Hohe Kugel - St. Anton - Pfänder - Säntis
 3. St. Anton - Pfänder - Säntis - Hoher Freschen,
- so dass das Dreieck 1. Ordnung Säntis - Pfänder - Hoher Freschen im Vergrößerungsnetz enthalten ist (siehe Beilage 2).

Die angestrebte Genauigkeit für die Basislänge sollte 10^{-6} und der mittlere Fehler für die Winkel $\pm 0,1''$ bis $\pm 0,2''$ betragen. Zufolge der gebirgigen Verhältnisse sollten auf allen Stationen Lotabweichungen und Lotkrümmungen bestimmt werden, um die Beobachtungen wegen dieser Einflüsse reduzieren zu können.

Ein zweiter Grund, ein neues Basisnetz mit grösstmöglicher Genauigkeit zu messen, war das Bedürfnis nach einem Testnetz für die gegen Ende der 50er Jahre zum Einsatz gelangten elektronischen Distanzmessgeräte.

An der Tagung des Ausschusses für die Basismessung Heerbrugg vom 27. und 28. November 1959 in Salzburg wurden folgende Beschlüsse über die Berechnung des Basisvergrößerungsnetzes gefasst:

"Das Basisvergrößerungsnetz ist nach drei verschiedenen Methoden zu berechnen, nämlich:

1. Nach der klassischen Methode, ohne Reduktion der gemessenen Winkel.
2. Auf dem Geoid bzw. auf einem geeigneten Ellipsoid nach Reduktion der gemessenen Winkel wegen Seitenrefraktion, Lotabweichungen und Lotlinienkrümmungen. Diese Ausgleichung wird einen Bestandteil der zweiten Ausgleichung des europäischen Dreiecksnetzes bilden.
3. Durch Berechnung der Raumstrecken zwischen den einzelnen Punkten, ohne Uebergang auf Ellipsoid oder Geoid. Diese Ausgleichung wird die Eichwerte für die elektronischen Distanzmessgeräte liefern."

1) Die Beilagen 1 - 5 befinden sich am Schluss des Heftes.

1.2 Die weitere Entwicklung

Seit der Basismessung und den obigen Beschlüssen aus dem Jahre 1959 haben sich Zielsetzung und Auswertemethoden ziemlich verändert. So schreibt Prof. Dr. F. Kobold im Vorwort zum Teil V:

" ..., dass der Basis Heerbrugg und ihrem Vergrößerungsnetz im heutigen Zeitpunkt nicht mehr die Bedeutung zukommt, die sie zu der Zeit hatte, als die Durchführung der Messung beschlossen wurde. Da die elektronische Distanzmessung hohe Genauigkeiten bei nicht grossem Arbeitsaufwand liefert, sind in allen Landesnetzen zahlreiche Seiten erster Ordnung gemessen worden, die den Massstab des europäischen Netzes besser bestimmen als die früheren wenigen Grundlinien höchster Genauigkeit mit ihren Vergrößerungsnetzen. Im Rahmen der Landesnetze und des RETrig bietet indes das Heerbrugger Netz noch heute eine wertvolle Kontrolle, weil die Seiten erster Ordnung zwischen den Punkten Säntis, Pfänder und Hoher Freschen mit ganz anderen Messmethoden als denen der elektronischen Distanzmessung bestimmt worden sind.

Der Basis Heerbrugg und dem Vergrößerungsnetz kommt jedoch in anderer Hinsicht heute und vermutlich auch in Zukunft noch eine hohe Bedeutung zu. Alle Messungen wurden mit höchstmöglicher Präzision durchgeführt, und es wurde versucht, allen physikalischen Einflüssen Rechnung zu tragen. Das Netz, das sich demnach durch hohe Genauigkeit auszeichnet, ist geeignet, als Grundlagenetz zur Bestimmung von Deformationen zu dienen. Es erlaubt, in einem späteren Zeitpunkt aufgrund neuer Messungen tektonische und andere Verschiebungen im Gebiet des St. Galler Rheintals und des Vorarlbergs zu bestimmen."

Zur Berechnung der Raumstrecken aus der Basislänge waren ellipsoidische Höhen aller Punkte nötig. Die vorhandenen "Gebrauchshöhen", die als Höhen über dem Geoid zu betrachten sind, hätten noch um die Höhen des Geoids über einem Referenzellipsoid reduziert werden müssen. Die Unsicherheit dieser Höhen veranlasste "die Schweizerische Geodätische Kommission, mittels trigonometrischer Höhenbestimmung direkt ellipsoidische Höhen abzuleiten." Im Rahmen eines Vermessungskurses des Instituts für Geodäsie und Photogrammetrie der ETH Zürich unter der Leitung von Prof. Dr. F. Kobold wurde im Sommer 1965 ein Höhennetz vermessen, das neben den Basisnetzpunkten sieben weitere Punkte enthielt, um die Distanzen für die Höhenwinkelmessung in engen Grenzen zu halten (Wunderlin, 1970). Aus diesem Höhennetz wurden ellipsoidische Höhen der Basisnetzpunkte berechnet.

Inzwischen sind aber Methoden der dreidimensionalen Geodäsie entwickelt worden, die es gestatten, Richtungs-, Distanz- und Höhenwinkelmessungen zusammen mit astronomischen Beobachtungen in einem Guss auszugleichen. Wohl hätte man auch in der dreidimensionalen Geodäsie die schon berechneten ellipsoidischen Höhen als "Beobachtungen" in die Ausgleichung einführen und auf die Höhenwinkel verzichten können. Doch schien es korrekter, soweit als möglich die ursprünglichen Beobachtungen selbst heranzuziehen.

Die elektronischen Distanzmessungen (EDM) wurden nun nicht mehr, wie ursprünglich vorgesehen, in dem nach der dritten Methode ausgeglichenen Netz geeicht, sondern selbst in die Ausgleichung einbezogen. Sie wurden aber mit einem unbekanntem Massstabfaktor versehen, so dass man doch noch von einer Prüfung der EDM sprechen kann.

2. DIE BEOBACHTUNGEN

2.1 Die Messung der Basislänge (Teil II)

Die Leitung der Drahtmessungen war Prof.em. Dr.-Ing. Karl Gerke übertragen worden. "Die mit Invardrähten zu messenden 24 m-Strecken folgten dem westlichen Rheindamm, sie lagen damit auf einem stärker als gewöhnlich bei Basismessungen ausgebogenen Polygonzug" (siehe Beilage 1).

Sechs Messtrupps, einer aus der Schweiz, zwei aus Oesterreich und drei aus der BRD, waren mit der Messung betraut worden, die vom 31. August bis 10. September 1959, begünstigt durch gutes Wetter, planmässig durchgeführt werden konnte. Vor und nach der Basismessung waren die 12 verwendeten Drähte teils vom BIPM in Sèvres, teils von der PTB in Braunschweig und ausserdem auf der Normalstrecke im Ebersberger Forst bei München geprüft worden. Nach einer nachträglichen Korrektur von $+ 1,03 \mu/m$ am Quarzmeter-System der Normalstrecke ergab sich für die gemessene Basislänge eine ausgezeichnete Uebereinstimmung für die beiden Vergleichsverfahren Normalstreckenvergleich und Laboriumsvergleich.

"Der mittlere Fehler des Mittels [der reinen Drahtmessung] beträgt für das 7,130 km lange Basispolygon A - BN

- mit den Drahtkonstanten der amtlichen Eichinstitute $\pm 1,42 \text{ mm}$
- mit den auf der Normalstrecke ermittelten Drahtkonstanten $\pm 1,57 \text{ mm}$."

"Der mittlere Fehler für die aus dem Hilfsdreieck am Basisendpunkt Süd abgeleitete Teilstrecke BS - A beträgt $\pm 0,56 \text{ mm}$."

Der Fehleranteil der Reduktion des Basispolygons, herrührend von den mittleren Fehlern der Brechungswinkel, macht $\pm 2,53 \text{ mm}$ aus, so dass ein mittlerer Fehler der Basislänge von rund $\pm 3 \text{ mm}$ resultiert.

"Die endgültige aus den Drahtmessungen abgeleitete Basislänge im mittleren Messungshorizont $h_m = 420,000 \text{ m}$ ist somit $7\ 253\ 999 \text{ mm} \pm 3 \text{ mm}$."

Für deren Einführung in der dreidimensionalen Geodäsie musste die abgeleitete Basislänge noch in die Schrägdistanz s umgerechnet werden. Nach Abbildung 1 ist:

$$s^2 = (H_P - H_Q)^2 + 4 \cdot (R + H_P) \cdot (R + H_Q) \cdot \sin^2 \psi / 2 .$$

$R = 6'377'184,66 \text{ m}$ ist der Krümmungsradius in Richtung BS - BN für den mittleren ellipsoidischen Horizont von $420,000 \text{ m} - 2,280 \text{ m} = 417,720 \text{ m}$ bezüglich des Referenzellipsoides (Internationales Ellipsoid) des ED50 (Gurtner, 1978). $H_P = - 4,340 \text{ m}$, $H_Q = + 57,625 \text{ m}$. Für die Schrägdistanz BS - BN erhält man danach

$$s = 7254,2936 \text{ m} \pm 0,003 \text{ m} .$$

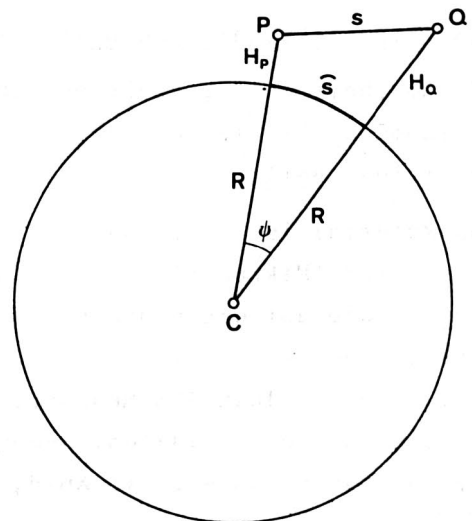


Abb. 1

2.2 Die trigonometrischen Messungen im Basisvergrößerungsnetz (Teil III)

W.Hofrat i.R. Dr.techn. Josef Mitter, a.o. Prof. an der Technischen Universität Wien, hatte die Leitung und Bearbeitung der Winkelmessungen im Basisvergrößerungsnetz übernommen. Das Netz (siehe Beilage 2) "wurde entsprechend den Vergrößerungsschritten in drei selbständige Vierecke zerlegt:

1. Viereck: St. Anton, Basis Nord, Hohe Kugel, Basis Süd;
2. Viereck: St. Anton, Pfänder, Hohe Kugel, Säntis;
3. Viereck: St. Anton, Pfänder, Hoher Freschen, Säntis."

Die Beobachtungen erfolgten nach der Sektorenmethode und "wurden zwischen dem 10. August und 11. September 1959 mit Wild-Theodoliten T 3 durchgeführt." Die Winkelmessungen wurden bis zu 72 mal wiederholt. "Der mittlere Fehler m_e der Gewichtseinheit (= eines einmal beobachteten Winkels) und der mittlere Fehler M eines ausgeglichenen Winkels" fallen in folgende Intervalle:

$$\pm 0,72'' \leq m_e \leq \pm 1,35'' \quad \text{und} \quad \pm 0,08'' \leq M \leq \pm 0,14'' .$$

Sie entsprechen den ursprünglichen Beschlüssen.

Nach der Ausgleichung, die in verschiedenen Schritten erfolgte (1. und 2. Vergrößerungsfigur, 3. Vergrößerungsfigur, gesamtes Vergrößerungsnetz in einem Guss), ergaben sich mittlere Fehler für die Richtungen von $\pm 0,308''$, bzw. $\pm 0,259''$, bzw. $\pm 0,314''$.

Die für die räumliche Gesamtausgleichung in Tabelle 1 zusammengestellten Richtungen (2. Kolonne) ¹⁾ wurden dem Teil III, Anhang 3, Verzeichnis der stationsausgeglichenen Richtungen, entnommen. Sie wurden jedoch umorientiert und stellen näherungsweise Azimute dar. Nach den Bemerkungen über den mittleren Fehler M eines stationsausgeglichenen Winkels in Teil III (S. 12 oben) war es angezeigt, alle Richtungen mit demselben mittleren Fehler einzuführen. Entsprechend den oben angegebenen Ergebnissen der klassischen Ausgleichung wurde dafür der runde Wert $\pm 1^{\text{cc}}$ ²⁾ angenommen.

2.3 Die elektronischen Distanzmessungen (Teil IV)

Die Bearbeitung der elektronischen Distanzmessungen wurde von Prof. Dr. K. Deichl übernommen. Es liegen Beobachtungen vom DGFI, von der TH Karlsruhe und der SGK vor (siehe Beilage 3).

Das Material ist sehr inhomogen. Einerseits wurde mit verschiedenen Instrumenten beobachtet (Mikrowellen und Lichtwellen). Andererseits ist auch die Zahl der Messungen, die auf die einzelnen Strecken fallen, sehr unterschiedlich. Prof. Deichl schreibt:

"...., dass allein 178 Messungen, also mehr als die Hälfte aller Messungen, auf nur drei Seiten entfallen. Neben den besonders interessanten Seiten Säntis - Pfänder und Basis Süd - Basis Nord, Endseite und Ausgangsseite des Vergrößerungs-

¹⁾ Die Tabellen aller Beobachtungen, die gleichzeitig die Ausgleichungsergebnisse enthalten, sind am Schluss des Heftes zusammengestellt.

²⁾ 1^{cc} = 1 zentesimale Sekunde = 0,1 mgon.

netzes, wurde besonders oft die Seite St. Anton - Basis Süd gemessen. Dies ist darauf zurückzuführen, dass bei dieser Strecke erhebliche Störungen durch Bodenreflexionen auftraten, die man durch exzentrische Aufstellungen bzw. durch Messung eines gebrochenen Strahls zu mindern suchte.

Besonderer Beliebtheit erfreute sich offensichtlich der Punkt St. Anton, von dem aus nach den Punkten Säntis, Pfänder und Basis Nord weitere 66 Messungen durchgeführt wurden. Damit entfallen 244 Messungen auf nur 6 Strecken, nämlich auf die beiden Dreiecke St. Anton - Basis Nord - Basis Süd und St. Anton - Pfänder - Säntis, die nur im Punkt St. Anton zusammenhängen, so dass keine Ausgleichungsaufgabe vorliegt. Die restlichen 63 Messungen, die sich auf 13 Strecken verteilen, ermöglichen erst eine Ausgleichung des Netzes. Nachdem die meisten dieser Strecken nur viermal mit dem Tellurometer MRA 1 gemessen wurden, haben sie in der Ausgleichung ein sehr geringes Gewicht, und bekommen so alle Fehler der übrigen Seiten aufgelastet."

"Diese ungünstige Verteilung ist vor allem auf zwei Gründe zurückzuführen. Einmal sind die Punkte Hoher Freschen und Hohe Kugel nur sehr schwer nach längerem Fussmarsch zu erreichen und zum anderen wurden die Messungen ja nicht durchgeführt, um das Netz auszumessen, sondern um darin die Streckenmessgeräte zu erproben."

Die "beobachteten" schrägen Strecken sind der Tabelle 8.5 des Teils IV entnommen und mit ihren mittleren Fehlern in Tabelle 2 zusammengestellt.

2.4 Die astronomischen Beobachtungen (Teil V)

Die astronomischen Beobachtungen wurden unter der Mitwirkung der Herren Hofrat Dr. W. Losert, Hofrat Prof. Dr. J. Mitter, Dipl.Ing. W. Fischer und Dipl.Ing. N. Wunderlin von Prof. Dr. h.c. F. Kobold bearbeitet. Die Beobachtungen auf den österreichischen und schweizerischen Punkten (siehe Beilage 4) wurden in den Jahren 1960 bis 1968 von den entsprechenden Ländern durchgeführt.

Auf den österreichischen Punkten wurde die Länge lediglich auf dem Laplace-Punkt Pfänder mit Hilfe eines Passageninstruments Bamberg gemessen. Alle übrigen Beobachtungen in Oesterreich und in der Schweiz erfolgten mit Wild-Theodoliten T 4, und zwar wurden die Längen aus Durchgangsbeobachtungen im Meridian, die Breiten aus Meridianzenitdistanzen und die Azimute nach der Polarismethode bestimmt. Die mittleren Fehler wurden auf den österreichischen Punkten aus den inneren Fehlern der Beobachtungen bestimmt; auf den schweizerischen Punkten wurde allfälligen Korrelationen und systematischen Fehlern schätzungsweise Rechnung getragen. Dadurch ist insbesondere bei den Breiten die Genauigkeit der schweizerischen Beobachtungen eher unterschätzt oder die der österreichischen Beobachtungen eher überschätzt worden. Da die Gewichtsbeilegung auf die Resultate der dreidimensionalen Ausgleichung keinen grossen Einfluss ausübt, wurden die gegebenen Werte trotzdem beibehalten.

Neben den Beobachtungen auf den Basisnetzpunkten wurden auf den beiden Ergänzungspunkten Meldegg und Ebenalp im Höhenwinkelnetz Längen- und Breitenbestimmungen nach den Methoden von Zinger und Sterneck vorgenommen. "Der relativ grosse mittlere Fehler der Längen dürfte auf die kleine Zahl der Beobachtungen und auf die

geringe Erfahrung der Beobachter (Studenten) bei Längenbestimmungen nach Zinger zurückzuführen sein, während der mittlere Fehler der Breiten wohl eher als zu günstig angesehen werden muss."

Die astronomischen Beobachtungen sind mit den in der räumlichen Gesamtausgleichung berücksichtigten mittleren Fehlern in den Tabellen 3, 4 und 5 zusammengestellt.

2.5 Die Höhenwinkel (Teil V)

Die Höhenwinkel stammen aus einer unveröffentlichten Arbeit von Dipl.Ing. N. Wunderlin (siehe Beilage 5). Sie sind dort rechnerisch von individuellen Refraktionswinkeln befreit (Wunderlin, 1970), nicht aber zentriert worden.

Die Zentrierungsgrößen für die Höhenwinkel sind nach Schneider und Wunderlin (1981) aus den Näherungskoordinaten für die Zentren und Exzentren der Stations- und Zielpunkte berechnet worden. Die zentrierten Höhenwinkel findet man in der Tabelle 6 (2. Kolonne) mit den aus den Beobachtungen folgenden mittleren Fehlern (3. Kolonne). Man muss jedoch sicher mit systematischen Fehlern in den Höhenwinkeln rechnen, und es wäre wohl nicht richtig, wenn man die inneren Fehler der Gewichtsbeilegung zugrunde legen würde.

Um den systematischen Fehlern Rechnung zu tragen und den Einfluss der unsicheren Höhenwinkel - deren Zahl bei weitem die aller übrigen Messungen übersteigt - auf die Ausgleichung nicht zu gross werden zu lassen, wurde für die Gewichte aller Höhenwinkel ein mittlerer Fehler von $\pm 7^{\text{CC}}$ angenommen. Dies hat keinen grossen Einfluss auf das Endresultat, und ausserdem stehen die Verbesserungen in Tabelle 6 (4. Kolonne) mit dieser Annahme nicht im Widerspruch.

2.6 Pseudobeobachtungen

Da die sieben Ergänzungspunkte im Höhenwinkelnetz in das Basisvergrößerungsnetz eingeschaltet werden mussten, wurde für sie aus ihren Näherungskoordinaten je die Richtung und die Distanz von dem nächstliegenden Basisnetzpunkt aus gerechnet und diese als Pseudobeobachtungen in die Ausgleichung eingeführt (siehe Tabelle 7). Ein Zwang auf die Lage der Basisnetzpunkte ist damit vermieden worden.

3. DAS MATHEMATISCHE MODELL

Die Theorie der dreidimensionalen Geodäsie ist zwar schon des öftern dargelegt worden, soll aber der Vollständigkeit halber doch kurz erläutert werden. Bei der Darlegung des mathematischen Modells folgen wir im wesentlichen der Arbeit von Bauersima und Schürer (1976).

In jedem Beobachtungspunkt P (siehe Abb. 2) kann ein lokales kartesisches Koordinatensystem festgelegt werden mit der z-Achse nach dem Zenit (materiell realisiert durch die Stehachse eines horizontierten Theodoliten) und der x-Achse in einer horizontalen erdfesten Richtung, die durch die Orientierung des Richtungssatzes festgelegt ist. Die zu bestimmenden Grössen sind einerseits die drei kartesischen Koordinaten X, Y, Z in einem geozentrischen Bezugssystem, andererseits die Orientierung des lokalen Systems, gegeben durch die Breite ϕ , die Länge λ und den Orientierungswinkel ω .

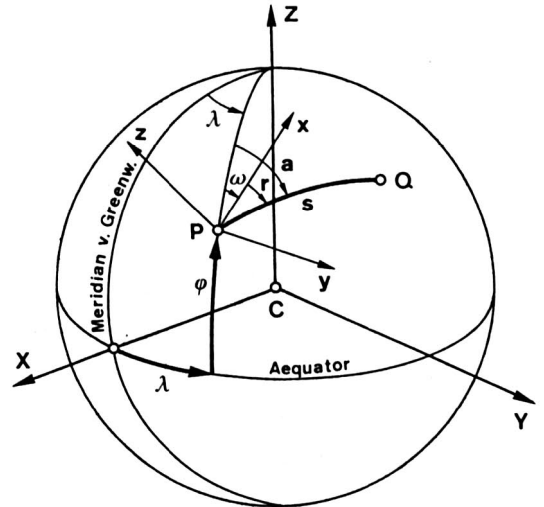


Abb. 2

Die Beziehung zwischen dem Beobachtungspunkt P und einem Zielpunkt Q wird durch den Vektor \overline{PQ} festgelegt. Im lokalen System wird dieser mit \underline{u} , im geozentrischen System mit \underline{U} bezeichnet. Zwischen beiden Vektoren gilt die Beziehung

$$\underline{u} = \underline{A} \cdot \underline{U} ,$$

wo \underline{A} eine Matrix ist, die sich aus drei elementaren Rotationsmatrizen \underline{R} und einer Spiegelung \underline{S} an der yz-Ebene zusammensetzen lässt:

$$\underline{A} = \underline{S} \cdot \underline{R}_3(-\omega) \cdot \underline{R}_2(\pi/2 - \phi) \cdot \underline{R}_3(\lambda) .$$

Die Multiplikation mit der Matrix $\underline{R}_i(\alpha)$ entspricht einer Rotation um die i-te Achse um den Winkel α . Die Spiegelung

$$\underline{S} = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

ist notwendig, da das geozentrische System ein rechtshändiges, das lokale System jedoch ein linkshändiges ist.

Als Beobachtungen am Beobachtungspunkt P treten einerseits Höhenwinkel h, Richtungen r und Schrägdistanzen s nach dem Punkt Q auf, andererseits astronomisch bestimmte Breiten ϕ , Längen λ und Azimute a. Die Azimute a sind durch die Beziehung

$$\omega = a - r$$

mit dem Orientierungswinkel ω verbunden.

Der Vektor \underline{u} kann gemäss Abbildung 3 durch die geodätischen Beobachtungen ausgedrückt werden:

$$\underline{u} = \begin{vmatrix} s \cdot \cosh \cdot \cos r \\ s \cdot \cosh \cdot \sin r \\ s \cdot \sinh \end{vmatrix} .$$

Andererseits ist

$$\underline{U} = \begin{vmatrix} X_P - X_Q \\ Y_P - Y_Q \\ Z_P - Z_Q \end{vmatrix} .$$

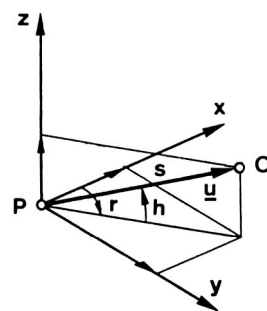


Abb. 3

Die Beziehung $\underline{u} = \underline{A} \cdot \underline{U}$ wird nun linearisiert, indem \underline{A} und \underline{U} durch die Näherungswerte \underline{A}_0 und \underline{U}_0 und die dazugehörigen Unbekannten $\underline{\delta A}$ und $\underline{\delta U}$, bzw. $\delta\phi$, $\delta\lambda$, $\delta\omega$ und δX , δY , δZ ersetzt werden.

$$\underline{A}_0 = \underline{S} \cdot \underline{R}_3(-\omega_0) \cdot \underline{R}_2(\pi/2 - \phi_0) \cdot \underline{R}_3(\lambda_0) .$$

Wenn für ϕ_0 , λ_0 und ω_0 keine Näherungen aus astronomischen Beobachtungen vorliegen, können als Näherungswerte die geodätischen Koordinaten B und L eingeführt und ω_0 aus dem Azimut der ersten Visur des jeweiligen Richtungssatzes hergeleitet werden. Dann gilt:

$$\underline{u} = (\underline{A}_0 + \underline{\delta A}) \cdot (\underline{U}_0 + \underline{\delta U}) \cong \underline{A}_0 \cdot \underline{U}_0 + \underline{A}_0 \cdot \underline{\delta U} + \underline{U}_0 \cdot \underline{\delta A} , \text{ wo}$$

$$\underline{\delta A} = \frac{\partial \underline{A}}{\partial \omega} \cdot \delta\omega + \frac{\partial \underline{A}}{\partial \phi} \cdot \delta\phi + \frac{\partial \underline{A}}{\partial \lambda} \cdot \delta\lambda = \underline{A}_\omega \cdot \delta\omega + \underline{A}_\phi \cdot \delta\phi + \underline{A}_\lambda \cdot \delta\lambda ,$$

und für das lokale System erhält man die Verbesserungsgleichungen

$$\underline{A}_0 \cdot \underline{\delta U} + \underline{A}_\omega \cdot \underline{U}_0 \cdot \delta\omega + \underline{A}_\phi \cdot \underline{U}_0 \cdot \delta\phi + \underline{A}_\lambda \cdot \underline{U}_0 \cdot \delta\lambda = \underline{u} - \underline{A}_0 \cdot \underline{U}_0 + \underline{v} .$$

Wir legen nun eine neue ζ -Achse in Richtung von PQ, die neue ξ -Achse in den Vertikal von PQ und die η -Achse senkrecht zu beiden. Die Rotationsmatrix, die das alte lokale System in das neue System überführt, lautet:

$$\underline{R} = \underline{R}_2(\pi/2 - h) \cdot \underline{R}_3(r) .$$

Schliesslich muss noch mit der Matrix \underline{C} , bzw. $\rho \cdot \underline{C}$ multipliziert werden, um die Verbesserungsgleichungen in den Komponenten h, r und s zu erhalten.

$$\underline{C} = \begin{vmatrix} \frac{1}{s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{s \cdot \cos h} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\rho} \end{vmatrix}$$

Die "beobachteten" Höhenwinkel h, bzw. die "beobachteten" Distanzen s sind allenfalls noch mit einem Refraktionskoeffizienten, bzw. mit einem Massstabfaktor zu korrigieren:

$$h_{\text{korr}} = h - (k_0 + \delta k) \cdot \frac{\rho}{2R} \cdot s ; \quad s_{\text{korr}} = s \cdot (m_0 + \delta m) .$$

δk und δm sind weitere Unbekannte der Ausgleichung, die zu den angenommenen Näherungswerten k_0 für den Refraktionskoeffizienten und m_0 für den Massstabfaktor zu addieren sind. Werden die Winkelgrössen in mgon und die Strecken in m ausgedrückt, so ist mit

$$\rho = \frac{10^5}{\pi/2}$$

das konstante Glied

$$\frac{\rho}{2R} = \frac{100'000}{\pi \cdot 6'380'000} \approx 5 \cdot 10^{-3} .$$

Die Fehlergleichungen lauten somit:

$$\rho \cdot \underline{C} \cdot \underline{R} \cdot \underline{A}_O \cdot \underline{\delta U} + \underline{C} \cdot \underline{R} \cdot \underline{A}_\omega \cdot \underline{U}_O \cdot \delta\omega + \underline{C} \cdot \underline{R} \cdot \underline{A}_\phi \cdot \underline{U}_O \cdot \delta\phi + \underline{C} \cdot \underline{R} \cdot \underline{A}_\lambda \cdot \underline{U}_O \cdot \delta\lambda + \begin{vmatrix} -5 \cdot 10^{-3} \cdot s \cdot \delta k \\ 0 \\ -s \cdot \delta m \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -h + 5 \cdot 10^{-3} \cdot s \cdot k_O + h_O - v_h \\ r \\ s \cdot m_O \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -r_O + v_r \\ -s_O + v_s \end{vmatrix}$$

h_O , r_O und s_O sind die Näherungswerte für die Höhenwinkel, die Richtungen und die Schrägdistanzen, die sich aus den Näherungswerten für \underline{A} und \underline{U} berechnen lassen (siehe Kapitel 4).

Falls für die Orientierung des lokalen Systems astronomische Beobachtungen ϕ und/oder λ und/oder a bestimmt worden sind, müssen die Fehlergleichungen ergänzt werden durch:

$$\begin{aligned} \delta\phi &= \phi - \phi_O + v_\phi , \\ \delta\lambda &= \lambda - \lambda_O + v_\lambda . \end{aligned}$$

Die Fehlergleichung für das Azimut a ist etwas komplizierter. Da $r = a - \omega$, folgt aus der zweiten der obigen Fehlergleichungen

$$\begin{aligned} |\rho \cdot \underline{C} \cdot \underline{R} \cdot \underline{A}_O \cdot \underline{\delta U} + \underline{C} \cdot \underline{R} \cdot \underline{A}_\omega \cdot \underline{U}_O \cdot \delta\omega + \underline{C} \cdot \underline{R} \cdot \underline{A}_\phi \cdot \underline{U}_O \cdot \delta\phi + \underline{C} \cdot \underline{R} \cdot \underline{A}_\lambda \cdot \underline{U}_O \cdot \delta\lambda|_2 &= (a - \omega) - (a_O - \omega_O) + v_a \\ &= a - a_O - \delta\omega + v_a \quad \text{oder} \\ |\rho \cdot \underline{C} \cdot \underline{R} \cdot \underline{A}_O \cdot \underline{\delta U} + (\underline{C} \cdot \underline{R} \cdot \underline{A}_\omega \cdot \underline{U}_O + 1) \cdot \delta\omega + \underline{C} \cdot \underline{R} \cdot \underline{A}_\phi \cdot \underline{U}_O \cdot \delta\phi + \underline{C} \cdot \underline{R} \cdot \underline{A}_\lambda \cdot \underline{U}_O \cdot \delta\lambda|_2 &= a - a_O + v_a . \end{aligned}$$

Der Index 2 deutet an, dass jeweils nur die zweite Komponente der Vektoren zu nehmen ist.

Für den Fall, dass auch ellipsoidische Höhen als "Beobachtungen" eingeführt werden, lauten die entsprechenden Fehlergleichungen:

$$A_{31} \cdot X + A_{32} \cdot Y + A_{33} \cdot Z = H - H_O + v_H .$$

In einem Punkt des Netzes, dem Festpunkt F , müssen die Koordinaten X_F , Y_F , Z_F gegeben, d.h. $\delta X_F = \delta Y_F = \delta Z_F = 0$ sein und in mindestens einem Punkt ϕ , λ und a astronomisch bestimmt (oder a priori angenommen) werden, damit die Normalgleichungsmatrix nicht singulär wird. Weitere Punkte im Netz können festgehalten werden, indem den entsprechenden Diagonalgliedern der Normalgleichungsmatrix sehr grosse Werte (10^{12}) beigelegt werden.

Die Gewichte der Beobachtungen berechnet man aus ihren mittleren Fehlern m_i :

$$p_i = m_O^2 / m_i^2 .$$

Das FORTRAN-Programm für die dreidimensionale Netzausgleichung war von Schneider und Wunderlin (1981) entwickelt worden, musste aber noch an den PRIME 400 Computer des Bundesamtes für Landestopographie, auf dem die Rechnungen durchgeführt wurden, angepasst werden.

4. DIE BERECHNUNG DER NAEHERUNGSWERTE FUER DIE UNBEKANNTEN UND DIE BEOBACHTUNGEN

Als Festpunkt wurde der Pfeiler Basis Nord gewählt, da er sich ungefähr im Zentrum des Netzes befindet und seine geoidische Höhe durch Nivellement bekannt ist. Seine Lagekoordinaten wurden jedoch nach ersten provisorischen Ausgleichungen so abgeändert, dass für den Punkt 1. Ordnung Säntis nach der endgültigen Ausgleichung die geodätischen Koordinaten $B = 52^{\text{g}} 50^{\text{c}} 03,4482^{\text{cc}}$ und $L = 10^{\text{g}} 38^{\text{c}} 25,4818^{\text{cc}}$ (d.h. die Koordinaten im ED79) resultierten.

Für die übrigen Netzkpunkte wurden die Stationskoordinaten der Tabelle 23 in Teil V benutzt und in Tabelle 8 nochmals zusammengestellt. Die ellipsoidischen Höhen H wurden der Tabelle 29 in Teil V entnommen und ebenfalls in Tabelle 8 aufgeführt.

Die Projektionskoordinaten sind mit den Konstanten des ED79 ($B_0 = 46^{\circ} 57' 07,14''$, $L_0 = 7^{\circ} 26' 23,0''$, $a = 6'378'388 \text{ m}$, $e^2 = 0,006'722'67$) in geodätische Breiten und Längen und diese nach den Formeln

$$\begin{aligned} X &= (N+H) \cdot \cos B \cdot \cos L \\ Y &= (N+H) \cdot \cos B \cdot \sin L \\ Z &= (N \cdot (1-e^2) + H) \cdot \sin B \end{aligned}$$

in die geozentrischen Näherungskordinaten X_0 , Y_0 und Z_0 umgerechnet worden.

Die Näherungswerte h_0 , r_0 und s_0 für die Beobachtungen ergeben sich aus

$$\underline{u}_0 = \begin{vmatrix} s_0 \cdot \cos h_0 \cdot \cos r_0 \\ s_0 \cdot \cos h_0 \cdot \sin r_0 \\ s_0 \cdot \sin h_0 \end{vmatrix} = \underline{A}_0 \cdot \underline{U}_0 \cdot$$

5. DIE HAUPTAUSGLEICHUNG

Alle im Kapitel 2 umschriebenen Beobachtungen wurden nach dem im Kapitel 3 dargestellten mathematischen Modell einer räumlichen Netzausgleichung unterzogen. Diese Hauptausgleichung stellt das massgebende Ergebnis des ganzen Basisvergrößerungsnetzes dar. Die Basislänge legte als einzige Beobachtung den Netzmasstab fest, während für alle EDM ein Masstabfaktor als Unbekannte mitbestimmt wurde. Da die Höhenwinkel schon von der individuellen Refraktion befreit worden waren, fiel die Bestimmung der Refraktionskorrektur dahin.

Als Resultat dieser Hauptausgleichung gingen die in Tabelle 9 wiedergegebenen ellipsoidischen Breiten, Längen und Höhen der Basisnetzkpunkte im System des ED50 mit ihren mittleren Fehlern hervor. Auch die in Tabelle 2 gegebenen Schrägdistanzen lassen sich dazuzählen. Ferner ergab sich eine Masstabkorrektur von $- 1,75 \text{ ppm} \pm 1,31 \text{ ppm}$ für die EDM. Die Verbesserungen aller Beobachtungen können den Tabellen 1 bis 6 entnommen werden.

In der Tabelle 1 enthält die 3. Kolonne die Verbesserungen der beobachteten Richtungen, die 4. Kolonne die Orientierungswinkel ω und die 5. Kolonne die daraus resultierenden orientierten ausgeglichenen Richtungen. Die mittleren Fehler der

ausgeglichenen Richtungen, die sich zwischen $\pm 0,8^{\text{CC}}$ und $\pm 1,2^{\text{CC}}$ bewegen, wurden aus den mittleren Fehlern der Verbesserungen der Richtungen und den mittleren Fehlern der Orientierung ohne Berücksichtigung der vorhandenen Korrelation berechnet. Sie dürften deshalb etwas zu gross sein und bezeugen die grosse Genauigkeit aller Richtungsbeobachtungen.

Die Tabelle 2 enthält in der 4. Kolonne die Verbesserungen der beobachteten Distanzen, die einen Spielraum von - 114 mm bis + 449 mm haben und damit die schon erwähnte grosse Inhomogenität des Materials widerspiegeln. Zudem fällt auf, dass sie vorwiegend positiv sind. Da der Massstab der EDM im wesentlichen durch die Geodimetermessungen, die ein grösseres Gewicht als die Mikrowellenmessungen aufweisen, bestimmt wird, können die positiven Verbesserungen auf Abweichungen des Massstabes der Mikrowellenmessungen zurückzuführen sein. Die 5. Kolonne enthält die Reduktionen wegen des Massstabs, die 6. Kolonne die ausgeglichenen massstabreduzierten Distanzen und die 7. Kolonne deren mittlere Fehler, berechnet mit Hilfe der Q-Matrix der Ausgleichung.

In den Tabellen 3 und 4 findet man die Verbesserungen der beobachteten Breiten und Längen, die ausgeglichenen Werte und deren mittlere Fehler für die Breiten und Längen sowie die aus diesen und den ausgeglichenen ellipsoidischen Koordinaten (Tabelle 9) berechneten Lotabweichungskomponenten im System ED50. Da die Höhenwinkel, die praktisch allein einen Einfluss auf die Verbesserungen der astronomisch bestimmten Längen und Breiten ausüben, nur ein geringes Gewicht aufweisen, sind diese Verbesserungen relativ geringfügig und die mittleren Fehler der ausgeglichenen Werte kaum kleiner als die a priori angenommenen. Die Verschiedenheit der österreichischen und der schweizerischen Annahmen über die mittleren Fehler a priori bleibt damit auch bei den ausgeglichenen Daten erhalten.

Die Tabelle 5 enthält die Verbesserungen der beobachteten Azimute, die ausgeglichenen Azimute und deren mittlere Fehler. Hier sind letztere etwas kleiner als die mittleren Fehler der Beobachtungen selbst, da die Richtungen wesentlich zur Verbesserung der beobachteten Azimute beitragen. Die ausgeglichenen astronomischen Azimute stimmen mit den Azimuten aus den ausgeglichenen Richtungen und Orientierungsunbekannten überein, und die Laplace-Gleichung

$$a_{\text{astr.}} - a_{\text{geod.}} = \eta \cdot \text{tg} \phi - (\eta \cdot \cos a - \xi \cdot \sin a) \cdot \text{tg} h$$

ist in allen Punkten mit den ausgeglichenen Werten streng erfüllt, womit eine Kontrolle der Rechnungen gegeben ist.

In Tabelle 6 findet man die Verbesserungen der Höhenwinkel, ihre ausgeglichenen Werte und deren mittlere Fehler.

Aus den ausgeglichenen kartesischen Koordinaten X, Y, Z der Basisnetzpunkte sind schliesslich ellipsoidische Koordinaten im System des ED50 gerechnet worden, die in der Tabelle 9 wiedergegeben sind. Die ellipsoidischen Höhen unterscheiden sich von denjenigen der Tabelle 8 nur um wenige Zentimeter. Es war vorauszusehen, dass die dreidimensionale Ausgleichung kaum andere Resultate liefern würde als die sorgfältig reduzierte, den Lotabweichungen Rechnung tragende Höhenwinkelgleichung des Teils V.

6. WEITERE AUSGLEICHUNGEN

In Tabelle 10 sind die Resultate (insbesondere die Distanzen im Dreieck 1. Ordnung) weiterer Ausgleichungen zusammengestellt, die zur Untersuchung des Verhaltens des Massstabs durchgeführt wurden.

Bei der zweiten Ausgleichung wurden zwei Massstabfaktoren eingeführt, einer für die ohne Geodimeter 8 gemessenen Distanzen, ein zweiter für die Distanzen Säntis - Pfänder, Säntis - St. Anton, Pfänder - St. Anton, St. Anton - Basis Süd und Basis Süd - Basis Nord, die auch mit dem Geodimeter 8 beobachtet worden waren. Die Massstabkorrektur für die ohne Geodimeter 8 beobachteten Distanzen ergab sich zu

$$- 0,94 \text{ ppm} \pm 2,29 \text{ ppm},$$

die für die zusätzlich mit dem Geodimeter 8 beobachteten Distanzen zu

$$- 1,86 \text{ ppm} \pm 1,35 \text{ ppm}.$$

Die Differenz ist sicher nicht signifikant, und auf die ausgeglichenen Distanzen hatte diese Aufteilung praktisch keinen Einfluss.

Da die EDM der Basis einen besonders grossen Einfluss auf den Massstab der EDM hat, wurde sie in einer dritten Ausgleichung weggelassen. Das Resultat war überraschend. Der Massstabfaktor für alle EDM betrug nun

$$- 4,03 \text{ ppm} \pm 1,66 \text{ ppm},$$

und die Distanzen wurden damit alle wesentlich kürzer.

Da die Massstabkorrekturen der 1. und 2. Ausgleichung nicht gross sind und auch noch mit der Korrektur Null verträglich wären, wurde eine vierte Ausgleichung ohne eine solche durchgeführt. Die aus der Basismessung errechnete Schrägdistanz erfuhr dabei nur eine Verbesserung von $1,2 \text{ mm} \pm 2,8 \text{ mm}$, also weit innerhalb des mittleren Fehlers der Messung. Dagegen werden natürlich alle übrigen Schrägdistanzen etwas grösser, Säntis - Pfänder z.B. um 70 mm. Der mittlere Fehler dieser Distanz ergab sich zu $\pm 30 \text{ mm}$.

Es war noch von Interesse, eine Ausgleichung ohne die direkt gemessene Basislänge und mit den EDM ohne Massstabkorrektur mit einer Ausgleichung mit der Basislänge, jedoch ohne EDM zu vergleichen. Mit der ersteren, fünften Ausgleichung erhält man für die Distanz Säntis - Pfänder $43'750,238 \text{ m} \pm 0,030 \text{ m}$ und für die Schrägdistanz der Basis $7254,307 \text{ m} \pm 0,009 \text{ m}$. Die letztere, sechste Ausgleichung ergab dagegen für die Distanz Säntis - Pfänder $43'750,024 \text{ m} \pm 0,093 \text{ m}$, einen um 4,9 ppm kleineren Wert.

Schliesslich werden noch die Resultate der Ausgleichung M (nach Mitter, Teil III, die klassische Ausgleichung), D (nach Deichl, Teil IV, reine Trilateration) und W (nach Wunderlin, klassisch mit Berücksichtigung der Lotabweichungen und einzelner Distanzmessungen) gegeben.

7. DISKUSSION DER RESULTATE

In einem Rundschreiben von Prof. Dr. F. Kobold vom 28. Juli 1975 steht der Hinweis auf die (anlässlich der Tagung der Bodenseekonferenz in Grindelwald 1969 gestellte) Frage, ob eine Publikation der Basismessung noch sinnvoll sei, "dass die herkömmlichen Basismessungen mit Vergrößerungsnetz als veraltet gelten müssten, da elektronische Distanzmessungen zuverlässigere Ergebnisse liefern würden." Prof. Kobold gibt jedoch in dem Rundschreiben der Meinung Ausdruck: "Es ist nicht so sicher, dass die elektronisch gemessenen Distanzen genauer sind als die aus einer Basismessung mit Vergrößerungsnetz hergeleiteten, da insbesondere in gebirgigen Gegenden die meteorologischen Verhältnisse zu wenig genau erfasst werden können, um die elektronisch gemessenen Distanzen korrekt zu reduzieren." Er hatte damit vollkommen recht.

Bedenkt man, dass eine Änderung des Luftdrucks um 3,6 mbar oder des Wasserdampf-Partialdrucks um 0,2 mbar oder der Temperatur um 0,8 °C eine Geschwindigkeitsänderung der Mikrowellen von 1 ppm verursacht (Bomford, 1971), so sind die verschiedenen Massstabfaktoren nicht mehr so unverständlich. Fischer (1973) hat darauf aufmerksam gemacht, dass im Gebirge der Mittelwert des Refraktionsindex auf den beiden Endpunkten einer Distanzmessung nicht mit dem Mittelwert längs des Weges übereinstimmen muss, und Chaperon und Elmiger (1983) haben in der freien Atmosphäre beispielsweise eine Abweichung von + 2,6 °C, - 4,5 mbar und - 7,1 % in der relativen Feuchtigkeit festgestellt. Insbesondere ist die grössere Abhängigkeit der Mikrowellenausbreitung vom Wasserdampfgehalt für die Unterschiede in den Massstäben für Mikro- und Lichtwellen verantwortlich. Eine nichtlineare Abhängigkeit des Refraktionskoeffizienten von der Höhe nach irgendwelchen Gesetzen dürfte das Problem kaum einer Lösung näher bringen.

In diesem Zusammenhang ist auch bemerkenswert, dass bei der Weglassung der EDM der Basisstrecke, die relativ bodennah verlief und kürzer als die Basismessung selbst war, die Massstabkorrektur sich vergrösserte.

Eine Analyse sämtlicher Ausgleichungen zeigt, dass sich bei der Annahme einer Massstabkorrektur von etwa - 4 ppm für die EDM mit Ausnahme der EDM der Basis, die kaum einer Korrektur bedarf, sämtliche Widersprüche erklären lassen. Die ausgeglichenen Distanzen der Ausgleichungen 1, 2, 4 und 5 werden kleiner, da sie sich aus zu kleinen Massstabkorrekturen oder der Massstabkorrektur 0 ergeben haben, und sie nähern sich den Ausgleichungen 3 und 6 an. Die Ausgleichung M gibt zu grosse Werte, weil die Lotabweichungen nicht berücksichtigt worden sind. Die Ausgleichung D zeigt deutlich den Mangel beim Fehlen von Richtungsmessungen bei der Trilateration, da die mittleren Fehler bedeutend grösser sind als die der vergleichbaren Ausgleichung 5, bei der die Richtungen aber mitbenutzt wurden. Die Ausgleichung W stimmt gut mit der Hauptausgleichung überein, wenn man berücksichtigt, dass sie nur einzelne Distanzmessungen sowie vorläufige Werte für Lotabweichungen und ellipsoidische Höhen benützte. Bei Einführung identischer Distanzen sowie der im Teil V abgeleiteten Werte für Lotabweichungen und ellipsoidische Höhen müsste die Übereinstimmung zweifellos besser sein.

8. SCHLUSSBEMERKUNGEN ZUR DREIDIMENSIONALEN GEODÄSIE

Die Erfahrungen im Basisnetz Heerbrugg haben gezeigt, dass die dreidimensionale Ausgleichung, insoweit sie die Lagebestimmung betrifft, kaum wesentlich genauere Resultate liefern kann als die Ausgleichung nach dem klassischen Verfahren unter Berücksichtigung der Lotabweichungen und Lotkrümmungen. Die Unsicherheit in den Höhenwinkelmessungen schlägt sich eben auch hier wieder nieder.

Der Vorteil der dreidimensionalen Geodäsie liegt aber in der Umgehung der hypothetischen Annahmen für die Lotkrümmung und die ev. nur aus der Topographie berechneten Lotabweichungen, sowie in der gleichzeitigen Berechnung der ellipsoideischen Höhen zu einem in sich widerspruchsfreien System.

9. LITERATURVERZEICHNIS

- Bauersima, I.,
Schürer, M.,
1976: Rationelle Behandlung der dreidimensionalen Geodäsie. Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik, 74. Jahrgang, Juli 1976, S. 185-188.
- Bomford, G.,
1971: Geodesy. Third Edition, Oxford University Press 1971, S. 53.
- Chaperon, F.,
Elmiger, A.,
1983: Test Net St. Gotthard. In: Switzerland, Report on the Geodetic Activities in the years 1979 to 1982, S. 6.
- Fischer, W.,
1983: Comparisons between Laser and Micro-wave Instruments. Paper presented at the International Course Lasers in Surveying and Construction, Stockholm 1983.
- Gurtner, W.,
1978: Das Geoid in der Schweiz. Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz, 32. Band, Bern 1978.
- Schneider, D.,
Wunderlin, N.,
1981: RAUMTRI. Dreidimensionale Netzausgleichung in einem geozentrischen kartesischen Koordinatensystem. Programmbeschreibung/Bedieneranleitung. Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, Bericht Nr. 45, Februar 1981.
- Wunderlin, N.,
1970: Verwendung rechnerisch bestimmter Refraktionswinkel in einem Höhenwinkelnetz. Zeitschrift für Vermessungswesen, 95. Jahrgang, November 1970, S. 480-488.

ANHANG

Tabellen		Seite
1	Richtungen	20
2	Schrägdistanzen	21
3	Astronomische Breiten	22
4	Astronomische Längen	23
5	Astronomische Azimute	24
6	Höhenwinkel	25
7	Pseudobeobachtungen für Richtung und Distanz zu den Ergänzungspunkten	27
8	Stationskoordinaten im schweizerischen Projektionssystem und ellipsoidische Höhen im System des ED50	28
9	Ellipsoidische Koordinaten der Basisnetzpunkte im System des ED50	28
10	Vergleich der Schrägdistanzen der verschiedenen Ausgleichungen	29

Beilagen

- 1 Die Messung der Basislänge
- 2 Die trigonometrischen Messungen
- 3 Die elektronischen Distanzmessungen
- 4 Die astronomischen Beobachtungen
- 5 Die Höhenwinkelmessungen

Tabelle 1

Richtungen

Station - Ziel	beobachtet			Verb. cc	ω cc	ausgeglichen			m_a cc
	g	c	cc			g	c	cc	
Säntis - St. Anton	42	93	02,6	+0,1	-0,2	42	93	02,5	$\pm 0,8$
Säntis - Pfänder	54	27	01,1	-0,4	-0,2	54	27	00,5	$\pm 0,8$
Säntis - Hohe Kugel	79	09	89,3	-0,3	-0,2	79	09	88,8	$\pm 0,8$
Säntis - Hoher Freschen	87	60	03,9	+0,6	-0,2	87	60	04,3	$\pm 0,9$
Pfänder - Hoher Freschen	200	51	04,4	-1,9	-0,4	200	51	02,1	$\pm 0,8$
Pfänder - Hohe Kugel	215	82	20,9	-0,1	-0,4	215	82	20,4	$\pm 0,9$
Pfänder - Säntis	254	62	43,3	+0,9	-0,4	254	62	43,8	$\pm 0,8$
Pfänder - St. Anton	266	63	96,3	+1,1	-0,4	266	63	97,0	$\pm 0,8$
Hoher Freschen - Säntis	287	95	06,7	-0,3	+0,1	287	95	06,5	$\pm 1,1$
Hoher Freschen - St. Anton	335	33	00,3	+0,4	+0,1	335	33	00,8	$\pm 1,1$
Hoher Freschen - Pfänder	0	50	66,0	-0,1	+0,1	0	50	66,0	$\pm 1,1$
Hohe Kugel - Säntis	279	39	88,3	-0,6	-0,9	279	39	86,8	$\pm 0,9$
Hohe Kugel - Basis Süd	301	90	11,1	+1,8	-0,9	301	90	12,0	$\pm 0,9$
Hohe Kugel - St. Anton	334	49	69,4	-1,2	-0,9	334	49	67,3	$\pm 0,8$
Hohe Kugel - Basis Nord	354	62	28,5	-1,4	-0,9	354	62	26,2	$\pm 0,9$
Hohe Kugel - Pfänder	15	76	78,2	+1,4	-0,9	15	76	78,7	$\pm 0,9$
St. Anton - Pfänder	66	44	18,8	-0,8	+1,2	66	44	19,2	$\pm 0,9$
St. Anton - Basis Nord	115	45	36,4	-0,2	+1,2	115	45	37,4	$\pm 0,9$
St. Anton - Hohe Kugel	134	35	31,4	+0,4	+1,2	134	35	33,0	$\pm 0,8$
St. Anton - Hoher Freschen	135	13	61,7	-1,0	+1,2	135	13	61,9	$\pm 1,0$
St. Anton - Basis Süd	168	65	31,6	+0,1	+1,2	168	65	32,9	$\pm 0,9$
St. Anton - Säntis	243	08	68,3	+1,5	+1,2	243	08	71,0	$\pm 0,9$
Basis Süd - St. Anton	368	69	79,3	-0,1	+0,1	368	69	79,3	$\pm 1,1$
Basis Süd - Basis Nord	38	96	33,7	+0,1	+0,1	38	96	33,9	$\pm 1,2$
Basis Süd - Hohe Kugel	101	80	22,0	+0,1	+0,1	101	80	22,2	$\pm 1,1$
Basis Nord - Hohe Kugel	154	56	84,1	+0,2	-0,2	154	56	84,1	$\pm 1,2$
Basis Nord - Basis Süd	239	00	78,9	-0,4	-0,2	239	00	78,3	$\pm 1,2$
Basis Nord - St. Anton	315	54	27,5	+0,2	-0,2	315	54	27,5	$\pm 1,2$

m_b = mittlerer Fehler der beobachteten Richtung, in der Ausgleichung für alle Richtungen $m_b = \pm 1^{cc}$ gesetzt

ω = Orientierungswinkel aus der Ausgleichung

m_a = mittlerer Fehler der orientierten ausgeglichenen Richtung

Tabelle 2

Schrägdistanzen

Strecke	beobachtet m	m_b mm	Verb. mm	M mm	ausgeglich. m	m_a mm
Säntis - Pfänder 1)	43 750,212	±83	+26	-77	43 750,162	±60
Säntis - Hoher Freschen	33 506,963	±208	+156	-59	33 507,060	±48
Säntis - Hohe Kugel	29 770,198	±274	+449	-52	29 770,595	±41
Säntis - St. Anton 1)	22 913,790	±23	-15	-40	22 913,735	±36
Säntis - Basis Nord	27 779,707	±307	+128	-49	27 779,786	±37
Pfänder - Hoher Freschen	22 312,415	±264	+162	-39	22 312,538	±45
Pfänder - Hohe Kugel	19 770,107	±285	+19	-35	19 770,091	±34
Pfänder - St. Anton 1)	21 597,888	±31	-28	-38	21 597,822	±32
Pfänder - Basis Süd	23 742,005	±122	+9	-42	23 741,972	±33
Pfänder - Basis Nord	16 500,525	±131	+60	-29	16 500,556	±32
Hoher Freschen - Hohe Kugel	5 647,797	±105	+51	-10	5 647,838	±27
Hoher Freschen - St. Anton	21 811,551	±120	+120	-38	21 811,633	±38
Hoher Freschen - Basis Süd	14 720,064	±115	-44	-26	14 719,994	±29
Hohe Kugel - St. Anton	16 170,332	±99	+27	-28	16 170,331	±20
Hohe Kugel - Basis Süd	9 626,349	±73	-114	-17	9 626,218	±16
Hohe Kugel - Basis Nord	8 308,754	±46	-90	-15	8 308,649	±18
St. Anton - Basis Süd 1)	9 146,131	±17	+2	-16	9 146,117	±12
St. Anton - Basis Nord	8 761,178	±49	+22	-15	8 761,185	±14
Basis Süd - Basis Nord 1)	7 254,284	±14	+23	-13	7 254,294	±3
Basis Süd - Basis Nord 2)	7 254,294	±3	0	0	7 254,294	±3

1) Diese Strecken enthalten auch Messungen mit dem Geodimeter 8

2) Basismessung

m_b = mittlerer Fehler der "beobachteten" schrägen Strecke

M = Reduktion wegen der Massstabkorrektur aus der Ausgleichung

m_a = mittlerer Fehler der ausgeglichenen Schrägdistanz

Tabelle 3

Astronomische Breiten

Station	beobachtet ° ' "	m_b "	Verb. "	ausgeglichen ° ' "	m_a "	ξ "
Basisnetzpunkte:						
Säntis	47 15 08,10	±0,4	-0,12	47 15 07,98	±0,39	+6,86
Pfänder	47 30 28,14	±0,13	+0,02	47 30 28,16	±0,13	-1,48
Hoher Freschen	47 18 37,40	±0,15	0,00	47 18 37,40	±0,15	+9,38
Hohe Kugel	47 20 19,32	±0,13	+0,01	47 20 19,33	±0,13	+9,82
St. Anton	47 24 38,53	±0,5	-0,06	47 24 38,47	±0,47	-0,39
Basis Süd	47 20 23,64	±0,5	+0,23	47 20 23,87	±0,47	+5,35
Basis Nord	47 23 34,47	±0,5	-0,23	47 23 34,24	±0,47	+3,54
Ergänzungspunkte:						
Ebenalp	47 17 11,5	±0,26	0,00	47 17 11,50	±0,26	+9,57
Fäneren	---			47 18 59,52	±2,27	+2,67
Fussach	---			47 28 21,40	±1,66	-1,17
Meldegg	47 26 24,7	±0,20	-0,03	47 26 24,67	±0,20	0,00
Schwende	---			47 25 07,66	±1,44	+8,28
Sommersberg	---			47 22 06,21	±1,76	-2,25
Staufenspitz	---			47 22 51,48	±1,36	+14,34

m_b = mittlerer Fehler der beobachteten Breite

m_a = mittlerer Fehler der ausgeglichenen Breite

ξ = Nord-Süd-Komponente der Lotabweichung

Tabelle 4

Astronomische Längen

Station	beobachtet ° , ' "	m_b "	Verb. "	ausgeglichen ° , ' "	m_a "	η "
Basisnetzpunkte:						
Säntis	9 20 32,40	±0,15	+0,30	9 20 32,70	±0,12	-4,58
Pfänder	9 46 32,94	±0,04	-0,02	9 46 32,92	±0,04	-13,08
Hoher Freschen	---			9 46 17,28	±0,23	-17,92
Hohe Kugel	---			9 42 34,85	±0,25	-17,54
St. Anton	9 32 03,25	±0,2	-0,09	9 32 03,16	±0,18	+1,82
Basis Süd	9 35 19,41	±0,2	+0,01	9 35 19,42	±0,18	-4,38
Basis Nord	9 38 35,14	±0,2	-0,02	9 38 35,12	±0,19	-6,41
Ergänzungspunkte:						
Ebenalp	9 24 50,51	±0,65	0,00	9 24 50,51	±0,58	+5,21
Fäneren	---			9 29 05,48	±3,03	+10,32
Fussach	---			9 40 08,13	±2,55	-7,18
Meldegg	9 37 36,44	±0,71	+0,09	9 37 36,53	±0,67	+0,63
Schwende	---			9 46 15,22	±2,54	-21,52
Sommersberg	---			9 29 25,87	±2,24	-0,40
Staufenspitz	---			9 45 02,43	±1,93	-13,66

m_b = mittlerer Fehler der beobachteten Länge

m_a = mittlerer Fehler der ausgeglichenen Länge

η = Ost-West-Komponente der Lotabweichung

Tabelle 5

Astronomische Azimute

Station - Ziel	beobachtet ° ' "	m_b "	Verb. "	ausgeglichen ° ' "	m_a "
Säntis - Pfänder	48 50 35,16	±0,10	-0,20	48 50 34,96	±0,08
Säntis - St. Anton	38 38 13,96	±0,17	+0,04	38 38 14,00	±0,12
Pfänder - Säntis	229 09 42,82	±0,17	+0,20	229 09 43,02	±0,09
Pfänder - Hoher Freschen	180 27 32,96	±0,13	+0,14	180 27 33,10	±0,12
Hoher Freschen - Pfänder	0 27 21,38	±0,13	0,00	0 27 21,38	±0,13
Hohe Kugel - Pfänder	14 11 27,94	±0,10	-0,02	14 11 27,92	±0,09
Hohe Kugel - St. Anton	301 02 49,35	±0,19	+0,08	301 02 49,43	±0,15
St. Anton - Pfänder	59 47 51,67	±0,24	+0,15	59 47 51,82	±0,17
Basis Süd - St. Anton	331 49 41,29	±0,16	0,00	331 49 41,29	±0,14
Basis Nord - St. Anton	283 59 18,46	±0,28	+0,05	283 59 18,51	±0,20

m_b = mittlerer Fehler des beobachteten Azimuts

m_a = mittlerer Fehler des ausgeglichenen Azimuts

Tabelle 6

Höhenwinkel

Station - Ziel	beobachtet			m_b cc	Verb. cc	ausgeglichen			m_a cc
	g	c	cc			g	c	cc	
Säntis - Ebenalp	-8	65	66	±2,6	-3,5	-8	65	69,5	±4,6
Säntis - Fäneren	-5	21	44	±1,8	-3,0	-5	21	47,0	±3,0
Pfänder - Basis Nord	-2	58	14	±1,7	-5,1	-2	58	19,1	±2,4
Pfänder - Fussach	-4	64	12	±1,4	+0,1	-4	64	11,9	±3,8
Pfänder - Meldegg	-1	92	91	±1,1	-0,7	-1	92	91,7	±2,7
Pfänder - Schwende	-0	10	21	±1,9	-6,7	-0	10	27,7	±3,6
Hoher Freschen - Hohe Kugel	-4	07	01	±1,3	-3,2	-4	07	04,2	±4,1
Hoher Freschen - Schwende	-5	04	54	±1,1	+0,4	-5	04	53,6	±2,8
Hoher Freschen - Staufenspitz	-4	38	32	±1,1	+0,5	-4	38	31,5	±3,3
Hohe Kugel - Hoher Freschen	+4	01	34	±1,4	-2,2	+4	01	31,8	±4,2
Hohe Kugel - St. Anton	-2	14	03	±1,3	-1,7	-2	14	04,7	±1,8
Hohe Kugel - Basis Süd	-7	78	61	±1,8	+6,5	-7	78	54,5	±2,7
Hohe Kugel - Basis Nord	-9	49	52	±1,8	+2,1	-9	49	49,9	±2,8
Hohe Kugel - Füssach	-5	13	32	±2,9	+5,7	-5	13	26,3	±2,2
Hohe Kugel - Meldegg	-4	73	45	±1,6	+6,1	-4	73	38,9	±2,0
Hohe Kugel - Staufenspitz	-2	13	32	±2,8	+2,2	-2	13	29,8	±3,9
St. Anton - Hohe Kugel	+1	98	65	±2,8	+7,4	+1	98	72,4	±1,9
St. Anton - Basis Süd	-4	52	90	±3,4	-6,6	-4	52	96,6	±2,8
St. Anton - Basis Nord	-5	17	49	±1,9	+1,1	-5	17	47,9	±2,7
St. Anton - Ebenalp	+1	87	82	±2,2	+7,5	+1	87	89,5	±2,8
St. Anton - Fäneren	+1	96	37	±1,9	+2,7	+1	96	39,7	±3,1
St. Anton - Meldegg	-3	84	77	±2,0	+4,2	-3	84	72,8	±3,3
St. Anton - Sommersberg	+0	59	98	±2,0	+4,2	+0	60	02,2	±4,2
St. Anton - Staufenspitz	+1	18	56	±3,9	-8,3	+1	18	47,7	±1,8
Basis Süd - Hohe Kugel	+7	69	58	±2,0	+1,2	+7	69	59,2	±2,7
Basis Süd - St. Anton	+4	44	00	±1,9	+3,0	+4	44	03,0	±2,8
Basis Süd - Basis Nord	-0	57	89	±2,3	+5,3	-0	57	83,7	±3,1
Basis Süd - Fäneren	+7	27	03	±2,4	-12,0	+7	26	51,0	±3,8
Basis Süd - Meldegg	+0	92	50	±2,2	+6,0	+0	92	56,0	±2,4
Basis Süd - Schwende	+2	11	65	±2,0	-4,6	+2	11	60,4	±2,1
Basis Süd - Sommersberg	+5	33	00	±1,8	+5,4	+5	33	05,4	±3,4
Basis Süd - Staufenspitz	+4	67	66	±1,0	-1,9	+4	67	64,1	±2,1

m_b = mittlerer Fehler des beobachteten Höhenwinkels. Um den systematischen Fehlern Rechnung zu tragen, wurde in der Ausgleichung für alle Höhenwinkel einheitlich $m_b = \pm 7^{cc}$ gesetzt.

m_a = mittlerer Fehler des ausgeglichenen Höhenwinkels

Höhenwinkel (Fortsetzung)

Station - Ziel	beobachtet			m _b cc	Verb. cc	ausgeglichen			m _a cc
	g	c	cc			g	c	cc	
Basis Nord - Pfänder	+2	41	80	±9,6	-8,3	+2	41	71,7	±2,5
Basis Nord - Hohe Kugel	+9	41	73	±2,2	+1,7	+9	41	74,7	±3,0
Basis Nord - St. Anton	+5	08	98	±1,9	-9,7	+5	08	88,3	±2,7
Basis Nord - Basis Süd	+0	50	88	±10,3	+9,6	+0	50	97,6	±3,2
Basis Nord - Meldegg	+2	73	24	±4,1	+1,4	+2	73	25,4	±3,7
Basis Nord - Schwende	+3	82	88	±4,9	-4,3	+3	82	83,7	±2,9
Basis Nord - Sommersberg	+3	98	09	±3,1	-7,0	+3	98	02,0	±2,5
Basis Nord - Staufenspitz	+7	76	83	±2,5	-4,0	+7	76	79,0	±2,9
Ebenalp - Säntis	+8	58	96	±2,2	-5,7	+8	58	90,3	±4,6
Ebenalp - Fäneren	-1	65	20	±2,9	+6,9	-1	65	13,1	±4,4
Ebenalp - Sommersberg	-2	68	85	±1,8	-7,8	-2	68	92,8	±3,6
Fäneren - Säntis	+5	08	52	±1,2	+0,2	+5	08	52,2	±4,1
Fäneren - St. Anton	-2	07	43	±1,6	+1,3	-2	07	41,7	±4,6
Fäneren - Basis Süd	-7	35	36	±3,3	+3,2	-7	35	32,8	±5,3
Fäneren - Basis Nord	-4	55	86	±1,7	-2,3	-4	55	88,3	±3,7
Fäneren - Ebenalp	+1	59	00	±1,4	+1,8	+1	59	01,8	±4,7
Fäneren - Sommersberg	-3	25	46	±2,0	+0,3	-3	25	45,7	±5,6
Fussach - Pfänder	+4	55	21	±2,0	+1,8	+4	55	22,8	±5,6
Fussach - Hohe Kugel	+4	98	21	±3,4	+1,8	+4	98	22,8	±4,4
Fussach - Meldegg	+3	20	97	±1,3	+0,4	+3	20	97,4	±5,7
Fussach - Schwende	+3	98	43	±2,2	-2,5	+3	98	40,5	±4,5
Fussach - Staufenspitz	+5	36	76	±3,0	+0,4	+5	36	76,4	±4,3
Meldegg - Pfänder	+1	79	43	±2,2	+0,4	+1	79	43,4	±2,8
Meldegg - Hohe Kugel	+4	60	64	±1,3	+0,9	+4	60	64,9	±2,1
Meldegg - St. Anton	+3	77	23	±2,8	+11,2	+3	77	34,2	±3,4
Meldegg - Basis Süd	-1	03	94	±7,0	-0,3	-1	03	94,3	±2,3
Meldegg - Basis Nord	-2	78	64	±3,0	-1,7	-2	78	65,7	±3,6
Meldegg - Fussach	-3	25	76	±1,8	-0,5	-3	25	76,5	±4,8
Meldegg - Schwende	+2	08	24	±2,2	+7,4	+2	08	31,4	±2,7
Meldegg - Staufenspitz	+4	20	54	±1,9	+8,6	+4	20	62,6	±2,4
Schwende - Pfänder	+0	00	17	±1,8	-7,5	+0	00	09,5	±5,0
Schwende - Hoher Freschen	+4	92	50	±2,0	-0,2	+4	92	49,8	±4,3
Schwende - Basis Nord	-3	92	94	±1,5	+1,2	-3	92	92,8	±4,5
Schwende - Fussach	-4	08	15	±1,0	+2,3	-4	08	12,7	±4,3
Schwende - Meldegg	-2	19	26	±1,6	-0,6	-2	19	26,6	±4,4
Schwende - Staufenspitz	+5	47	18	±1,9	-6,8	+5	47	11,2	±4,9

Höhenwinkel (Schluss)

Station - Ziel	beobachtet			m_b cc	Verb. cc	ausgeglichen			m_a cc
	g	c	cc			g	c	cc	
Sommersberg - Hohe Kugel	+1	62	06	±2,0	+11,1	+1	62	17,1	±4,4
Sommersberg - St. Anton	-0	65	63	±4,2	+4,3	-0	65	58,7	±5,4
Sommersberg - Basis Süd	-5	41	01	±3,1	-2,6	-5	41	03,6	±4,6
Sommersberg - Basis Nord	-4	10	10	±4,5	-14,6	-4	10	24,6	±3,9
Sommersberg - Ebenalp	+2	57	93	±4,5	-7,6	+2	57	85,4	±4,4
Sommersberg - Fäneren	+3	19	75	±2,1	+5,7	+3	19	80,7	±5,0
Staufenspitz - Hoher Freschen	+4	30	33	±2,2	-0,2	+4	30	32,8	±4,5
Staufenspitz - Hohe Kugel	+2	07	72	±2,3	-0,6	+2	07	71,4	±4,6
Staufenspitz - St. Anton	-1	35	24	±4,0	+1,3	-1	35	22,7	±3,6
Staufenspitz - Basis Süd	-4	80	75	±2,8	-6,5	-4	80	81,5	±3,9
Staufenspitz - Basis Nord	-7	85	08	±2,4	-1,5	-7	85	09,5	±3,7
Staufenspitz - Fussach	-5	48	69	±3,6	-4,3	-5	48	73,3	±3,9
Staufenspitz - Meldegg	-4	31	77	±2,6	+8,8	-4	31	68,2	±3,5
Staufenspitz - Schwende	-5	51	76	±2,6	-4,6	-5	51	80,6	±5,5

m_b = mittlerer Fehler des beobachteten Höhenwinkels. Um den systematischen Fehlern Rechnung zu tragen, wurde in der Ausgleichung für alle Höhenwinkel einheitlich $m_b = \pm 7^{cc}$ gesetzt.

m_a = mittlerer Fehler des ausgeglichenen Höhenwinkels

Tabelle 7

Pseudobeobachtungen für Richtung und Distanz zu den Ergänzungspunkten

Basisnetzpunkt - Ergänzungspunkt	Richtung			Distanz m
	g	c	cc	
Säntis - Ebenalp	59	85	72,0	6 392,739
Pfänder - Fussach	271	71	32,0	9 151,583
Pfänder - Schwende	200	68	44,0	10 204,738
Hohe Kugel - Staufenspitz	36	81	50,0	5 447,682
St. Anton - Meldegg	72	24	18,0	7 762,082
St. Anton - Sommersberg	238	69	74,0	5 659,228
Basis Süd - Fäneren	281	27	26,0	8 741,056

Tabelle 8

Stationskoordinaten im schweizerischen Projektionssystem
und ellipsoidische Höhen im System des ED50

Station	y m	x m	H m	Bemerkungen
Basisnetzpunkte:				
Säntis, Pfeiler	+ 144 169,15	+ 34 918,52	2501,53	
Pfänder, Pfeiler	+ 176 376,04	+ 64 478,64	1061,61	
Hoher Freschen, Pfeiler	+ 176 861,37	+ 42 195,61	2002,40	Höhe Stein
Hohe Kugel, Pfeiler 1959	+ 172 088,62	+ 45 191,20	1643,52	Höhe Stein
St. Anton, Lochbolzen	+ 158 009,03	+ 53 120,73	1118,91	
Basis Süd, Pfeiler	+ 162 534,78	+ 45 199,87	475,36	
Basis Nord, Pfeiler ¹⁾	+ 166 538,156	+ 51 248,443	413,41	
Ergänzungspunkte:				
Ebenalp, exz. Signal	+ 149 191,47	+ 38 775,11	1638,12	Höhe Stein
Fäneren ETH, Pfahl	+ 154 297,63	+ 42 455,45	1477,44	
Fussach ETH, Pfahl	+ 168 256,05	+ 60 310,96	400,99	
Meldegg ETH, Pfahl	+ 164 941,71	+ 56 579,09	654,66	
Schwende ETH, Pfahl	+ 176 571,08	+ 54 277,03	1053,42	
Sommersberg, Stein	+ 154 902,82	+ 48 391,49	1174,75	
Staufenspitz, Stein	+ 174 930,27	+ 49 834,12	1463,35	

Tabelle 9

Ellipsoidische Koordinaten der Basisnetzpunkte im System des ED50

Station	Breite				Länge				Höhe	
	g	c	cc	cc	g	c	cc	cc	m	mm
Säntis	52	50	03,4482	± 0,0027	10	38	25,4818	± 0,0048	2501,494	± 88
Pfänder	52	78	69,2530	± 0,0027	10	86	79,8879	± 0,0035	1061,602	± 61
Hoher Freschen	52	56	42,0234	± 0,0032	10	86	53,4083	± 0,0038	2002,418	± 50
Hohe Kugel	52	59	55,2937	± 0,0012	10	79	65,2372	± 0,0025	1643,546	± 37
St. Anton	52	67	86,6146	± 0,0010	10	59	27,3506	± 0,0018	1118,925	± 37
Basis Süd	52	59	83,1110	± 0,0007	10	65	61,3567	± 0,0014	475,375	± 35
Basis Nord ¹⁾	52	65	76,2633		10	71	74,6674		413,410	

¹⁾ Basis Nord = Festpunkt, Stationskoordinaten abgeändert (siehe Kapitel 4.)

Tabelle 10

Vergleich der Schrägdistanzen der verschiedenen Ausgleichungen

Ausg.	Säntis - Pfänder mm	Säntis - Hoher Freschen mm	Pfänder - Hoher Freschen mm	Basis Süd - Basis Nord mm	Masstab- korrektur ppm
1	43 750 162 ± 60	33 507 060 ± 48	22 312 538 ± 45	7 254 294 ± 3	-1,75 ± 1,31
2	43 750 161 ± 60	33 507 060 ± 49	22 312 540 ± 45	7 254 294 ± 3	-0,94 ± 2,29 ¹⁾ -1,86 ± 1,35 ²⁾
3	43 750 072 ± 72	33 506 992 ± 58	22 312 493 ± 50	7 254 294 ± 3	-4,03 ± 1,66
4	43 750 231 ± 30	33 507 113 ± 26	22 312 573 ± 36	7 254 295 ± 3	0
5	43 750 238 ± 30	33 507 119 ± 28	22 312 577 ± 36	7 254 307 ± 9	0
6	43 750 024 ± 93	33 506 955 ± 74	22 312 486 ± 55	7 254 294 ± 3	0
M	43 750 157	33 507 058	22 312 569	7 254 292	
D	43 750 177 ± 36	33 506 914 ± 114	22 312 343 ± 142	7 254 286 ± 10	0
W	43 750 234 ± 52	33 507 053 ± 46	22 312 595 ± 51	7 254 294	-1,8 ± 1,1

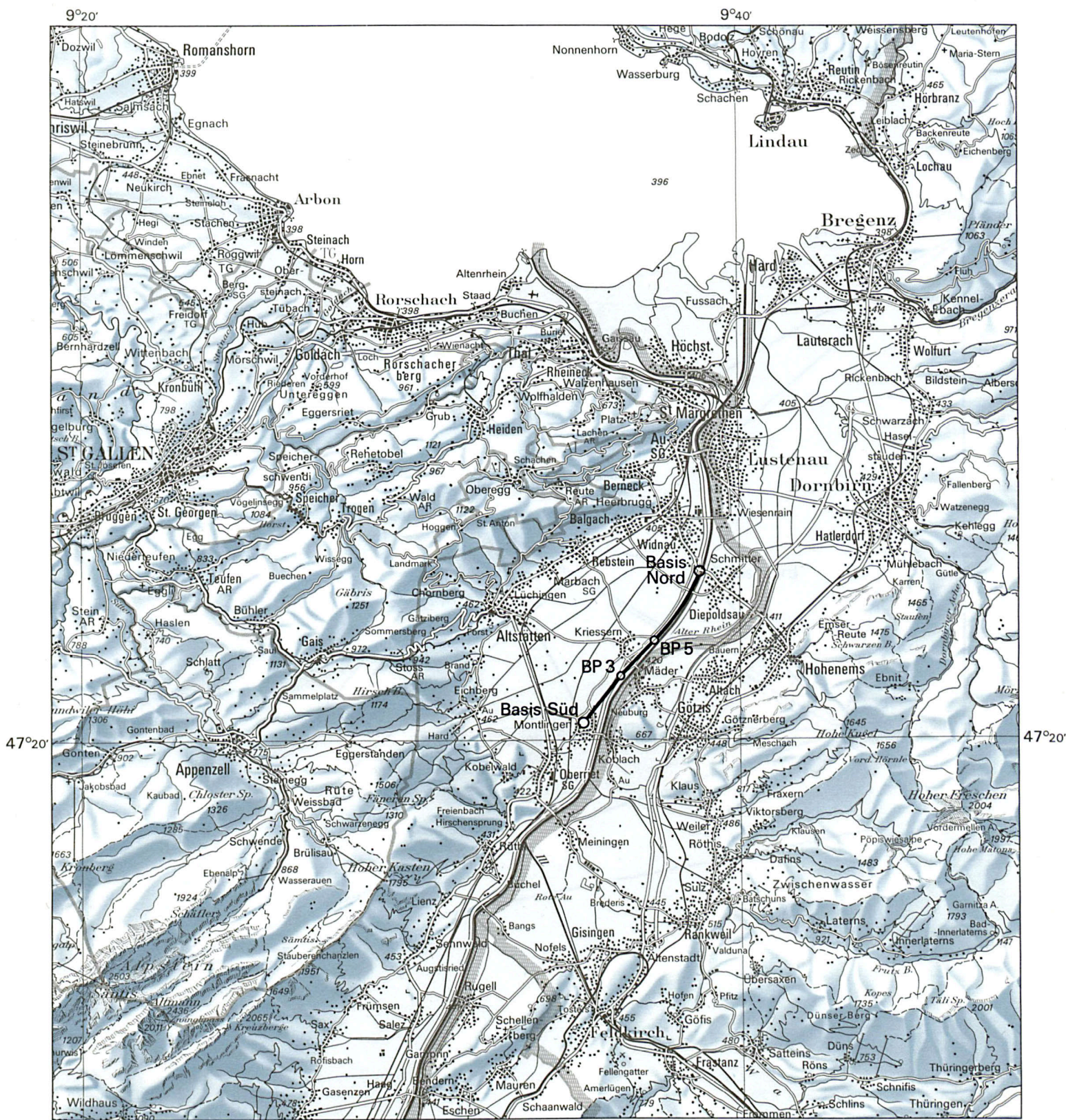
1) Masstabkorrektur für die ohne Geodimeter 8 beobachteten Distanzen

2) Masstabkorrektur für die mit Geodimeter 8 beobachteten Distanzen

Umschreibung der verschiedenen Ausgleichungen:

- 1 Hauptausgleichung, Basislänge masstabbestimmend, gleiche Masstabkorrektur für alle EDM
- 2 Basislänge masstabbestimmend, zwei Masstabkorrekturen für EDM ohne und mit Geodimeter 8
- 3 wie 1, aber ohne EDM der Basis
- 4 alle Distanzen ohne Masstabkorrektur
- 5 wie 4, aber ohne direkt gemessene Basislänge
- 6 Basislänge masstabbestimmend, ohne alle EDM
- M nach J. Mitter (Teil III): Klassische Ausgleichung, Basislänge fest
- D nach K. Deichl (Teil IV): Reine Trilateration, EDM mit Geodimeter NASM 2 und Ansatz 1 ("beobachtete" schräge Strecken aus Tabelle 8.5, Verbesserungen aus Tabelle 8.7)
- W nach N. Wunderlin (unveröffentlichte Arbeit): Zweidimensionale, ellipsoidische Ausgleichung mit Berücksichtigung der Lotabweichungen und einzelner Distanzmessungen, Basislänge fest

Die Messung der Basislänge



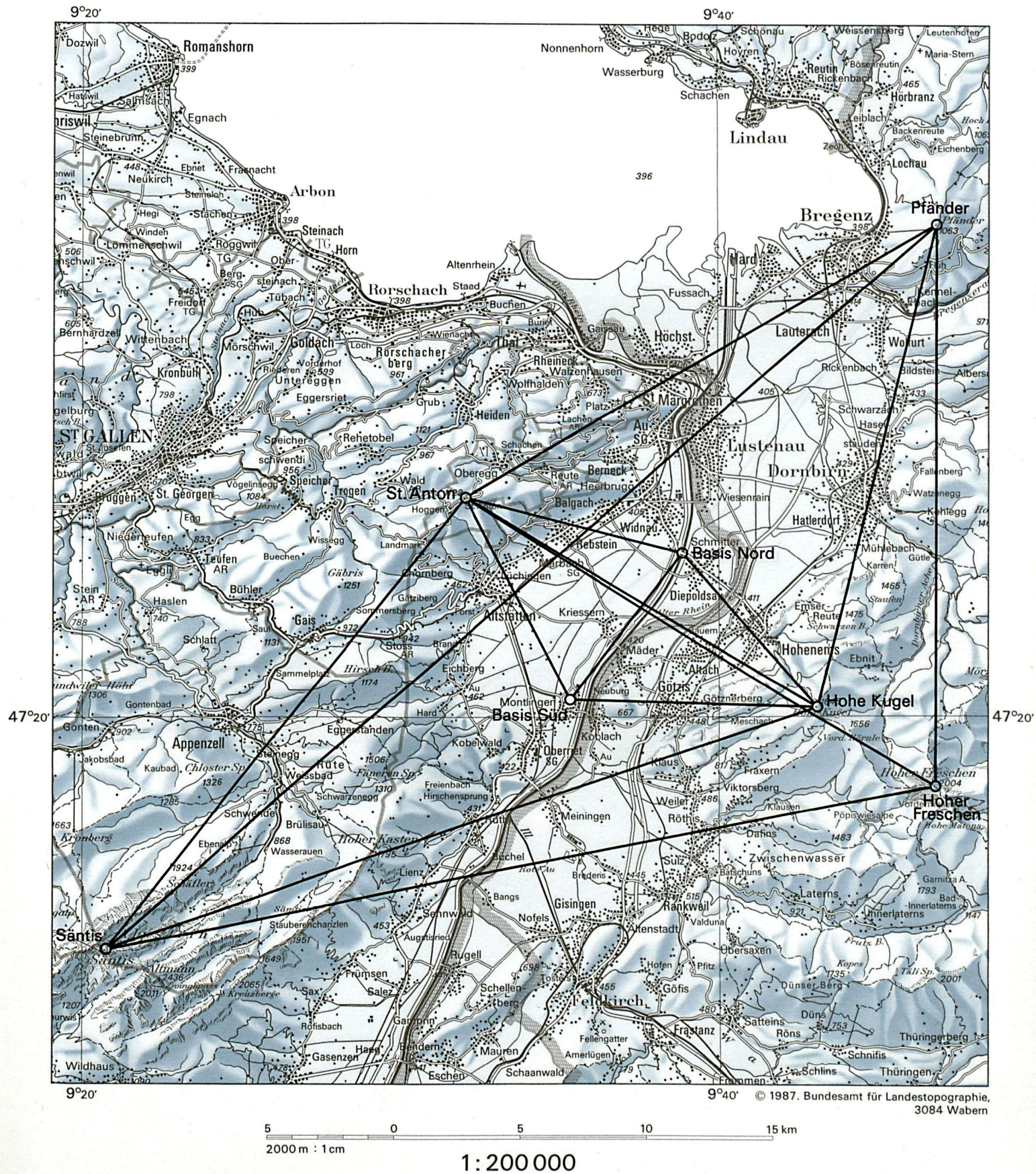
5 0 5 10 15 km

2000 m : 1 cm

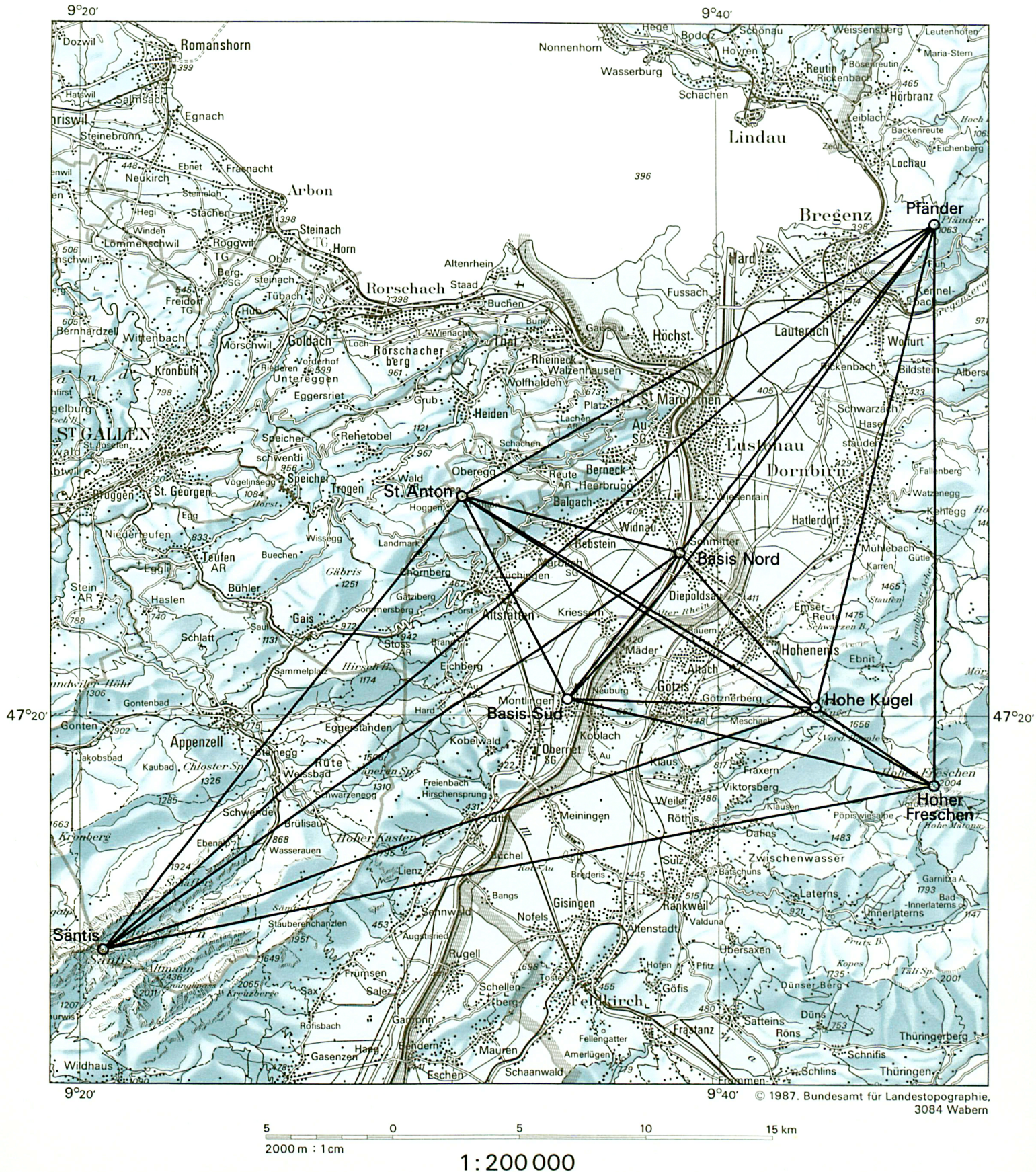
1:200 000

© 1987. Bundesamt für Landestopographie, 3084 Wabern

Die trigonometrischen Messungen

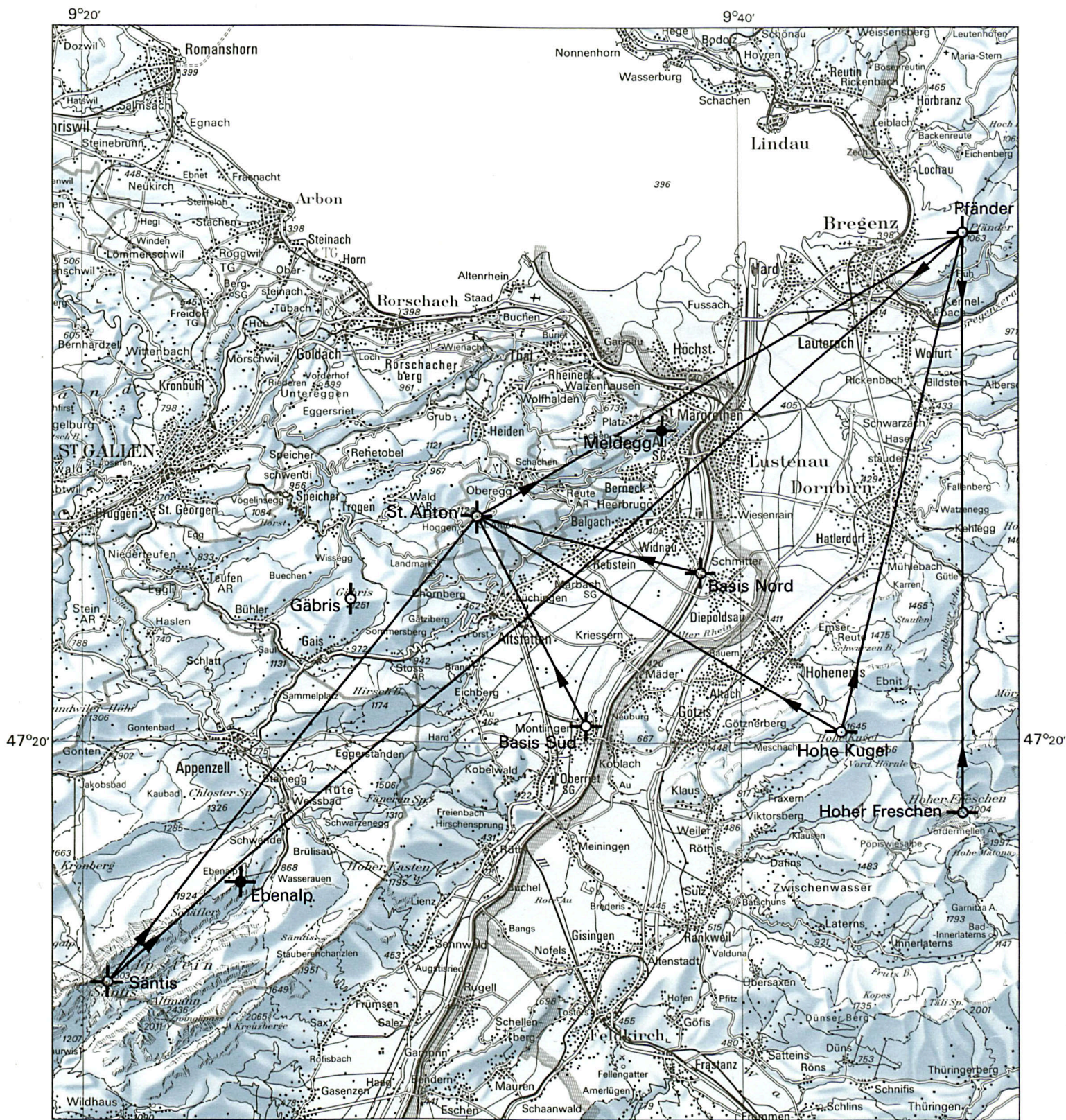


Die elektronischen Distanzmessungen



Die astronomischen Beobachtungen

- Punkt des Basisvergrößerungsnetzes (+ Referenzpunkt)
- Ergänzungspunkt im Höhenwinkelnetz (siehe Beilage 5)
- beobachtete Breite
- | beobachtete Länge
- |↗ beobachtetes Azimut



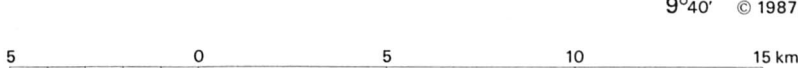
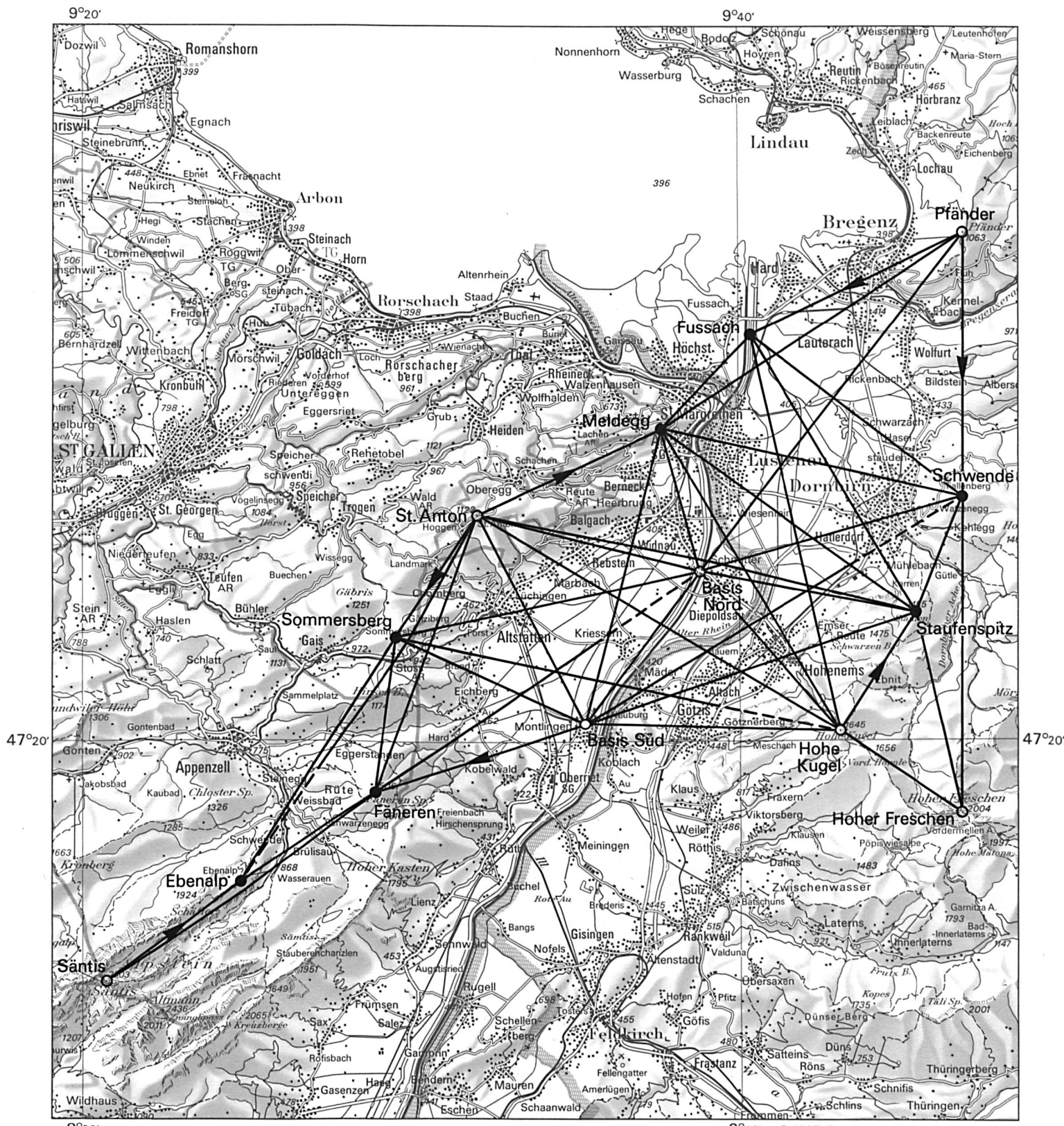
© 1987. Bundesamt für Landestopographie, 3084 Wabern

5 0 5 10 15 km
2000 m : 1 cm

1 : 200 000

Die Höhenwinkelmessungen

- Punkt des Basisvergrößerungsnetzes
- Ergänzungspunkt im Höhenwinkelnetz
- — — — einseitige Höhenwinkelmessung
- — — — gegenseitige Höhenwinkelmessung
- —> Richtung und Distanz zu einem Ergänzungspunkt



1 : 200 000