

Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz

herausgegeben von der

Schweizerischen Geodätischen Kommission
(Organ der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft)

Arbeiten der Bodenseekonferenz

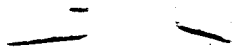
Dreißigster Band

Basismessung Heerbrugg 1959

Teil III

Die trigonometrischen Messungen
im Basisvergrößerungsnetz

bearbeitet von Josef Mitter, Wien



1. The first part of the document is a list of names and addresses.

2. The second part of the document is a list of names and addresses.

3. The third part of the document is a list of names and addresses.

4. The fourth part of the document is a list of names and addresses.

5. The fifth part of the document is a list of names and addresses.

6. The sixth part of the document is a list of names and addresses.

7. The seventh part of the document is a list of names and addresses.

8. The eighth part of the document is a list of names and addresses.

Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz

herausgegeben von der

Schweizerischen Geodätischen Kommission
(Organ der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft)

Arbeiten der Bodenseekonferenz

Dreißigster Band

Basismessung Heerbrugg 1959

Teil III

Die trigonometrischen Messungen
im Basisvergrößerungsnetz

bearbeitet von Josef Mitter, Wien

Adresse der Schweizerischen Geodätischen Kommission:

Institut für Geodäsie und Photogrammetrie

Eidg. Technische Hochschule Zürich

ETH-Hönggerberg

CH-8093 Zürich

Redaktion des 30. Bandes:

Dipl.-Ing. W. Fischer, Zürich

Dr. G. Kirschmer, München

Dipl.-Ing. H. Hornik, München

Druck: Gebr. Brunner, 8151 Wangen

V O R W O R T

Der vorliegende Teil III der Publikationsreihe über die Basismessung Heerbrugg 1959 enthält die Angaben über die trigonometrischen Messungen im Basisvergrößerungsnetz.

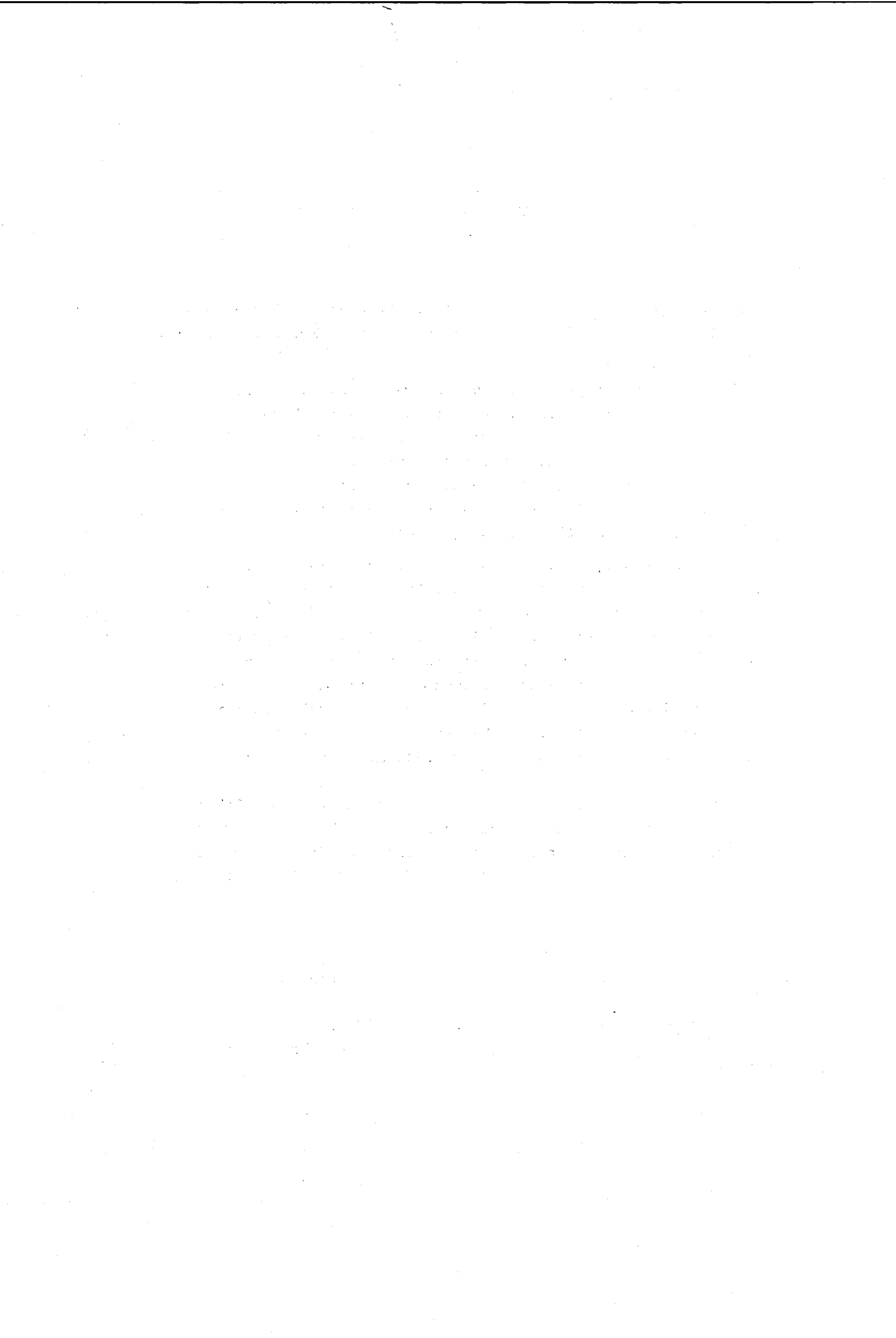
Die Bearbeitung des Heftes lag in den Händen von W. Hofrat i.R. Dr. techn. Josef Mitter, a.o. Professor an der Technischen Universität Wien. Anlässlich der Basismessung war ihm als Oberrat des Vermessungsdienstes und Abteilungsleiter im österreichischen Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen die Leitung der Winkelmessungen im Basisvergrößerungsnetz übertragen worden. Auch an dieser Stelle sei ihm der Dank für die umsichtige Leitung der Feldarbeiten und die sorgfältige Bearbeitung der vorliegenden Publikation ausgesprochen.

Die Herausgeber bedauern, daß bis zur Drucklegung des Heftes mancherlei Verzögerungen aufgetreten sind und daß die Publikation deshalb als überholt erscheinen mag. Die Bedeutung der Basis Heerbrugg - vermutlich die letzte der nach klassischen Methoden gemessenen, bei der überdies alle theoretischen und praktischen Erkenntnisse aus früheren Messungen berücksichtigt wurden - rechtfertigt jedoch noch heute die Fortsetzung der Veröffentlichungen. Die im vorliegenden Teil III enthaltenen Angaben bilden eine der Grundlagen für die endgültige Berechnung des Netzes, über die in späteren Heften berichtet werden soll. Sie sind aber auch für weitere Untersuchungen des ausgezeichneten Beobachtungsmaterials wertvoll.

Dank gebührt Herrn Dipl.Ing. W. Fischer, der im Auftrag der Schweizerischen Geodätischen Kommission das Manuskript durchsah, und Herrn Dr.rer.nat. G. Kirschmer sowie Herrn Dipl.-Ing. H. Hornik von der Deutschen Geodätischen Kommission, welche die Reinschrift erstellen ließen und für die Drucklegung besorgt waren.

Prof. Dr. F. Kobold

Ehrenpräsident der
Schweizerischen Geodätischen Kommission



INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
1. Einleitung	5
2. Die Anlage des Vergrößerungsnetzes	5
3. Die Signalisierung	6
4. Die Anlage und Durchführung der Netzbeobachtung	8
5. Die Ausgleichung des Basisvergrößerungsnetzes	13
5.1 Die Ausgleichung der 1. und 2. Vergrößerungsfigur (Schritt a)	14
5.2 Die Ausgleichung der 3. Vergrößerungsfigur (Schritt b)	16
5.3 Die Ausgleichung des gesamten Vergrößerungsnetzes in einem Guß (Schritt c)	18
6. Die Berechnung der vorläufigen Seitenlängen des Basisvergrößerungsnetzes	20
7. Die Koordinaten der Punkte des Basisvergrößerungsnetzes im österreichischen und im schweizerischen Landessystem	25
8. Literaturverzeichnis	26
Anhang 1 Stationsausgleichungen	27
Anhang 2 Verzeichnis der Beobachter	31
Anhang 3 Verzeichnis der stationsausgeglichenen Richtungen	32



1. EINLEITUNG

Die Basismessung in der Rheinebene bei Heerbrugg (Schweiz) 1959 erfolgte an der Zusammenschlußstelle der Hauptdreiecksnetze 1. Ordnung der Deutschen Bundesrepublik (Badisch-Württembergisches bzw. Südbayerisches Hauptdreiecksnetz), der Schweiz und Österreichs und dient zur Bestimmung des Maßstabes der Seite Pfänder - Säntis. Die Anlage des dazu notwendigen Basisvergrößerungsnetzes wurde jedoch so getroffen, daß auch die Länge zweier weiterer Seiten, die mit der Seite Pfänder - Säntis ein geschlossenes Dreieck 1. Ordnung bilden: Pfänder - Hoher Freschen und Säntis - Hoher Freschen, bestimmt werden kann [1].

2. DIE ANLAGE DES VERGRÖßERUNGSNETZES

Alle Punkte des Basisvergrößerungsnetzes (außer den beiden Basisendpunkten) gehören den bereits bestehenden trigonometrischen Netzen der Schweiz und Österreichs an. Außer den Punkten 1. Ordnung Hoher Freschen, Pfänder und Säntis sind dies der Punkt 2. Ordnung St. Anton und der Punkt 3. Ordnung Hohe Kugel (Abb. 1).

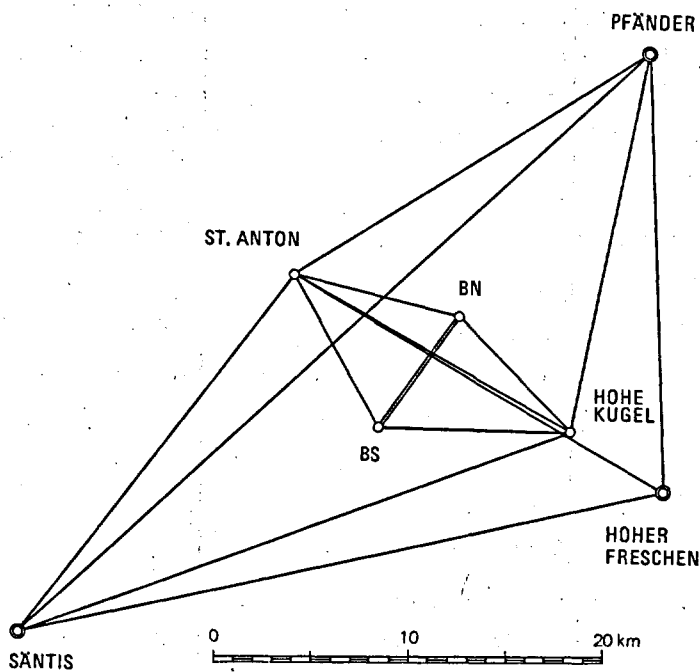


Abb. 1: Basisvergrößerungsnetz Heerbrugg gemäß Abb. 6 im Teil I der "Basismessung Heerbrugg 1959"

Für die Beobachtung des Basisnetzes wurden die Punkte Hoher Freschen, Hohe Kugel und Säntis mit exzentrischen Beobachtungspfeilern ausgebaut - die beiden Basisendpunkte Basis Nord (BN) und Basis Süd (BS) sind mittels zentrischer Beobachtungspfeiler aus Beton mit Zwangszentriereinrichtungen (Kappenbolzen für Kugelzentrierung für Wild T 3) stabilisiert. Auf dem Punkt St. Anton wurde wegen des Baum- und Buschbestandes in Richtung Säntis ein zentrischer, zweigerüstiger Beobachtungshochstand von 6,88 m Tischhöhe über Lochbolzen errichtet. Um die sonst notwendigen täglichen Lotungskontrollen zu vermeiden, wurde die Hochstand-

tischplatte für Instrumentenzentrierung mittels optischem Lot eingerichtet. Zu diesem Zweck wurde die Tischplatte durchbrochen und eine Zentrierplatte für Kugelzentrierung mit einsetzbarem Lotfernrohr (Fernrohr Wild T 1) und einer Alhidadenlibelle mit 20"-Angabe angebracht. Die Zentrierplatte, die von der Wild Heerbrugg AG entwickelt wurde, war ein Gleichstück der Zentrierplatten auf den festen Metallstativen über den bodengleich eingerammten Betonpfählen der Hauptpolygonpunkte des Basispolygonzuges. Ihre Zentrierung erfolgte mittels dreier horizontaler Justierschrauben. Diese Zentriereinrichtung bewährte sich sehr gut, ihre Genauigkeit

entsprach etwa $\pm 0,3$ mm. Auf Pfänder war das Zentrum bereits durch einen Beobachtungspfeiler aus Granit stabilisiert. Die notwendigen Bauarbeiten wurden auf schweizerischer Seite von der Eidgenössischen Landestopographie und der Wild Heerbrugg AG, auf österreichischer Seite vom Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen ausgeführt.

Geländemäßig wird das Entwicklungsnetz dadurch besonders charakterisiert, daß seine Punkte von der tiefgelegenen Rheinebene: Basis Nord (westlicher Brückenkopf der Rheinbrücke zwischen Widnau und Diepoldsau, 416 m über dem Meere), Basis Süd (Montlinger Berg, 478 m), über die Mittelgebirgshöhen von Pfänder (1063 m), St. Anton (1121 m), Hohe Kugel (1646 m) und Hoher Freschen (2004 m) bis zum Säntis (2303 m) reichen, wobei die erste Vergrößerungsfigur (siehe Abb. 1) relativ steile Visuren - besonders nach Hohe Kugel - aufweist.

3. DIE SIGNALISIERUNG

Die Signalisierung der Ziele erfolgte einheitlich bei Tag und bei Nacht mittels Scheinwerferlicht.

Vor dem Beginn der Beobachtungen wurden die verschiedenen Typen von Leuchtgeräten der beteiligten Institute von der Eidgenössischen Landestopographie einer kritischen Prüfung hinsichtlich ihrer Reichweite und einer eventuellen Exzentrizität des Intensitätsmaximums gegenüber dem geometrischen Scheinwerferzentrum, die bei den kurzen Sichten der ersten Vergrößerungsfigur von Bedeutung ist, unterzogen [2]. Da die Untersuchungen eine Reihe von allgemein interessanten Resultaten ergaben, seien diese auszugsweise gebracht.

Untersucht wurden folgende Scheinwerfertypen:

1) Bosch-Eisemann LS 215, $\varnothing = 0,19$ m, Reduktion der Senderöffnung mittels ringförmiger Blenden $\varnothing = 0,06$ bzw. $0,09$ m auf ca. 10 bzw. 20%, Betriebsspannung 12 V, Glühbirnen zu 35 und 100 W Leistung; das Gerät ist auf einem Heliotropunterbau montiert, die Einrichtung erfolgt mittels der Heliotropzielvorrichtung. (Bayerisches Landesvermessungsamt, München)

2) Eisemann Bootsscheinwerfer SDFU 250 A 1, $\varnothing = 0,245$ m, Betriebsspannung 6 V, Glühbirne zu 50 W, sonst wie 1). (Institut für Angewandte Geodäsie, Frankfurt a.M.)

3) Zeiß TSG III, $\varnothing = 0,08$ m, keine Blenden, Betriebsspannung 2,4 V, Glühbirnen zu 1 und 4 W, Stativaufstellung oder Montage auf Brett, Einrichtung mittels Sucherdioptr mit Glühfadenbild ohne Vergrößerung. (Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen, Wien)

4) Ponocny (Wien), $\varnothing = 0,16$ m, keine Blenden, Betriebsspannung 6 V, Glühbirnen zu 15 und 35 W; der Scheinwerfer ist auf einem Heliotropunterbau montiert und wird mit dem zugehörigen exzentrischen Fernrohr eingerichtet. Das Gerät ist auch für Betrieb mit Azetylen eingerichtet. (Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen, Wien)

5) Schweizerisches Armee-Signalgerät SG 1922, $\varnothing = 0,13$ m, in ihrer Breite regulier- und lagemäßig verstellbare zentralsymmetrische Keilblende, Betriebsspannung 6 V, Glühbirne 7 W, Stativaufstellung oder Montage auf Brett, Einrichtung mittels Sucherdioptr bzw. Richtfernrohr mit Glühfadenbild. (Eidgenössische Landestopographie, Wabern)

Die Untersuchung erstreckte sich, wie schon bemerkt, a) auf die Lage des Intensitätszentrums des Scheinwerferlichtes in Bezug auf das geometrische Zentrum der Geräte, b) auf die Helligkeit bzw. Reichweite ihres Lichtes und c) auf seine Einstellbarkeit (Pointierbarkeit).

Zu a): Diese Prüfung, die durch Beobachtung des durch Spannungsreduktion entsprechend in seiner Intensität verminderten Scheinwerferlichtes aus kurzen Entfernungen erfolgte, ergab, daß bei allen Geräten die Scheinwerferöffnung ungleichmäßig ausgeleuchtet wurde und dadurch, zumindest auf die gewählten kurzen Entfernungen, spürbare Ablagen der Intensitätsmaxima festgestellt werden konnten: z.B. 3 bis 5 mm bei SG 1922, bei den anderen Geräten stärker bis zu mehreren Zentimetern. Als Ursache für diese Erscheinung sind neben den endlichen Abmessungen der Glühfäden, Unregelmäßigkeiten im Schliff der Parabolspiegel und im Glaskörper der Glühbirnen, besonders wenn diese sehr klein sind, anzunehmen. Es zeigte sich, daß dieser Effekt am besten durch Benutzung eines vertikal gestellten, engen Keilausschnittes der Scheinwerferfläche vermieden werden kann. Das schweizerische Gerät SG 1922 weist die dazu notwendigen Keilblenden auf und wurde daher auch allein für die empfindliche erste Vergrößerungsfigur mit den kürzesten Seiten vorgesehen.

Zu b): Die Reichweitenuntersuchungen, die vor allem den Verhältnissen auf den längsten Seiten des Basisentwicklungsnetzes galten, ergaben bei Nacht auf eine Distanz von 46 km, daß die Intensität des sehr gut gebündelten Lichtes des SG 1922 noch etwa die Hälfte des um ein Vielfaches stärkeren 100 W-Gerätes Bosch-Eisemann LS 215 beträgt. Für Tagesbeobachtungen bei normalen Sichtverhältnissen und leichtem Dunst wurden folgende Reichweiten ermittelt:

Bosch-Eisemann LS 215, 100 W	bis etwa	34 km,
SG 1922	" "	28 km,
Ponocny, 35 W	" "	22 km,
Zeiß TSG III, 4 W	" "	10 km.

Zu c): Während für die längeren Visuren bei allen geprüften Geräten durch eine entsprechende Auswahl der Blendenöffnung oder der Glühbirnen eine brauchbare gegenseitige Anpassung der Intensität der Signallichter erzielt werden konnte, war dies auf den kurzen Distanzen von 10 bis 20 km bei Nacht nur durch Spannungsreduktion möglich; abblenden genügte nicht. Von der Verwendung von Schlitz- und Gazeblenden durch die Beobachter konnte dann abgesehen werden.

Auf Grund dieser Untersuchungen wurden schließlich für die Distanzen bis 30 km das schweizerische Armee-Signalgerät SG 1922 und für die größeren Entfernungen der Bosch-Eisemann-Scheinwerfer LS 215 ausgewählt. Das zweite Gerät wurde wegen des hohen Stromverbrauches nur auf Pfänder und Säntis mit Anschluß an das örtliche Stromnetz verwendet. Die Scheinwerfer wurden in die Visierebene eingefluchtet.

Zur Koordinierung der Signalisierung (z.B. Abstimmung der Helligkeit u.ä.) und der Beobachtungen wurden von der Eidgenössischen Landestopographie sehr handliche Tornisterfunktionsprechgeräte (SE 101, Fa. Autophon) zur Verfügung gestellt.

4. DIE ANLAGE UND DURCHFÜHRUNG DER NETZBEOBACHTUNG

Da sowohl das vorhandene Leuchtgerät als auch die Anzahl der Beobachtungstrupps - zwei bis drei schweizerische von der Eidgenössischen Landestopographie bzw. von der Schweizerischen Geodätischen Kommission und zwei österreichische des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen ¹⁾ - nicht zur gleichzeitigen Beobachtung aller Stationen bzw. aller Visuren im Netz ausreichten, wurde dieses entsprechend den Vergrößerungsschritten in drei selbständige Vierecke zerlegt (Abb. 2):

1. Viereck: St. Anton, Basis Nord, Hohe Kugel, Basis Süd;
2. Viereck: St. Anton, Pfänder, Hohe Kugel, Säntis;
3. Viereck: St. Anton, Pfänder, Hoher Freschen, Säntis.

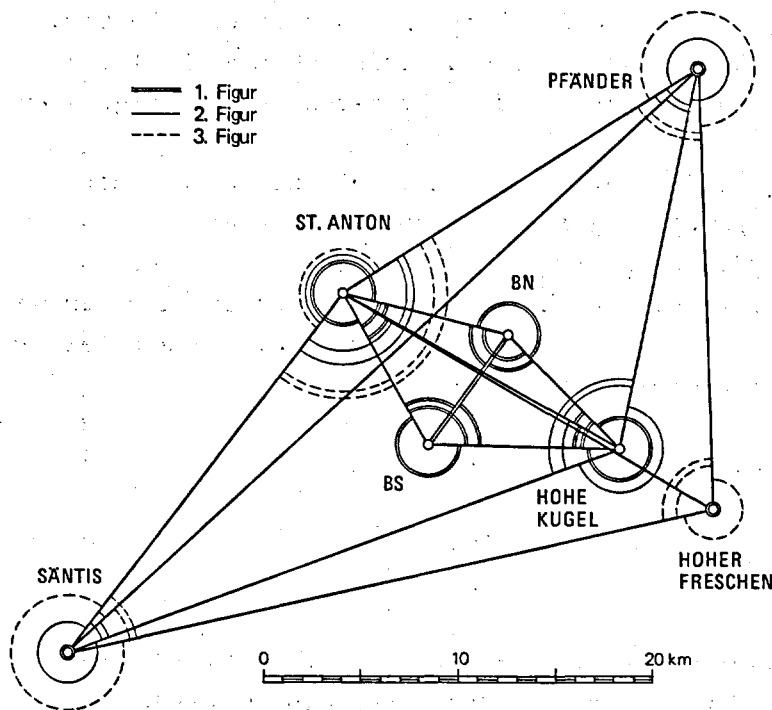


Abb. 2: Beobachtungsanordnung

Es dürfte von Interesse sein, daß eine analoge Zerlegung der Beobachtungen nach den verschiedenen Vergrößerungsschritten auch bei der Messung der älteren finnischen Basisentwicklungsnetze Saltvik und Hanko vorgenommen wurde [3].

Die kurze Sicht Hohe Kugel - Hoher Freschen, die zur Netzentwicklung nicht erforderlich ist, wurde, um keine Inhomogenität in die Beobachtungen zu bringen, nicht mitbeobachtet; im österreichischen Neutriangulierungsnetz liegt ihre Beobachtung vor.

Im allgemeinen wurde bisher der Bestimmung der Winkelgewichte in einem Basisnetz der SCHREIBERsche Satz zugrunde gelegt und zur Kompensation systematischer Fehler eine Überlagerung mit einem Mindestgewicht (z.B. $p = 4$) nach dem bekannten Vorschlag von I. JUNG [8] vorgenommen. Für das Basisentwicklungsnetz Heerbrugg wurden von H. WOLF zwei Vorschläge in dieser Richtung ausgearbeitet und zwar einer, der die alleinige Ableitung der Seite Säntis - Pfänder zum Ziele hatte [4] und in dem die Gewichtsansätze zwischen 4 und 32 schwanken, und ein zweiter, der auch die Bestimmung des Dreieckes Pfänder - Hoher Freschen - Säntis einschließt [5]. In diesem schwanken die Gewichte zwischen 4 und 40. Im zweiten Vorschlag wird außerdem die

1) Die Beobachtung der Stationen auf schweizerischem Staatsgebiet wurde durch die schweizerischen, die auf österreichischem Gebiet durch die österreichischen Meßtrupps ausgeführt.

Gesamtanzahl aller Sätze (348) so gewählt, daß sie dem 1 1/2 fachen jener Satzanzahl entspricht, die man bei einer gleichgewichtigen Beobachtung des Basisnetzes nach dem SCHREIBERSchen Verfahren der Winkelmessung in allen Kombinationen nehmen muß, wenn der mittlere Fehler einer Beobachtung etwa $\pm 0,9''$ betragen soll.

Der SCHREIBERSche Satz, der in seiner strengen Anwendung bei einem geringsten Beobachtungsaufwand den größten Effekt bringen soll, wurde mehrfacher Kritik unterzogen (z.B. von G. STRASSER in [6]; auch der Vorschlag von I. JUNG läuft darauf hinaus), da er im wesentlichen nur auf rein statische bzw. ausgleichungstechnische Forderungen eingeht und auf die bei der Beobachtung herrschenden und nur schwer kontrollierbaren physikalischen Verhältnisse kaum Rücksicht nimmt. Durch den Verzicht auf die Beobachtung statisch unwichtiger Winkel oder durch ihre Messung mit geringem Gewicht gehen wirksame Kontrollen verloren oder werden unverläßlich. Da nach dem Geländerelief des Basisnetzes das Auftreten von Seitenrefraktion zu befürchten war, mußten erstens die Beobachtungen so angeordnet werden, daß diese Einflüsse durch die Messung bei verschiedenen Zuständen möglichst weitgehend eliminiert wurden, also die Verteilung der Messungen auf Tag und Nacht und auf mehrere Tage, und zweitens mußte das ganze Netz, um wirksame Kontrollen in Form von Dreiecksschlüssen und Seitengleichungen zu erhalten, gleichwertig beobachtet werden.

Wegen der günstigen Erfahrungen bei Gebirgsbeobachtungen in der Schweiz und im österreichischen Hauptdreiecksnetz wurde daher als Meßverfahren die Sektorenmethode gewählt. Als Wiederholungszahl für die Neben- oder Einzelwinkel wurde $p_w = 36$, für die Haupt- oder Sektorenwinkel mit n Einzelwinkeln $p_s = p_w \cdot \frac{n-1}{n}$ festgesetzt. Die kleinste Beobachtungseinheit zur Erfassung eines Zustandes - also eine Tages- oder Nachtserie - und zur gleichzeitigen Ausschaltung der systematischen Teilungsfehler sollte sechs symmetrisch verteilte Sätze umfassen. Wegen der an sich hohen Beobachtungsgewichte wurde keine weitere Erhöhung derselben, wie sonst üblich (z.B. [3]), für die eigentlichen Vergrößerungswinkel vorgenommen.

Die auf Grund der gegebenen Netzkonfiguration und der Beobachtung in drei Stufen zu erwartenden theoretischen Gewichte für die ausgeglichenen Einzelwinkel ergeben sich nach den Formeln (1) und (2) [7]:

$$\left. \begin{aligned}
 G_{s_1} &= p_{s_1}' + \frac{1}{\frac{1}{p_{s_2}'} + \frac{1}{p_{s_3}'} + \dots} ; & p_{s_1}' &= p_{s_1} + [p_w]_{s_1} \\
 & & p_{s_2}' &= p_{s_2} + [p_w]_{s_2} \\
 & & p_{s_3}' &= \dots\dots\dots
 \end{aligned} \right\} (1)$$

$$G_{w_1}^{s_1} = p_{w_1}^{s_1} + \frac{1}{\frac{1}{G_{s_1} - [p_w]_{s_1}} + \left(\frac{1}{p_{w_2}^{s_1}} + \frac{1}{p_{w_3}^{s_1}} + \dots \right)} \quad (2)$$

Darin sind:

G_{s_1} Gewicht des ausgeglichenen Sektorenwinkels s_1 ,

p_{s_1}, p_{s_2} usw. Wiederholungszahlen der gemessenen Sektorenwinkel s_1, s_2 usw.,

$[p_w]_{s_1}$ Gewicht des aus Einzelwinkeln mit den Gewichten $p_{w_1}^{s_1}, p_{w_2}^{s_1}$
usw. gebildeten Sektorenwinkels s_1 ,

$G_{w_1}^{s_1}$ Gewicht des ausgeglichenen Einzelwinkels w_1 des Sektors s_1 ,

$p_{w_1}^{s_1}, p_{w_2}^{s_1}$ usw. Wiederholungszahlen der gemessenen Einzelwinkel w_1, w_2 usw. des
Sektors s_1 .

Da entsprechend der Beobachtungsanordnung in den einzelnen Vergrößerungsschritten (Abb. 2) die einzelnen Teilspinnen der Stationen einheitlich aus je drei Richtungen, d.s. zwei Sektoren, davon einer mit zwei Einzelwinkeln, bestanden, war a priori bei Einhaltung der angeordneten Wiederholungszahlen für die Einzel- und Sektorenwinkel (36 bzw. 18) die Gleichgewichtigkeit für die ausgeglichenen Einzelwinkel je Vergrößerungsfigur gegeben. Da weiters die Teilspinnen der 1. und 2. Vergrößerungsfigur auf den Stationen St. Anton und Hohe Kugel nur die gegenseitige Richtung gemeinsam haben, wäre die Gleichgewichtigkeit auch für das Hauptentwicklungsnetz für die Seite Pfänder - Säntis gegeben gewesen. Das Gewicht der ausgeglichenen Einzelwinkel hätte $G_w = 58$ betragen.

Dieser ideale Soll-Zustand wurde durch die Vergrößerung der Wiederholungszahlen auf fast allen Stationen - auf den drei österreichischen wurden einheitlich zwei komplette Serien ($p_w = 72$) beobachtet - sowie durch die Vereinigung der Beobachtungen für die 2. und 3. Vergrößerungsfigur wegen gemeinsamer Winkel auf den Punkten St. Anton, Pfänder und Säntis durchbrochen. Die Tabelle 1 gibt in Spalte 2 die tatsächlichen Wiederholungszahlen für die Einzelwinkel, in Spalte 3 für die Sektorenwinkel wieder. Die Spalte 6 enthält die Gewichte der ausgeglichenen Einzelwinkel, die, soweit die Stationsausgleichungen nach der Sektorenmethode erfolgten, nach den Formeln (1) und (2) berechnet wurden. Die Stationen Pfänder und Säntis wurden bedingt ausgeglichen.

Die Stationsausgleichungen sind im Anhang 1 wiedergegeben. Im Anhang 3 sind sodann die stationsausgeglichenen Richtungen zusammengestellt, die die Grundlage für die zukünftigen Ausgleichungen des Basisvergrößerungsnetzes bilden. Hingegen wird darauf verzichtet, alle gemessenen Einzelwinkel abzudrucken. Die Tabellen der Einzelwinkel sind im Archiv der Schweiz. Geodätischen Kommission abgelegt und stehen dort für allfällige weitere Untersuchungen zur Verfügung.

In der Tabelle 1 sind in den Spalten 4 und 5 noch der mittlere Fehler m_e der Gewichtseinheit (= eines einmal beobachteten Winkels) und der mittlere Fehler M eines ausgeglichenen Winkels ausgewiesen. Die Tabelle zeigt folgende Streuungen für die verschiedenen Gewichte und mittleren Fehler:

$$36 \leq p_w \leq 72, \quad 24 \leq p_s \leq 72,$$

$$\pm 0,72'' \leq m_e \leq \pm 1,35'', \quad \pm 0,08'' \leq M \leq \pm 0,14'',$$

$$61 \leq G_w \leq 158.$$

Die Gewichte G_w der ausgeglichenen Einzelwinkel streuen beträchtlich, entsprechen aber nur den schematischen Voraussetzungen: größere Wiederholungszahlen - größeres Endgewicht. Sie können nur bei vollkommen gleichartigen Meßbedingungen als echte Gewichte oder Gewichtsgrundlagen angesehen werden. Die erhöhten Beobachtungszahlen wurden von den Beobachtern auf allen Stationen zur besseren Erfassung der verschiedenen und wechselnden äußeren Verhältnisse (Seitenrefraktion), also zur Ausschaltung systematischer Einflüsse eingeführt.

Tabelle 1

Zusammenstellung der Stationsausgleichungen

Station	p_w	p_s	m_e	M	G_w	Anmerkung
1	2	3	4	5	6	7
a priori	36	18/36	$\pm 0,90''$	$\pm 0,11''$	58	
Basis Nord	48/54	24/48	1,35	0,14	81 ¹⁾	
Basis Süd	51	26/60	1,24	0,13	88	
St. Anton	36	42	0,98	0,11	61	1. Vergrößerungsfigur
"	36/42	36/48	1,09	0,12	66/69	2. u. 3. Vergrößerungsfigur, nach der Sektorenmethode ausgegl.
Hohe Kugel	72	36/72	1,34	0,12	115	1. Vergrößerungsfigur
"	72	36/72	1,23	0,11	115	2. Vergrößerungsfigur
Pfänder	72	36/72	1,25	0,11	115	2. Vergrößerungsfigur allein, nach der Sektorenmethode ausgegl.
"	72	36/72	1,17	0,10	115	3. Vergrößerungsfigur allein, nach der Sektorenmethode ausgegl.
"	36/72	--	1,21 ²⁾	0,10 ²⁾	128/158	2. u. 3. Vergrößerungsfigur, bedingt ausgeglichen
Säntis	36/54	36	0,72	0,08	67/78	2. Vergrößerungsfigur allein
"	36/54	36	0,76	0,08	67/78	3. Vergrößerungsfigur allein
"	36/54	--	0,78 ³⁾	0,08 ³⁾	73/102	2. u. 3. Vergrößerungsfigur, bedingt ausgeglichen
Hoher Freschen	72	36/72	1,31	0,12	115	

1) Mittelwert aus 79 und 83

2) Die Berechnung von m_e aus der bedingten Stationsausgleichung der 2. und 3. Vergrößerungsfigur ergab $\pm 2,02''$, die von $M \pm 0,17''$ (siehe Anhang 1)

3) Analog zu 2) ergibt sich $m_e = \pm 0,67''$ bzw. $M = \pm 0,07''$ (siehe Anhang 1)

Als besseres Maß für die Genauigkeit der ausgeglichenen Mittelwerte der Beobachtungen bieten sich deren mittlere Fehler M an, wenn auch für sie bei Auftreten systematischer Einflüsse ein ähnliches Kriterium wie bei den oben besprochenen Endgewichten gilt. Betrachtet man die vorliegenden Werte M ¹⁾, so können diese praktisch als gleich groß und die ausgeglichenen Mittelwerte als gleich genau angesehen werden. Es zeigt sich somit, daß die von den Beobachtern aufgrund ihrer Eindrücke und ihrer Erfahrungen gewählten Wiederholungszahlen gut den aufgetretenen Verhältnissen entsprechen, um schließlich gleiche Beobachtungsgenauigkeit zu erzielen.

Die Beobachtungen wurden zwischen dem 10. August und 11. September 1959 mit Wild-Theodoliten T 3 durchgeführt. Speziell in der zweiten Hälfte des Beobachtungszeitraumes herrschten ausgezeichnete Sichtverhältnisse - spätsommerlich heißes und fast windstilles Wetter - die nur zeitweise durch Dunstbildung über der Rheinebene beeinträchtigt wurden. Die geplante gleichmäßige Verteilung auf Tages- und Nachtbeobachtungen konnte aber wegen dieser Dunstbildung nicht streng eingehalten werden; besonders auf Pfänder überwogen in einzelnen Winkeln die Nachtbeobachtungen. Im 1. Viereck traten außerdem deutlich Seitenrefraktionseinflüsse auf. Alle Beobachtungen erfolgten zentrisch. Die beteiligten Beobachter sind im Anhang 2 zusammengestellt.

Ergänzend muß hier noch auf die Ergebnisse bei den astronomischen Beobachtungen (Lotabweichungsbestimmung) auf der Station Hohe Kugel im Sommer 1960 hingewiesen werden, bei denen die Azimute nach St. Anton (3 Abende und 28 Beobachtungen) und nach Pfänder (2 Abende und 30 Beobachtungen) gemessen wurden. Der aus ihnen abgeleitete Winkel ist um $0,94''$ größer als der bei der Netzbeobachtung ermittelte:

astronomisch	$73^{\circ}08'38,59''$	$(\pm 0,22'')$	$p = 29$
trigonometrisch	$73^{\circ}08'37,65''$		$p_w = 72$

Eine Einbeziehung des astronomisch ermittelten Winkels in die Stationsausgleichung auf Hohe Kugel, die den Schlußfehler im Dreieck Hohe Kugel - Pfänder - St. Anton um etwa $0,3''$ verbessert hätte, erfolgte jedoch, um die Einheitlichkeit der Beobachtungen zu wahren, nicht. Es sei aber darauf hingewiesen, daß alle Erfahrungen der letzten Jahre bei der mehrfach im österreichischen Netz 1. Ordnung durchgeführten Messung von Doppelazimuten zeigten, daß deren Genauigkeit der der Winkelmessung 1. Ordnung gleichzusetzen ist. (Über die im Basisnetz von österreichischer und schweizerischer Seite durchgeführten astronomischen Beobachtungen wird im Teil V der "Basismessung Heerbrugg 1959" berichtet.)

¹⁾ Für die Station Pfänder ist dabei der in Tabelle 1, Spalte 5, angegebene Wert $M = + 0,10''$ zu betrachten, der aus der direkten Berechnung der v (v = Winkelmittel aus der bedingten Stationsausgleichung minus Einzelbeobachtung des Winkels) stammt. In den aus der Stationsausgleichung stammenden Werten $m = + 2,02''$ bzw. $M = + 0,17''$ (Tabelle 1, Fußnote 2) kommen nur mehr die Verbesserungen der vorläufigen Mittelwerte in Bezug auf die Stationsbedingungen zur Wirkung, während die Streuung der Einzelmessungen wirkungslos bleibt. Dasselbe gilt für die Station Säntis.

5. DIE AUSGLEICHUNG DES BASISVERGRÖßERUNGSNETZES

Auf der Tagung des erweiterten Arbeitsausschusses für die Basismessung Heerbrugg in Salzburg am 27. November 1959 wurde die Berechnung bzw. Ausgleichung des Basisvergrößerungsnetzes nach drei verschiedenen Methoden beschlossen (siehe Teil I der "Basismessung Heerbrugg 1959"):

- 1) Nach der klassischen Methode, also ohne Reduktion der gemessenen Winkel, außer wegen der Höhen der Zielpunkte über dem Meere.
- 2) Auf dem Geoid bzw. auf einem Ellipsoid nach Reduktion der gemessenen Winkel wegen Seitenrefraktion, Lotabweichungen und Lotkrümmungen. Diese Ausgleichung soll einen Bestandteil der zweiten Ausgleichung des europäischen Dreiecksnetzes bilden.
- 3) Durch Berechnung der Raumstrecken zwischen den einzelnen Punkten, ohne Übergang auf Ellipsoid oder Geoid. Diese Ausgleichung sollte die "Eichwerte" für elektronische Distanzmeßgeräte liefern.

Für die Verfahren unter 2) und 3) sollten die anzuwendenden Methoden erst studiert und festgelegt werden. (Hier geht es vor allem in 2) um das Problem der Bestimmung der Lotkrümmung.)

Die Ausgleichung nach der klassischen Methode wurde dem Bundesamt für Eich- und Vermessungswesen übertragen und von diesem auf zwei Wegen ausgeführt.

Der erste Weg bestand aus zwei Schritten: Der erste Schritt a) umfaßte die 1. und 2. Vergrößerungsfigur, die zur Berechnung der Hauptdreiecksseite Säntis - Pfänder dienen, für die ja das Entwicklungsnetz angelegt worden war. Der zweite Schritt b) umfaßte die 3. Vergrößerungsfigur, die zur Bestimmung der Seiten 1. Ordnung Säntis - Hoher Freschen und Hoher Freschen - Pfänder dient. Da diese nur relativ lose mit dem Basisnetz zusammenhängt, ist ihre getrennte Berechnung zulässig.

Auf dem zweiten Weg wurden alle drei Vergrößerungsfiguren in einem Guß ausgeglichen: Schritt c).

Alle drei Ausgleichungen erfolgten bedingt, die erste und dritte zwangsfrei. Die zweite Ausgleichung (3. Vergrößerungsfigur) erfolgte mit Winkelanschlußzwang an die erste Ausgleichung.

Die Beobachtungen wurden, wie im vorigen Abschnitt begründet, gleichgewichtig angenommen. Den zur Reduktion der Beobachtungen wegen der Höhe des Zielpunktes über dem Meere notwendigen Lageberechnungen und Orientierungen wurde - auch für die Punkte in der Schweiz - das österreichische Gebrauchsnetz zugrunde gelegt.

5.1 DIE AUSGLEICHUNG DER 1. UND 2. VERGRÖßERUNGSFIGUR (Schritt a)

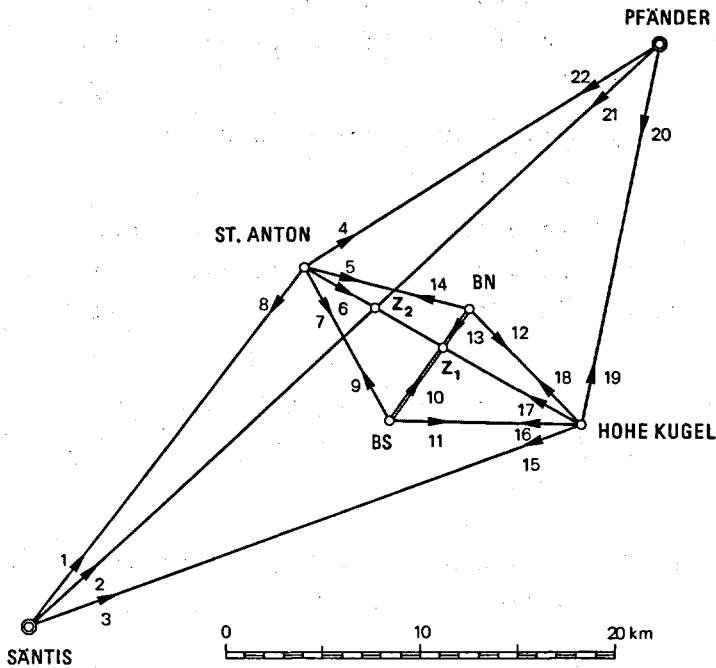


Abb. 3: Ausgleichung der 1. und 2. Vergrößerungsfigur.

Das Basisvergrößerungsnetz in der Konfiguration 1. und 2. Vergrößerungsfigur enthält 8 Bedingungsgleichungen, und zwar 6 Winkelsummen- (Dreiecksschlußgleichungen) und 2 Seitengleichungen für die Zentralpunkte Z_1 und Z_2 . Die Ausgleichung erfolgte nach Richtungen.

Die Widersprüche der Bedingungsgleichungen sind:

Winkelsummengleichungen:

Dreieck 1: St. Anton - Hohe Kugel - Basis Nord	$w_1 = - 0,883''$; $\epsilon_1 = 0,105''$ 1)
" 2: St. Anton - Basis Süd - Hohe Kugel	$w_2 = + 0,253''$; $\epsilon_2 = 0,192''$
" 3: St. Anton - Basis Süd - Basis Nord	$w_3 = - 0,702''$; $\epsilon_3 = 0,150''$
" 4: Säntis - Pfänder - St. Anton	$w_4 = - 0,130''$; $\epsilon_4 = 0,449''$
" 5: Säntis - Hohe Kugel - Pfänder	$w_5 = - 1,062''$; $\epsilon_5 = 1,253''$
" 6: Säntis - Hohe Kugel - St. Anton	$w_6 = + 0,657''$; $\epsilon_6 = 0,928''$

Seitengleichungen:

zu Z_1 : 1. Vergrößerungsfigur	$w_7 = + 343 \cdot 10^{-8}$ log. Einh.
zu Z_2 : 2. Vergrößerungsfigur	$w_8 = + 258 \cdot 10^{-8}$ " "

1)

Die Berechnung der Exzesse erfolgte, da die Dreiecke genügend klein sind, mit ausreichender Schärfe auf der Sphäre. Die mittlere Breite wurde mit $47^{\circ}30'$ angenommen und damit der mittlere Radius der Schmiegunsgskugel zu 6371,9 km bestimmt.

Die daraus resultierenden Fehlergleichungen lauten:

$$(v_6 - v_5) + (v_{18} - v_{17}) + (v_{14} - v_{12}) - 0,883'' = 0$$

$$(v_7 - v_6) + (v_{11} - v_9) + (v_{17} - v_{16}) + 0,253'' = 0$$

$$(v_7 - v_5) + (v_{10} - v_9) + (v_{14} - v_{13}) - 0,702'' = 0$$

$$(v_2 - v_1) + (v_{22} - v_{21}) + (v_8 - v_4) - 0,130'' = 0$$

$$(v_3 - v_2) + (v_{19} - v_{15}) + (v_{21} - v_{20}) - 1,062'' = 0$$

$$(v_3 - v_1) + (v_{17} - v_{15}) + (v_8 - v_6) + 0,657'' = 0$$

$$[689 (v_6 - v_5) + 53(v_{13} - v_{12}) + 375(v_{17} - v_{16}) + 106(v_{10} - v_9)]$$

$$- [81(v_{14} - v_{13}) + 643(v_{18} - v_{17}) + 139(v_{11} - v_{10}) + 352(v_7 - v_6)] + 343 = 0$$

$$[1169(v_2 - v_1) + 116(v_6 - v_4) + 302(v_{21} - v_{20}) + 180(v_{17} - v_{15})]$$

$$- [-29(v_8 - v_6) + 1102(v_{22} - v_{21}) + 64(v_{19} - v_{17}) + 512(v_3 - v_2)] + 258 = 0.$$

Die Auflösung der Normalgleichungen für die Korrelaten erfolgte nach dem GAUSS-schen Algorithmus und ergab die in der folgenden Tabelle 2 in Spalte 6 zusammengestellten Verbesserungen. Die Tabelle 2 enthält weiters die beobachteten Richtungen, die Reduktionen wegen der Meereshöhe der Zielpunkte (ξ) und die ausgeglichenen Richtungen.

Tabelle 2

Zusammenstellung der beobachteten Richtungen, Reduktionen, Verbesserungen und ausgeglichenen Richtungen (siehe Abb. 3) zur Ausgleichung der 1. und 2. Vergrößerungsfigur

Standpunkt	Richtung Nr.	beobachtete Richtung	ξ	reduzierte Richtung	v	ausgegliche Richtung
1	2	3	4	5	6	7
Säntis Kappenbolzen (Pfeiler)	1	0°00'00,000"	+0,055"	00,055"	+0,055"	0°00'00,110"
	2	10 12 21,110	+0,053	21,163	-0,091	10 12 21,072
	3	32 33 06,490	+0,050	06,540	+0,035	32 33 06,575
St. Anton Lochbolzen	4	0 00 00,000	+0,046	00,046	-0,256	359 59 59,790
	5	44 06 38,090	-0,009	38,081	-0,041	44 06 38,040
	6	61 07 12,480	-0,072	12,408	+0,184	61 07 12,592
	7	91 59 24,560	-0,020	24,540	+0,187	91 59 24,727
8	158 58 49,630	+0,122	49,752	-0,074	158 58 49,678	
Basis Süd Kappenbolzen (Pfeiler)	9	0 00 00,000	-0,047	59,953	-0,132	359 59 59,821
	10	63 14 20,030	+0,020	20,050	+0,081	63 14 20,131
	11	119 47 37,830	-0,005	37,825	+0,050	119 47 37,875
Basis Nord Kappenbolzen (Pfeiler)	12	0 00 00,000	-0,081	59,919	-0,007	359 59 59,912
	13	75 59 43,920	+0,022	43,942	-0,127	75 59 43,815
	14	144 52 36,860	-0,026	36,834	+0,134	144 52 36,968
Hohe Kugel KT-Bolzen (exz. Pfeiler)	15	0 00 00,000	+0,075	00,075	-0,047	0 00 00,028
	16	20 15 07,390	-0,001	07,389	+0,012	20 15 07,401
	17	49 35 17,880	-0,050	17,830	-0,426	49 35 17,404
	18	67 42 05,830	-0,020	05,810	+0,091	67 42 05,901
19	122 43 55,530	+0,025	55,555	+0,371	122 43 55,926	
Pfänder KT-Bolzen (Pfeiler)	20	13 46 49,750	+0,039	49,789	-0,377	13 46 49,412
	21	48 42 09,000	+0,123	09,123	+0,141	48 42 09,264
	22	59 30 58,580	+0,048	58,628	+0,236	59 30 58,864

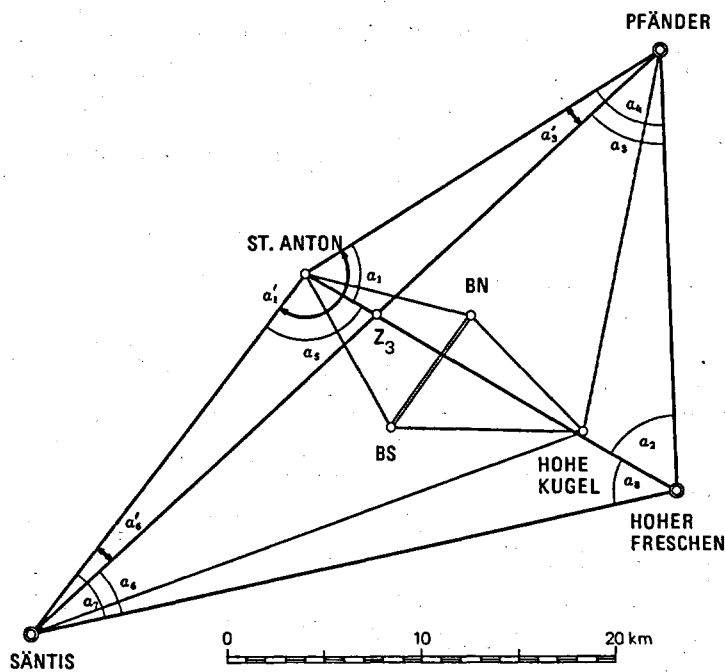
Der mittlere Fehler einer in die Ausgleichung eingeführten Richtung ist $m_r = \pm 0,308''$, dementsprechend der eines Winkels $m_w = \pm 0,436''$. Dieser Wert stimmt gut mit dem nach FERRERO bestimmten mittleren Fehler $m_{WF} = \pm 0,394''$ überein. Die Differenz zwischen dem Durchschnittswert für die mittleren Fehler der beobachteten Winkel $M = \pm 0,12''$ und m_w entspricht den Erfahrungen aus den Netzen 1. Ordnung.

Der Übertragungsfehler $m_{\ddot{u}}$ für den Maßstab der Basis auf die Seite Pfänder - Säntis ist nach [1] gleich:

$$m_{\ddot{u}} = \pm 7,766 \cdot m_r \text{ mm/km.}$$

Mit $m_r = \pm 0,308''$ wird $m_{\ddot{u}} = \pm 2,39 \text{ mm/km.}$

5.2 DIE AUSGLEICHUNG DER 3. VERGRÖßERUNGSFIGUR (Schritt b)



Die 3. Vergrößerungsfigur wurde nach Winkeln ausgeglichen. Da das organisch auch zur dritten Figur gehörende Dreieck St. Anton - Säntis - Pfänder bereits im Zuge der Ausgleichung der 1. und 2. Figur ausgeglichen wurde, mußten seine Winkel als Konstante eingeführt werden. Es ergeben sich damit 6 Bedingungs-gleichungen, und zwar 2 Dreiecks-schlußbedingungen, 3 Winkelbedin-gungen und eine Seitengleichung für den Zentralpunkt Z_3 .

Abb. 4: Ausgleichung der 3. Vergrößerungsfigur

Winkelsummengleichungen:

Dreieck 1: St. Anton - Hoher Freschen - Pfänder $w_1 = - 0,929''$; $\epsilon_1 = 1,051''$
 " 2: St. Anton - Säntis - Hoher Freschen $w_2 = - 0,675''$; $\epsilon_2 = 1,213''$

Winkelbedingungen:

Dreieck St. Anton - Säntis - Pfänder:

Winkel St. Anton (α_1' , gegeben) - ($\alpha_1 + \alpha_5$)	$w_3 = - 0,182''$
" Säntis (α_6' , gegeben) - ($\alpha_7 - \alpha_6$)	$w_4 = + 0,146''$
" Pfänder (α_3' , gegeben) - ($\alpha_4 - \alpha_3$)	$w_5 = - 0,095''$

Seitengleichung zu Z_3 :

$w_6 = + 188 \cdot 10^{-8} \text{ log. Einh.}$

Die daraus resultierenden Fehlergleichungen lauten:

$$\begin{aligned} v_1 + v_2 + v_4 - 0,929'' &= 0 \\ v_5 + v_7 + v_8 - 0,675'' &= 0 \\ v_1 + v_5 - 0,182'' &= 0 \\ v_7 - v_6 + 0,146'' &= 0 \\ v_4 - v_3 - 0,095'' &= 0 \end{aligned}$$

$$[113 v_1 + 185 v_3 + 229 v_8 + 1170 (v_7 - v_6)]$$

$$- [1102 (v_4 - v_3) + 128 v_2 + 365 v_6 - 26 v_5] + 188 = 0.$$

Tabelle 3

Zusammenstellung der beobachteten Richtungen, Reduktionen und reduzierten Richtungen (siehe Abb. 4) zur Ausgleichung der 3. Vergrößerungsfigur

Standpunkt	Richtung nach	beobachtete Richtung	ξ	reduzierte Richtung	Anmerkung
1	2	3	4	5	6
St. Anton	Pfänder Hoher Freschen Säntis	---	---	0°00'00,046"	Richtung Nr. 4
		61°49'29,500"	-0,089"	61 49 29,411	" " 8
		---	---	158 58 49,752	
Säntis	St. Anton Pfänder Hoher Freschen	---	---	0 00 00,055	Richtung Nr. 1
		---	---	10 12 21,163	" " 2
		40 12 11,220	+0,038	40 12 11,258	
Hoher Freschen KT-Bolzen (exz. Pfeiler)	Säntis St. Anton Pfänder	0 00 00,000	+0,046	0 00 00,046	
		42 38 29,130	-0,050	42 38 29,080	
		101 18 01,210	+0,001	101 18 01,211	
Pfänder	Hoher Freschen Säntis St. Anton	0 00 00,000	+0,002	0 00 00,002	Richtung Nr. 21
		---	---	48 42 09,123	" " 22
		---	---	59 30 58,628	aus Tab. 2

Tabelle 4

Zusammenstellung der in der Ausgleichung der 3. Vergrößerungsfigur verwendeten Winkel (siehe Abb. 4)

Winkel	"beobachteter" Winkel	v	ausgeglichener Winkel	Anmerkung
1	2	3	4	5
α_1	61°49'29,365"	+ 0,146"	61°49'29,511"	
α_2	58 39 32,131	+ 0,420	58 39 32,551	
α_3	48 42 09,121	+ 0,268	48 42 09,389	
α_4	59 30 58,626	+ 0,363	59 30 58,989	
α_5	97 09 20,341	+ 0,036	97 09 20,377	
α_6	29 59 50,095	+ 0,178	29 59 50,273	
α_7	40 12 11,203	+ 0,032	40 12 11,235	
α_8	42 38 29,034	+ 0,607	42 38 29,641	
α_1'	158 58 49,888	---	---	Aus der Ausgleichung der 1. und 2. Vergrößerungsfigur gegeben.
α_3'	10 48 49,600	---	---	
α_6'	10 12 20,962	---	---	

Die Auflösung der Normalgleichungen erfolgte wieder nach dem GAUSSschen Algorithmus und ergab die in der Tabelle 4 verzeichneten Verbesserungen. Die vorausgehende Tabelle 3 bringt analog zu Tabelle 2 die Ausgangswerte für die eingeführten Richtungen, Tabelle 4 die daraus gebildeten Ausgangswerte für die Winkel sowie die Verbesserungen und die ausgeglichenen Winkel.

Der mittlere Fehler eines in die Ausgleichung eingeführten Winkels ergab sich zu $m_w = \pm 0,366''$; er stimmt größenordnungsmäßig mit dem Wert aus der Ausgleichung der Vergrößerungsfiguren 1 und 2 überein.

5.3 DIE AUSGLEICHUNG DES GESAMTEN VERGRÖßERUNGSNETZES IN EINEM GUSS (Schritt c)

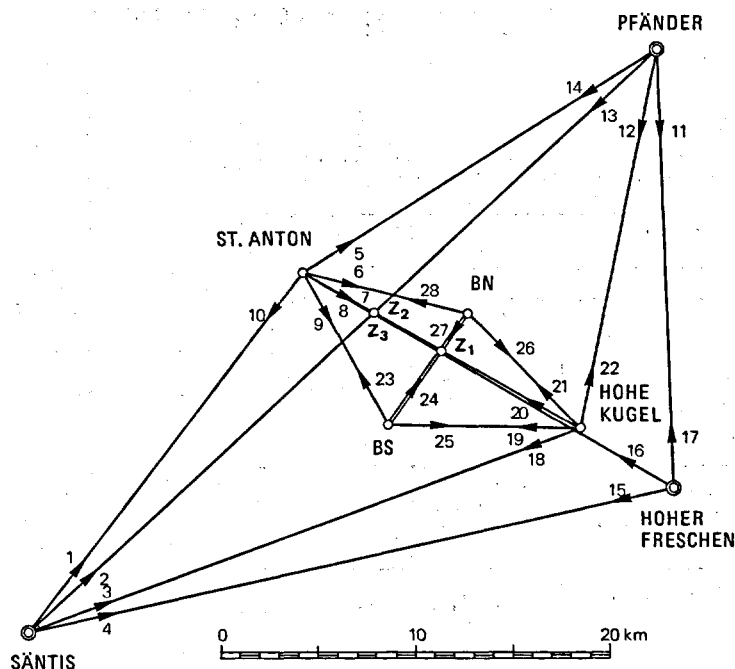


Abb. 5: Netzausgleichung in einem Guß

Die Ausgleichung in einem Guß erfolgte studienhalber und nach Richtungen. Die Anzahl der Bedingungsgleichungen ist gleich der Summe der Dreiecksschlußgleichungen plus der Seitengleichungen aus a) und b). Es ergeben sich daher 8 Winkelsummengleichungen und 3 Seitengleichungen für die Zentralpunkte Z_1 , Z_2 und Z_3 .

Die Widersprüche der Bedingungsgleichungen lauten:

Winkelsummengleichungen:

Dreieck 1: St. Anton - Hohe Kugel - Basis Nord	$w_1 = - 0,883''$
" 2: St. Anton - Basis Süd - Hohe Kugel	$w_2 = + 0,253''$
" 3: St. Anton - Basis Süd - Basis Nord	$w_3 = - 0,702''$
" 4: Säntis - St. Anton - Pfänder	$w_4 = - 0,130''$
" 5: Säntis - Hohe Kugel - Pfänder	$w_5 = - 1,062''$
" 6: Säntis - St. Anton - Hohe Kugel	$w_6 = + 0,657''$
" 7: St. Anton - Pfänder - Hoher Freschen	$w_7 = - 0,929''$
" 8: St. Anton - Säntis - Hoher Freschen	$w_8 = - 0,675''$

Seitengleichungen:

zu Z_1 : $w_9 = + 343 \cdot 10^{-8}$ log. Einh.

zu Z_2 : $w_{10} = + 258 \cdot 10^{-8}$ " "

zu Z_3 : $w_{11} = + 188 \cdot 10^{-8}$ " "

Auch in diesem Falle erfolgte die Auflösung der Normalgleichungen nach dem GAUSS-
schen Algorithmus. Die mit Hilfe der berechneten Korrelaten erhaltenen Verbesserungen enthält die Tabelle 5, die auch die auf das Ellipsoid bezogenen Ausgangswerte (siehe Tabellen 2 und 3) sowie die endgültigen Werte der Richtungen und die Differenzen der Verbesserungen aus den Ausgleichungen a) und c) enthält.

Tabelle 5

Zusammenstellung der reduzierten Richtungen, Verbesserungen und ausgeglichenen Richtungen sowie der Differenzen der Verbesserungen aus den Ausgleichungen a) und c)

Standpunkt	Richtung Nr.	reduzierte Richtung	v	ausgeglichene Richtung	Δv (Tab.5 - Tab.2) ¹⁾
1	2	3	4	5	6
Säntis	1	0°00'00,055"	-0,029"	0°00'00,026"	-0,084"
	2	10 12 21,163	-0,214	10 12 20,949	-0,123
	3	32 33 06,540	+0,012	32 33 06,552	-0,023
	4	40 12 11,258	+0,230	40 12 11,488	---
St. Anton	5	0 00 00,046	-0,309	359 59 59,737	-0,053
	6	44 06 38,081	-0,039	44 06 38,042	+0,002
	7	61 07 12,408	+0,194	61 07 12,602	+0,010
	8	61 49 29,411	-0,034	61 49 29,377	---
	9	91 59 24,540	+0,191	91 59 24,731	+0,004
	10	158 58 49,752	-0,003	158 58 49,749	+0,071
Pfänder	11	0 00 00,002	-0,250	359 59 59,752	---
	12	13 46 49,789	-0,293	13 46 49,496	+0,084
	13	48 42 09,123	+0,267	48 42 09,390	+0,126
	14	59 30 58,628	+0,276	59 30 58,904	+0,040
Hoher Freschen	15	0 00 00,046	-0,300	359 59 59,746	---
	16	42 38 29,080	+0,086	42 38 29,166	---
	17	101 18 01,211	+0,214	101 18 01,425	---
Hohe Kugel	18	0 00 00,075	+0,050	0 00 00,125	+0,097
	19	20 15 07,389	-0,002	20 15 07,387	-0,014
	20	49 35 17,830	-0,450	49 35 17,380	-0,024
	21	67 42 05,810	+0,076	67 42 05,886	-0,015
	22	122 43 55,555	+0,326	122 43 55,881	-0,045
Basis Süd	23	359 59 59,953	-0,141	359 59 59,812	-0,009
	24	63 14 20,050	+0,083	63 14 20,133	+0,002
	25	119 47 37,825	+0,058	119 47 37,883	+0,008
Basis Nord	26	359 59 59,919	0,000	359 59 59,919	+0,007
	27	75 59 43,942	-0,124	75 59 43,818	+0,003
	28	144 52 36,834	+0,124	144 52 36,958	-0,010

1) Die korrespondierenden Richtungen in den Tabellen 2 und 5 ergeben sich aus den Abbildungen 3 und 5.

Die Betrachtung der Differenzen der Verbesserungen in Spalte 6 der Tabelle 5 zeigt, daß durch die Ausgleichung in einem Guß anstatt in zwei Schritten keine Richtungs- bzw. Winkeländerungen größer als 0,15" verursacht werden, womit der ursprüngliche Ausgleichungsvorgang in zwei Schritten gerechtfertigt erscheint.

Der mittlere Fehler einer in die Ausgleichung eingeführten Richtung ergibt sich zu $m_r = \pm 0,314''$, der entsprechende mittlere Winkelfehler zu $m_w = \pm 0,44''$; beide Werte stimmen fast völlig mit denen aus der Ausgleichung a) überein.

Abschließend kann zur Ausgleichung des Basisentwicklungsnetzes nach der klassischen Methode gesagt werden, daß die Verteilung und die Größenordnung der auftretenden Fehler auf keine ernsthaften systematischen Einflüsse schließen lassen, wie sie aufgrund des starken Überwiegens der negativen Dreiecksschlußfehler befürchtet wurden (Versuch zur Feststellung eines eventuellen Einflusses der Lotstörungen, siehe [1]).

6. DIE BERECHNUNG DER VORLÄUFIGEN SEITENLÄNGEN DES BASISVERGRÖßERUNGSNETZES

Als erstes Resultat der Berechnungsarbeiten im Basisentwicklungsnetz ergeben sich vorläufige Streckenlängen für die Netzseiten. Ihr vorläufiger Charakter ist durch die vorerst nur mögliche konventionelle Berechnungsart auf der Schmiegunskugel bedingt. Darunter ist einerseits die Projektion der Basis auf den Meeresspiegel, andererseits die Berechnung der Schrägentfernungen in der Natur ohne Rücksicht auf den physikalischen Verlauf der Lotlinien, d.h. auf Lotabweichungen und Lotkrümmungen, zu verstehen.

Die Berechnung des Basispolygonzuges ergab (siehe Teil II der "Basismessung Heerbrugg 1959", Seite 48) die endgültige Basislänge im mittleren Messungshorizont von 420 m über dem Meeresspiegel mit

$$7\,253,999 \pm 0,003 \text{ m.}$$

Auf den Meeresspiegel reduziert beträgt die Basislänge

$$7\,253,521 \text{ m.}$$

Für diese Reduktion sowie für die Berechnung der Schrägentfernungen wurde der mittlere Krümmungsradius $r = \sqrt{MN} = 6\,379\,130 \text{ m}$ für die Mittelbreite $\varphi_m = 47^{\circ}22,1'$ verwendet.

Die Berechnung der horizontalen Seitenlängen des Netzes erfolgte nach Verebnung der ausgeglichenen Dreiecke (Ausgleichung c) in einem Guß) nach Legendre (Tabelle 6a). Die Seitenlängen beziehen sich auf die in Tabelle 6b aufgeführten Stationspunkte.

T a b e l l e 6a

Vorläufige Horizontalentfernungen im Basisvergrößerungsnetz
auf Meeresniveau

Seite		s in m
Basis Nord	- Basis Süd	7 253,521
"	- St. Anton	8 731,679
"	- St. Anton-Ost	8 307,301
"	- Hohe Kugel	8 215,811
Basis Süd	- St. Anton	9 122,301
"	- St. Anton-Ost	8 892,226
"	- Hohe Kugel	9 553,538
St. Anton	- Pfänder	21 594,062
"	- Hohe Kugel	16 158,377
"	- Hoher Freschen	21 788,445
"	- Säntis	22 865,514
St. Anton-Ost	- Pfänder	21 246,065
"	- Hohe Kugel	15 772,155
"	- Hoher Freschen	21 404,288
"	- Säntis	23 104,985
Hohe Kugel	- Pfänder	19 757,356
"	- Säntis	29 748,613
Pfänder	- Säntis	43 714,333
"	- Hoher Freschen	22 287,308
Säntis	- Hoher Freschen	33 491,550

T a b e l l e 6b

Stationspunkte

Station	Bezugspunkt
Basis Nord	Kappenbolzen (Pfeiler)
Basis Süd	" (")
St. Anton	Lochbolzen
St. Anton-Ost	"
Hohe Kugel	KT-Bolzen (exzentr. Pfeiler)
Pfänder	" (Pfeiler)
Säntis	Kappenbolzen (Pfeiler)
Hoher Freschen	KT-Bolzen (exzentr. Pfeiler)

Die Schrägentfernungen wurden als Diagonalen des "Sehnenhöhentrapezes" nach den folgenden Formeln berechnet:

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= s + \Delta_1 - \frac{s^3}{24 r^2}, \quad \Delta_1 = \frac{H_1}{r} s \\ s_2 &= s + \Delta_2 - \frac{s^3}{24 r^2}, \quad \Delta_2 = \frac{H_2}{r} s \end{aligned} \right\} (3)$$

$$\bar{s} = \sqrt{s_1 \cdot s_2 + \Delta H^2}$$

Darin sind

- s ... Seitenlänge im Meeresniveau,
- s₁, s₂ ... Sehnenlängen mit den zugehörigen Endpunkthöhen H₁ und H₂,
- \bar{s} ... Schrägentfernung (Tabelle 7a).

T a b e l l e 7 a

Vorläufige Schrägentfernungen im Basisvergrößerungsnetz

Seite	\bar{s} in m
Basis Nord - Basis Süd	7 254,292
" - St. Anton	8 761,176
" - St. Anton-Ost	8 336,571
" - Hohe Kugel	8 308,773
Basis Süd - St. Anton	9 146,119
" - St. Anton-Ost	8 915,214
" - Hohe Kugel	9 626,346
St. Anton - Pfänder	21 597,826
" - Hohe Kugel	16 170,407
" - Hoher Freschen	21 811,648
" - Säntis	22 913,704
St. Anton-Ost - Pfänder	21 249,696
" - Hohe Kugel	15 784,941
" - Hoher Freschen	21 428,487
" - Säntis	23 153,938
Hohe Kugel - Pfänder	19 770,137
" - Säntis	29 770,590
Pfänder - Säntis	43 750,157
" - Hoher Freschen	22 312,569
Säntis - Hoher Freschen	33 507,058

Für die Höhen wurden die Mittelwerte aus den schweizerischen und österreichischen Höhenwerten benutzt (Tabelle 7b).

Die österreichischen Höhen sind auf den Horizont des österreichischen Präzisionsnivelements, die schweizerischen Höhen auf Repère Pierre du Niton (373,600 m über dem Spiegel des Mittelmeeres in Marseille) bezogen.

Tabelle 7b

Meereshöhen der Punkte des Basisvergrößerungsnetzes

Punkt und Bezugspunkt	Österr. Höhensystem m	Schweizer. Höhensystem m	Benutzte mittl. Höhe m	Höhenbezugspunkt
Basis Nord, Kappenbolzen (Pfeiler)	415,62 ¹⁾	415,75	415,68	Bolzenoberfl.
Basis Süd, Kappenbolzen (Pfeiler)	477,41 ¹⁾	477,54	477,47	"
St. Anton Lochbolzen	1121,06 ¹⁾	1121,19	1121,12	"
St. Anton-Ost, Lochbolzen	1101,74 ¹⁾	1101,87	1101,80	"
Hohe Kugel, TP-Stein	1645,23	-	-	Steinoberfl.
Hohe Kugel, KT-Bolzen (exz.Pfeiler)	1646,21	1646,34 ¹⁾	1646,27	Bolzenoberfl.
Pfänder, KT-Bolzen (Pfeiler)	1063,39	1063,50	1063,45	"
Säntis, Kappenbolzen (exz.Pfeiler)	2502,94 ¹⁾	2503,07	2503,00	"
Hoher Freschen, KT-Stein	2003,68	-	-	Steinoberfl.
Hoher Freschen, KT-Bolzen (exz.Pfeiler)	2004,04	2004,02	2004,03	Bolzenoberfl.

1) Der Horizont des modernen österreichischen Präzisionsnivelements liegt nach verschiedenen Vergleichen von Pegeln im Rheintal und der trigonometrischen Höhen von Punkten in beiden Höhensystemen um etwa 0,13 m höher als der schweizerische Horizont: $H_{\text{ö}} = H_{\text{sch}} - 0,13$ m. Die mit 1) bezeichneten Höhen in Tabelle 7b wurden mit dieser Beziehung aus dem anderen System abgeleitet.

Die Genauigkeit der hiermit bestimmten vorläufigen Schrägdistanzen hängt, wie bekannt, von der Genauigkeit der verwendeten und mit Ausnahme der beiden Basisendpunkte, deren Höhen durch Nivellement bestimmt wurden, trigonometrisch ermittelten Höhen ab. Nach der Formel (4) ergibt sich m_s zu

$$m_s = \pm m_H \frac{\Delta H}{s} \sqrt{2} . \quad (4)$$

(Der Einfluß der Höhenunsicherheit, inklusive dem Horizontfehler der verwendeten Rechenhöhen, auf die Hebung der Seiten vom Meeresniveau in die Punktniveaus ist praktisch Null.) Schätzt man $m_H = \pm 0,10$ m sehr günstig ab - die Punkte gehören verschiedenen Höhenregionen (Tal-, Mittelgebirgs- und Hochgebirgspunkte) an, so daß eine entsprechende Refraktionsunsicherheit vorliegt - so ergibt sich für die Schrägstrecke Basis Nord - Hohe Kugel, die den größten Quotienten $\Delta H/s = 0,15$ aufweist, der Maximalfehler innerhalb des Basisnetzes mit $m_s = \pm 0,021$ m.

Wie im folgenden Abschnitt 7 erläutert wird, mußte für die Station St. Anton 1961 ein Ersatzpunkt St. Anton-Ost geschaffen werden. Seine durch lokale Einmessung und Berechnung ermittelten Koordinaten wurden mittels HELMERT-Transformation in das österreichische Gebrauchsnetz übertragen (Tabelle 8). Für die Berechnung der Horizontalentfernungen im Meeresniveau sowie der Schrägentfernungen wurde ein "lokales", von den Netzspannungen des österreichischen Gebrauchsnetzes unabhängiges Netz mit dem Ausgangspunkt St. Anton gewählt, in das der Punkt St. Anton-Ost polar eingerechnet wurde: Einorientierung in den (schweizerisch) orientierten sphärischen Richtungssatz auf St. Anton; Übergang in das österreichische System und Berechnung der "lokalen" Koordinaten der Basisnetzpunkte mittels der verebneten sphärischen Entfernungen von St. Anton aus, dann Berechnung der Entfernungen für St. Anton-Ost mit Rückführung auf die Sphäre = Horizontalentfernungen bezogen auf St. Anton-Ost, anschließend Berechnung der Schrägstrecken wie oben.

7. DIE KOORDINATEN DER PUNKTE DES BASISVERGRÖßERUNGSNETZES
IM ÖSTERREICHISCHEN UND IM SCHWEIZERISCHEN LANDESSYSTEM

Ausgehend von den Netzbeobachtungen und den Koordinaten der Punkte Hohe Kugel, ex-zentrischer Pfeiler 1959, und Pfänder, Zentrum, im österreichischen GAUSS-KRÜGER-System (Meridianstreifen M 10°20' östlich Greenwich) wurden vorläufige Koordinaten von den auf schweizerischem Gebiet gelegenen Punkten des Vergrößerungsnetzes berechnet. Weiters wurde im schweizerischen Landessystem (konforme schiefachsige Zylinderprojektion, Nullpunkt Bern) der dort noch fehlende Punkt Hohe Kugel unter Benützung der Winkel des Basisvergrößerungsnetzes eingeschaltet. Die beiden Basisendpunkte wurden von der Eidg. Landestopographie als Punkte 4. Ordnung bestimmt. Die in der folgenden Tabelle 8 zusammengestellten vorläufigen Koordinaten in beiden Systemen genügen allen Anforderungen für Reduktionen und Zentrierungen.

T a b e l l e 8

Vorläufige Koordinaten der Punkte des Basisvergrößerungsnetzes
im österreichischen und im schweizerischen Landessystem

Punkt	Bezugspunkt	M-10°20' östl. Greenwich		konforme schiefachsige Zylinderprojektion	
		y	x	y	x
Basis Nord	Kappenbolzen (Pfeiler)	- 51 969,07	5 250 478,74	+ 166 538,35	+ 51 248,71
Basis Süd	Kappenbolzen (Pfeiler)	- 56 193,20	5 244 582,09	+ 162 534,97	+ 45 199,87
St. Anton	Lochbolzen	- 60 422,73	5 252 664,77	+ 158 009,23	+ 53 120,70
St. Anton-Ost	Lochbolzen	- 59 995,58	5 252 620,48	+ 158 437,73	+ 53 092,24
Hohe Kugel	TP-Stein	- 46 641,59	5 244 222,53		
Hohe Kugel	KT-Bolzen (exz.Pfeiler)	- 46 646,54	5 244 220,02	+ 172 088,64	+ 45 191,24
Pfänder	KT-Bolzen (Pfeiler)	- 41 648,90	5 263 335,10	+ 176 376,04	+ 64 478,64
Säntis	Kappenbolzen (Pfeiler)	- 74 926,52	5 234 987,59	+ 144 169,15	+ 34 918,52
Hoher Freschen	KT-Stein	- 41 996,37	5 241 048,91		
Hoher Freschen	KT-Bolzen (exz.Pfeiler)	- 41 987,92	5 241 050,07	+ 176 861,27	+ 42 195,65

Nach einer Mitteilung auf der Bodensee-Konferenz in Zürich am 19. Oktober 1961 (siehe Teil I der "Basismessung Heerbrugg 1959") wurden die Sichten vom Punkt St. Anton nach dem Rheintal verbaut, und der Beobachtungshochstand über dem Zentrum mußte entfernt werden. Da das Basisnetz für zukünftige Versuchsmessungen mit elektronischen Distanzmeßgeräten von Wichtigkeit ist, wurde von der Eidgenössischen Landestopographie etwa 400 m weiter östlich ein Ersatzpunkt geschaffen, der freie Sicht nach Pfänder, Hohe Kugel, Basis Süd und Säntis hat: St. Anton-Ost. Die Sicht nach Basis Nord kann ebenfalls, wenn auch schwierig, erhalten werden. Die Tabellen 6a/b, 7a/b und 8 sind bereits bezüglich St. Anton-Ost ergänzt.

8. LITERATURVERZEICHNIS

- [1] MITTER, J.: Die Basismessung von Heerbrugg 1959. *ÖZfV* 48 (1960), Nr. 1, 2 und 3, S. 7-17, 45-50 und 91-98.
- [2] BONANOMI, M.: Basisvergrößerungsnetz Heerbrugg - Untersuchung über die zu verwendenden Leuchtgeräte. (Manuskript), Eidg. Landestopographie, Wabern 1959.
- [3] KORHONEN, J.: Re-adjustments of Base Extension Nets Measured in Years 1923-1949. In: The Results of the Base Extension Nets of the Finnish Primary Triangulation. Veröffentlichung des Finnischen Geodätischen Institutes, Nr. 51, Helsinki 1959, S. 5-25.
- [4] WOLF, H.: Beobachtungsplan I zur Ableitung der Seite Pfänder - Säntis. (Manuskript), Juni 1959.
- [5] WOLF, H.: Basisvergrößerungsnetz Heerbrugg - Gewichtsverteilung zur Ableitung A) der Seite Pfänder - Säntis, B) des Dreiecks Pfänder - Säntis - Hoher Freschen. (Manuskript), Juli 1959 (siehe Teil I der "Basismessung Heerbrugg 1959", Seite 42/43).
- [6] STRASSER, G.: Kritische Betrachtungen zur Messung und Vergrößerung von Grundlinien. DGK, Reihe C, Heft Nr. 4, 1953.
- [7] BAESCHLIN, F.: Compensation simplifiée d'une station observée d'après la "Méthode des secteurs". *Revue technique suisse des mensurations et améliorations foncières*, 23 (1925), Nr. 3 und 4 bzw. im Sonderheft der gleichen Zeitschrift: Communication sur la méthode des secteurs en triangulation, 1925, weiters: JORDAN/EGGERT/KNEISSL, Handbuch der Vermessungskunde. 10. Ausgabe, Bd. IV/1, Stuttgart 1958.
- [8] JUNG, I.: Über die günstigste Gewichtsverteilung in Basisnetzen. Upsala 1924.

Stationsausgleichungen

Station Basis Nord

Winkel	gemessen	p	V	ausgegl.
<u>1. Sektor:</u>				
Hohe Kugel - Basis Süd	84° 43' 95,3 ^{CC}	48	-0,5 ^{CC}	94,8 ^{CC}
Basis Süd - St. Anton	76 53 49,0	54	-0,4	48,6
Hohe Kugel - St. Anton	160 97 44,3	26	-0,9	43,4
Hohe Kugel - St. Anton direkt gem.	160 97 44,3	24	-0,9	43,4
Mittel:	160 97 44,3	50		
<u>2. Sektor:</u>				
St. Anton - Hohe Kugel	239 02 57,6	48	-1,0	56,6
<u>Horizontschluss:</u>				
Hohe Kugel - St. Anton	160 97 44,3	50	-0,9	43,4
St. Anton - Hohe Kugel	239 02 57,6	48	-1,0	56,6
	400 00 01,9		-1,9	00,0

Anzahl der gemessenen Winkel = 174
 Anzahl der notwendigen Winkel = 2
 Anzahl der überschüssigen Winkel = 172
 Anzahl der verschiedenen Winkel = 4

Fehlerrechnung über die v der 174 gemessenen Winkel:

$$[vv] : \begin{matrix} 811,52 \\ 642,94 \\ 569,19 \\ 951,48 \\ \hline 2975,13 \end{matrix} \quad m_e = \pm \sqrt{\frac{2975,13}{172}} = \pm 4,16^{CC} = \pm 1,55''$$

$$[vv] = 2975,13 \quad M = \pm \sqrt{\frac{2}{174}} \cdot m_e = \pm 0,45^{CC} = \pm 0,14''$$

Station Basis Süd

Winkel	gemessen	p	V	ausgegl.
<u>1. Sektor:</u>				
St. Anton - Basis Nord	70° 26' 54,6 ^{CC}	51	-0,2 ^{CC}	54,4 ^{CC}
Basis Nord - Hohe Kugel	62 83 88,5	51	-0,2	88,3
St. Anton - Hohe Kugel	133 10 43,1	26	-0,4	42,7
St. Anton - Hohe Kugel direkt gem.	133 10 42,6	26	+0,1	42,7
Mittel:	133 10 42,8	52		
<u>2. Sektor:</u>				
Hohe Kugel - St. Anton	266 89 57,4	60	-0,1	57,3
<u>Horizontschluss:</u>				
St. Anton - Hohe Kugel	133 10 42,8	52	-0,1	42,7
Hohe Kugel - St. Anton	266 89 57,4	60	-0,1	57,3
	400 00 00,2		-0,2	00,0

Anzahl der gemessenen Winkel = 188
 Anzahl der notwendigen Winkel = 2
 Anzahl der überschüssigen Winkel = 186
 Anzahl der verschiedenen Winkel = 4

Fehlerrechnung über die v der 188 gemessenen Winkel:

$$[vv] : \begin{matrix} 687,86 \\ 588,59 \\ 428,24 \\ 996,95 \\ \hline 2701,64 \end{matrix} \quad m_e = \pm \sqrt{\frac{2701,64}{186}} = \pm 3,82^{CC} = \pm 1,24''$$

$$[vv] = 2701,64 \quad M = \pm \sqrt{\frac{2}{188}} \cdot m_e = \pm 0,40^{CC} = \pm 0,13''$$

Station St. Anton

1. Viereck

Winkel	gemessen	P	V	ausgegl.
<u>1. Sektor:</u>				
Basis Nord - Hohe Kugel	17°00'34,49"	36	-0,10"	34,39"
Hohe Kugel - Basis Süd	30 52 12,18	36	-0,10	12,08
Basis Nord - Basis Süd	47 52 46,67	18	-0,20	46,47
Basis Nord - Basis Süd direkt gem.	47 52 46,74	42	-0,27	46,47
Mittel:	47 52 46,72	60		
<u>2. Sektor:</u>				
Basis Süd - Basis Nord	312 07 13,88	42	-0,35	13,53
<u>Horizontschluss:</u>				
Basis Nord - Basis Süd	47 52 46,72	60	-0,25	46,47
Basis Süd - Basis Nord	312 07 13,88	42	-0,35	13,53
	360 00 00,60		-0,60	00,00

Anzahl der gemessenen Winkel = 156
 Anzahl der notwendigen Winkel = 2
 Anzahl der überschüssigen Winkel = 154
 Anzahl der verschiedenen Winkel = 4

Fehlerrechnung über die v der 156 gemessenen Winkel:

$$[vv] : \begin{matrix} 18,21 \\ 60,33 \\ 50,12 \\ 20,72 \end{matrix} \quad m_e = \pm \sqrt{\frac{149,38}{154}} = \pm 0,98''$$

$$[vv] = 149,38 \quad M = \pm \sqrt{\frac{2}{156}} \cdot m_e = \pm 0,11''$$

Station St. Anton

2. und 3. Viereck

Winkel	gemessen	P	V	ausgegl.
<u>1. Sektor:</u>				
Pfänder - Hohe Kugel	61°07'12,15"	36	+0,33"	12,48"
Hohe Kugel - Säntis	97 51 36,83	36	+0,32	37,15
Pfänder - Säntis über Hohe Kugel	158 58 48,98	18	+0,65	49,63
Pfänder - Hoher Freschen	61 49 29,97	42	-0,47	29,50
Hoher Freschen - Säntis	97 09 20,60	42	-0,47	20,13
Pfänder - Säntis über Hoher Freschen	158 58 50,57	21	-0,94	49,63
Pfänder - Säntis direkt gemessen	158 58 49,87	36	-0,24	49,63
Mittel:	158 58 49,85	75		
<u>2. Sektor:</u>				
Säntis - Pfänder	201 01 10,71	48	-0,34	10,37
<u>Horizontschluss:</u>				
Pfänder - Säntis	158 58 49,85	75	-0,22	49,63
Säntis - Pfänder	201 01 10,71	48	-0,34	10,37
	360 00 00,56		-0,56	00,00

Anzahl der gemessenen Winkel = 240
 Anzahl der notwendigen Winkel = 3
 Anzahl der überschüssigen Winkel = 237
 Anzahl der verschiedenen Winkel = 6

Fehlerrechnung über die v der 240 gemessenen Winkel:

$$[vv] : \begin{matrix} 41,54 \\ 47,50 \\ 30,21 \\ 55,93 \\ 62,33 \\ 43,63 \end{matrix} \quad m_e = \pm \sqrt{\frac{281,14}{237}} = \pm 1,09''$$

$$[vv] = 281,14 \quad M = \pm \sqrt{\frac{3}{240}} \cdot m_e = \pm 0,12''$$

Station Hohe Kugel

1. Viereck

Winkel	gemessen	P	V	ausgegl.
<u>1. Sektor:</u>				
Basis Süd - St. Anton	32°59'57,20 ^{CC}	72	+1,13 ^{CC}	58,35 ^{CC}
St. Anton - Basis Nord	20 12 57,92	72	+1,13	59,05
Basis Süd - Basis Nord	52 72 15,12	36	+2,26	17,38
Basis Süd - Basis Nord direkt gem.	52 72 18,30	36	-0,92	17,38
Mittel:	52 72 16,71	72		
<u>2. Sektor:</u>				
Basis Nord - Basis Süd	347 27 81,94	72	+0,68	82,62
<u>Horizontschluss:</u>				
Basis Süd - Basis Nord	52 72 16,71	72	+0,68	17,39
Basis Nord - Basis Süd	347 27 81,94	72	+0,68	82,62
	399 99 98,65		+1,36	00,01

Anzahl der gemessenen Winkel = 252
 Anzahl der notwendigen Winkel = 2
 Anzahl der überschüssigen Winkel = 250
 Anzahl der verschiedenen Winkel = 4

Fehlerrechnung über die v der 252 gemessenen Winkel:

$$[vv] : 1103,10$$

$$m_e = \pm \sqrt{\frac{4282,47}{250}} = \pm 4,14^{CC} = \pm 1,34''$$

$$M = \pm \sqrt{\frac{2}{252}} \cdot m_e = \pm 0,37^{CC} = \pm 0,12''$$

Station Hohe Kugel

2. Viereck

Winkel	gemessen	P	V	ausgegl.
<u>1. Sektor:</u>				
Säntis - St. Anton	55°09'81,11 ^{CC}	72	0,00 ^{CC}	81,11 ^{CC}
St. Anton - Pfänder	81 27 08,80	72	0,00	08,80
Säntis - Pfänder	136 36 89,91	36	+0,01	89,92
Säntis - Pfänder direkt gemessen	136 36 91,44	36	-1,52	89,92
Mittel:	136 36 90,68	72		
<u>2. Sektor:</u>				
Pfänder - Säntis	263 63 10,83	72	-0,76	10,07
<u>Horizontschluss:</u>				
Säntis - Pfänder	136 36 90,68	72	-0,76	89,92
Pfänder - Säntis	263 63 10,83	72	-0,76	10,07
	400 00 01,51		-1,52	99,99

Anzahl der gemessenen Winkel = 252
 Anzahl der notwendigen Winkel = 2
 Anzahl der überschüssigen Winkel = 250
 Anzahl der verschiedenen Winkel = 4

Fehlerrechnung über die v der 252 gemessenen Winkel:

$$[vv] : 1177,87$$

$$m_e = \pm \sqrt{\frac{3590,08}{250}} = \pm 3,79^{CC} = \pm 1,23''$$

$$M = \pm \sqrt{\frac{2}{252}} \cdot m_e = \pm 0,34^{CC} = \pm 0,11''$$

Station Pfänder

Nr.	Winkel	gemessen	P _w
1	Hohe Kugel	3880 ^C 22,3 ^{CC}	72
2	Säntis	12 01 53,4	72
3	Hohe Kugel	50 81 76,5	36
4	Hoher Freschen	54 11 39,4	72
5	Hoher Freschen	66 12 90,6	36
6	St. Anton	349 18 25,1	72
7	St. Anton	333 87 07,9	72

Verbesserungs- und Normalgleichungen: (p = p_w/36)

V	1	2	3	4	5	6	7	w	k	Probe
p	2	2	1	2	1	2	2			
I	+1	+1	-1	+1	-1	+1		-0,8	+0,160	0
II								+2,2	-0,960	0
III								+1,6	-0,959	0
IV								-1,5	+0,359	0
V	+0,080	-0,400	-1,120	-0,480	+1,320	-0,480	+0,180	4,316	4,313	
								= [pVV]	= - [kw]	

Ausgleichene Winkel:

Nr.	V	ausgeg.	m _w	G _w	M _w
1	+0,1 ^{CC}	3880 ^C 22,4 ^{CC}	+0,73 ^{CC}	128	+0,55 ^{CC}
2	-0,4	12 01 53,0	+0,73	158	+0,50
3	-1,1	50 81 75,4	+1,04	-	-
4	-0,5	54 11 38,9	+0,73	128	+0,55
5	+1,3	66 12 91,9	+1,04	-	-
6	-0,5	349 18 24,6	+0,73	-	-
7	+0,2	333 87 08,1	+0,73	-	-

Anzahl der gemessenen Winkel = 432
 Anzahl der notwendigen Winkel = 3
 Anzahl der überschüssigen Winkel = 429
 Anzahl der verschiedenen Winkel = 7

Fehlerrechnung über die v der 432 gemessenen Winkel:

$$[vv] : 1011,70 \quad m_e = \pm \sqrt{\frac{6013,78}{429}} = \pm 3,74^{CC} = \pm 1,21''$$

$$[vv] = 6013,78 \quad M = \pm \sqrt{\frac{3}{432}} \cdot m_e = \pm 0,31^{CC} = \pm 0,10''$$

Fehlerrechnung über die V der 7 verschiedenen Winkel:

$$[p_wVV] = 56 \cdot 4,316 \quad m_e = \pm \sqrt{\frac{155,38}{7-3}} = \pm 6,23^{CC} = \pm 2,02''$$

$$[p_wVV] = 155,38 \quad M = \pm \sqrt{\frac{3}{432}} \cdot m_e = \pm 0,52^{CC} = \pm 0,17''$$

Station Säntis

Nr.	Winkel	gemessen	P _w
1	St. Anton	11833 ^C 98,4 ^{CC}	54
2	Pfänder	24 82 88,1	36
3	St. Anton	36 16 86,9	36
4	Pfänder	33 33 02,8	36
5	St. Anton	44 67 01,8	36
6	Hohe Kugel	363 83 13,4	36
7	Hoher Freschen	355 32 99,1	36

Verbesserungs- und Normalgleichungen: (p = p_w/18)

V	1	2	3	4	5	6	7	w	k	Probe
p	3	2	2	2	2	2	2			
I	+1	+1	-1	+1	-1	+1		-0,4	+0,208	-0,002
II								+0,6	+0,072	-0,003
III								+0,3	-0,194	+0,002
IV								+0,9	-0,865	0
V	+0,093	+0,104	-0,201	+0,036	-0,468	-0,097	-0,432	0,961	0,963	
								= [pVV]	= - [kw]	

Ausgleichene Winkel:

Nr.	V	ausgeg.	m _w	G _w	M _w
1	+0,1 ^{CC}	11833 ^C 98,5 ^{CC}	+0,28 ^{CC}	102	+0,21 ^{CC}
2	+0,1	24 82 88,2	+0,35	73	+0,24
3	-0,2	36 16 86,7	"	-	-
4	0	33 33 02,8	"	-	-
5	-0,5	44 67 01,3	"	-	-
6	-0,1	363 83 13,3	"	-	-
7	-0,4	355 32 98,7	"	-	-

Anzahl der gemessenen Winkel = 270
 Anzahl der notwendigen Winkel = 3
 Anzahl der überschüssigen Winkel = 267
 Anzahl der verschiedenen Winkel = 7

Fehlerrechnung über die v der 270 gemessenen Winkel:

$$[vv] : 309,16 \quad m_e = \pm \sqrt{\frac{1532,78}{267}} = \pm 2,40^{CC} = \pm 0,78''$$

$$[vv] = 1532,78 \quad M = \pm \sqrt{\frac{3}{270}} \cdot m_e = \pm 0,25^{CC} = \pm 0,08''$$

Fehlerrechnung über die V der 7 verschiedenen Winkel:

$$[p_wVV] = 18 \cdot 0,961 \quad m_e = \pm \sqrt{\frac{17,30}{7-3}} = \pm 2,08^{CC} = \pm 0,67''$$

$$[p_wVV] = 17,30 \quad M = \pm \sqrt{\frac{3}{270}} \cdot m_e = \pm 0,22^{CC} = \pm 0,07''$$

$$m_w = \pm \frac{m_e}{\sqrt{p_w}} \quad M_w = \pm \frac{m_e}{\sqrt{G_w}}$$

Station Hoher Freschen

Winkel	gemessen	P	V	ausgegl.
<u>1. Sektor:</u>				
Säntis - St. Anton	47 ⁸ 57 ^{93,92} CC	72	-0,29 ^{CC}	95,63 ^{CC}
St. Anton - Pfänder	65 17 65,97	72	-0,29	65,68
Säntis - Pfänder	112 55 59,89	36	-0,58	59,31
Säntis - Pfänder direkt gemessen	112 55 59,41	36	-0,10	59,31
Mittel:	112 55 59,65	72		
<u>2. Sektor:</u>				
Pfänder - Säntis	287 44 41,02	72	-0,34	40,68
<u>Horizontschluß:</u>				
Säntis - Pfänder	112 55 59,65	72	-0,34	59,31
Pfänder - Säntis	287 44 41,02	72	-0,34	40,68
	400 00 00,67		-0,68	99,99

Anzahl der gemessenen Winkel = 252
 Anzahl der notwendigen Winkel = 2
 Anzahl der überschüssigen Winkel = 250
 Anzahl der verschiedenen Winkel = 4

Fehlerrechnung über die v der 252 gemessenen Winkel:

$$[v] : 1009,43$$

$$1270,28$$

$$m_e = \pm \sqrt{\frac{4097,17}{250}} = \pm 4,05^{CC} = \pm 1,31''$$

$$556,74$$

$$1260,72$$

$$[v] = 4097,17 \quad M = \pm \sqrt{\frac{2}{252}} \cdot m_e = \pm 0,36^{CC} = \pm 0,12''$$

Verzeichnis der Beobachter

a) Schweizerische Stationen

<u>Station Basis Nord</u>
Werner Fischer, Dipl.Ing.
Robert Fechtig, Dipl.Ing.
<u>Station Basis Süd</u>
Niklaus Wunderlin, Dipl.Ing.
Gottfried Zürrer, Dipl.Ing.
<u>Station St. Anton</u>
<u>1. Viereck</u>
Hansjörg Oetli, Dipl.Ing.
Marc Bonanomi, Dipl.Ing.
<u>2. und 3. Viereck</u>
Jean-Louis Jossevel, Dipl.Ing.
René Balmer, Techniker
<u>Station Säntis</u>
Ernst Spiess, Dipl.Ing.
Alois Zimmermann, Techniker

b) Österreichische Stationen

<u>Station Hohe Kugel</u>
Johann Paurnfeind, Dr.
<u>Station Pfänder</u>
Hubert Höllinger, Dipl.-Ing.
<u>Station Hoher Freschen</u>
Johann Paurnfeind, Dr.

Verzeichnis der stationsausgeglichenen Richtungen

a) Messungen der Schweiz. Geodätischen Kommission

<u>Station Basis Nord</u>			
<u>1. Viereck</u>			
Hohe Kugel	0°00'00,00"	0°00'00,00cc	0,00000 gon
Basis Süd	75 59 43,92	84 43 94,8	84,43948
St. Anton	144 52 36,86	160 97 43,4	160,97434
<u>Station Basis Süd</u>			
<u>1. Viereck</u>			
St. Anton	0°00'00,00"	0°00'00,00cc	0,00000 gon
Basis Nord	63 14 20,03	70 26 54,4	70,26544
Hohe Kugel	119 47 37,83	133 10 42,7	133,10427

b) Messungen der Eidg. Landestopographie

<u>Station St. Anton</u>			
<u>1. Viereck</u>			
Basis Nord	0°00'00,00"	0°00'00,00cc	0,00000 gon
Hohe Kugel	17 00 34,39	18 89 95,0	18,89950
Basis Süd	47 52 46,47	53 19 95,2	53,19952
<u>2. und 3. Viereck</u>			
Pfänder	0°00'00,00"	0°00'00,00cc	0,00000 gon
Hohe Kugel	61 07 12,48	67 91 12,6	67,91126
Hoher Freschen	61 49 29,50	68 69 42,9	68,69429
Säntis	158 58 49,63	176 64 49,5	176,64495
<u>Station Säntis</u>			
<u>2. und 3. Viereck</u>			
St. Anton	0°00'00,00"	0°00'00,00cc	0,00000 gon
Pfänder	10 12 21,11	11 33 98,5	11,33985
Hohe Kugel	32 33 06,49	36 16 86,7	36,16867
Hoher Freschen	40 12 11,22	44 67 01,3	44,67013

c) Messungen des Bundesamtes für Eich- und Vermessungswesen

<u>Station Hohe Kugel</u>			
<u>1. Viereck</u>			
Basis Süd	0°00'00,00"	0°00'00,00cc	0,00000 gon
St. Anton	29 20 10,49	32 59 58,3	32,59583
Basis Nord	47 26 58,44	52 72 17,4	52,72174
<u>2. Viereck</u>			
Säntis	0°00'00,00"	0°00'00,00cc	0,00000 gon
St. Anton	49 35 17,88	55 09 81,1	55,09811
Pfänder	122 43 55,53	136 36 89,9	136,36899
<u>Station Pfänder</u>			
<u>2. und 3. Viereck</u>			
Hoher Freschen	0°00'00,00"	0°00'00,00cc	0,00000 gon
Hohe Kugel	13 46 49,75	15 31 16,5	15,31165
Säntis	48 42 09,00	54 11 38,9	54,11389
St. Anton	59 30 58,58	66 12 91,9	66,12919
<u>Station Hoher Freschen</u>			
<u>3. Viereck</u>			
Säntis	0°00'00,00"	0°00'00,00cc	0,00000 gon
St. Anton	42 38 29,13	47 37 93,6	47,37936
Pfänder	101 18 01,21	112 55 59,3	112,55593



