

Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz

(Fortsetzung der Publikation: „Das Schweizerische Dreiecknetz“)

herausgegeben von der

Schweizerischen geodätischen Kommission,

Organ der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft.

Zwanzigster Band

Das astronomische Nivellement im Meridian des St. Gotthard.

**II. Die berechneten Geoiderhebungen und der Verlauf
des Geoidschnittes**

bearbeitet von Th. Niethammer.

Gedruckt mit Unterstützung der Stiftung Dr. Joachim de Giacomi
der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft.

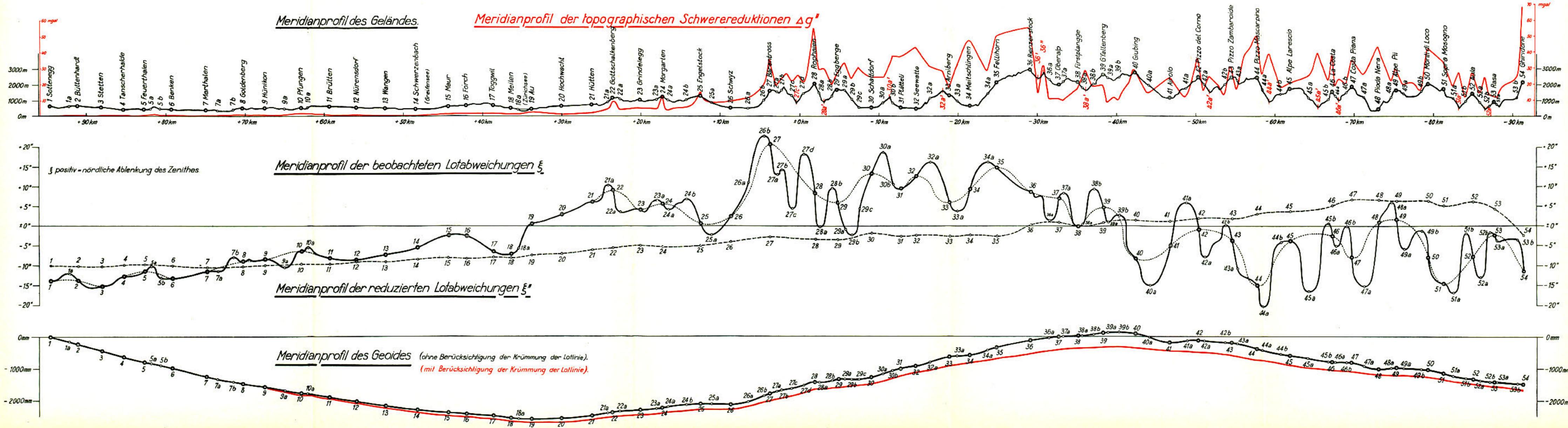
(Mit 2 Figuren, 1 Tafelbeilage und 28 Tafeln
in besonderem Umschlag)

1939

Zu beziehen durch den Kartenverlag
der schweizerischen Landestopographie in Bern.



Astronomisches Nivellement im Meridian des St. Gotthard



Travaux astronomiques et géodésiques exécutés en Suisse

(Suite de la publication: „Le Réseau de Triangulation suisse“)

publiés par la

Commission géodésique suisse

de la Société helvétique des Sciences naturelles.

Volume XX

Le Nivellement astronomique dans le méridien du Gothard.

II. La section méridienne du géoïde

par Th. Niethammer.

Publication subventionnée par la Fondation Dr. Joachim de Giacomi
de la Société helvétique des Sciences naturelles.

(Avec 2 figures, 1 planche hors de texte et, en annexe,
28 planches sous enveloppe spéciale)

1939

En dépôt au Service topographique fédéral
à Berne.

Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz

(Fortsetzung der Publikation: „Das Schweizerische Dreiecknetz“)

herausgegeben von der

Schweizerischen geodätischen Kommission,

Organ der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft.

Zwanzigster Band

Das astronomische Nivellement im Meridian des St. Gotthard.

**II. Die berechneten Geoiderhebungen und der Verlauf
des Geoidschnittes**

bearbeitet von Th. Niethammer.

Gedruckt mit Unterstützung der Stiftung Dr. Joachim de Giacomi
der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft.

(Mit 2 Figuren, 1 Tafelbeilage und 28 Tafeln
in besonderem Umschlag)

1939

Zu beziehen durch den Kartenverlag
der schweizerischen Landestopographie in Bern.



Vorwort.

Die Schweizerische geodätische Kommission veröffentlichte im Band 19 der „Astronomisch-geodätischen Arbeiten in der Schweiz“ die beobachteten Lotabweichungen der Stationen des astronomischen Nivellements im Meridian des St. Gotthard. Im wesentlichen enthält dieser im Jahre 1932 erschienene Band die mittels des Prismen-Astrolabes durchgeführten Beobachtungen der geographischen Breiten und deren Reduktion.

Der vorliegende Band 20 bildet die Fortsetzung des Bandes 19. Man findet darin die Berechnung der Geoiderhebungen und die Ableitung des Verlaufes des Geoidschnittes, das heisst also, das eigentliche Ergebnis des astronomischen Nivellements im Meridian des St. Gotthard.

Der Vollständigkeit halber sei hier noch erwähnt, dass Band 21, betitelt: „Bestimmung von Längenunterschieden erster Ordnung mit drahtloser Uhrvergleichung in den Jahren 1924—1930“ schon im Jahre 1936 herausgegeben wurde. Die Bezifferung der Bände stimmt ausnahmsweise nicht mit der zeitlichen Reihenfolge ihres Erscheinens überein, hingegen weisen nun die inhaltlich zusammengehörenden Veröffentlichungen fortlaufende Nummern auf.

Der Verlauf des Geoidprofils im Meridian des St. Gotthard ist in üblicher Weise mit Hilfe der Kurve der Lotabweichungen abgeleitet worden. Wollte man sich nicht mit einem schematisierten Verlauf dieser Kurve begnügen, so mussten noch zahlreiche Zwischenpunkte rechnerisch ermittelt werden. Mit dieser sehr weitläufigen Arbeit wurde Dr. Hunziker beauftragt; er ist von einer ständig angestellten Hilfskraft unterstützt worden.

Nach der Integration der Lotabweichungskurve war zu entscheiden, ob die Unterschiede zwischen den Lotabweichungen an der Erdoberfläche und den Lotabweichungen in Meereshöhe berücksichtigt werden sollen oder nicht. Mit anderen Worten, ob der Einfluss der Krümmung der Lotlinien mit einzubeziehen sei. Die geodätische Kommission hat dies bejaht und beschlossen, das Geoidprofil mit Berücksichtigung der Lotkrümmung ableiten zu lassen.

Der Einfluss der Krümmung der Lotlinie ist von Dr. Hunziker im Einverständnis mit der geodätischen Kommission mittels eines von Helmert abgeleiteten und von Galle bei der Bestimmung des Geoides im Harz verwendeten Verfahrens gerechnet worden. Die derart erhaltenen Geoidhöhen der Beobachtungs- und der Zwischenpunkte sind im Rapport der Schweizerischen Geodätischen Kommission zu Händen der „Union géodésique et géophysique internationale“ im September 1936 veröffentlicht worden. Auch im Procès-Verbal der Schweizerischen geodätischen Kommission, Jahrgang 1935, findet man das von Helmert aufgestellte Formelsystem und die damit gerechneten Geoidhöhen angeführt. Weiterhin stellte Dr. Hunziker ein Manuskript zu Band 20 fertig.

Inzwischen war von Herrn Prof. Niethammer ein neues Verfahren zur Berechnung des Einflusses der Lotkrümmungen entwickelt worden. Während die Helmertsche Methode von der normalen Schwere im Meeresniveau ausgeht, verwendet Niethammer die in der Schweiz zahlreich vorhandenen beobachteten Schwerewerte an der Erdoberfläche. Die geodätische Kommission beauftragte die Herren Prof. Baeschlin und Niethammer, zu prüfen, ob nicht der Einfluss der Lotkrümmung mittels des neuen Verfahrens nochmals zu rechnen und dementsprechend das Manuskript neu zu fassen sei. Die Genannten kamen zu einer Bejahung dieser Frage. Zugleich anerkannte Prof. Niethammer, die Leitung der neuen Berechnungen und die Redaktion des neuen Manuskriptes zu übernehmen.

Im Namen der Schweizerischen Geodätischen Kommission möchte ich Herrn Prof. Niethammer für die grosse geleistete Arbeit herzlichst danken. Nicht minder herzlich danke ich Herrn Dr. Hunziker für seine umfangreichen Berechnungen.

Wie aus dem Vermerk auf dem Titelblatt hervorgeht, ist der vorliegende Band mit Unterstützung der Stiftung Dr. Joachim de Giacomi der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft gedruckt worden. Infolge des in den letzten Jahren empfindlich gekürzten Bundesbeitrages war es der Schweizerischen Geodätischen Kommission nicht möglich, die Druckkosten im Betrage von rund 1700.— Franken aus eigenen Kräften zu bestreiten. Es ist mir eine angenehme Pflicht, der Stiftung Dr. Joachim de Giacomi und insbesondere ihrem Präsidenten, Herrn Dr. Richard La Nicca, an dieser Stelle den verbindlichsten Dank der Schweizerischen Geodätischen Kommission auszusprechen.

Zollikon, den 6. Januar 1939.

Im Namen der
Schweizerischen Geodätischen Kommission:

Der Präsident:

F. Bäschlin.

Inhaltsverzeichnis zum zwanzigsten Band.

Das astronomische Nivellement im Meridian des St. Gotthard.

II. Die berechneten Geoiderhebungen und der Verlauf des Geoidschnittes.

	Seite
Einleitung	1
1. Die theoretischen Grundlagen	2
2. Die Berechnung des Integrales $\int \xi ds$	8
a) Die interpolierten Lotabweichungskomponenten der Zwischenpunkte	10
b) Die Berechnung der Geoiderhebungen ohne Berücksichtigung der Lotkrümmung	17
3. Die Berechnung der Korrektur E wegen der Krümmung der Lotlinien	19
a) Die Ableitung der Schwerewerte g und die Auswertung des Integrales $\int (g - g_0) dz$	19
b) Die Berechnung der Durchschnittswerte \bar{G} im Ausdruck $H(g_0 - \bar{G})$	22
4. Die Genauigkeit der berechneten Geoiderhebungen	36
a) Der mittlere Fehler m_1 von $\sum_A^c \Delta N'$	36
b) Der mittlere Fehler m_2 von $\sum_A^c \frac{\bar{g} - g_0}{g_0} (z_k - z_i)$	39
c) Der mittlere Fehler m_3 von $\left[H \frac{g_0 - \bar{G}}{g_0} \right]_A^c$	40
d) Die Unsicherheit der berechneten Geoiderhebungen	42
5. Diskussion der Resultate	43
a) Die Geoiderhebungen	43
b) Die Differenzen zwischen den beobachteten und berechneten Lotabweichungen	43



Einleitung.

Im Band 19 sind ausführlich die Beobachtungen zur Bestimmung der Polhöhe von 54 Punkten veröffentlicht, deren Lotabweichungen die Grundlage bilden zur Berechnung der Erhebungen, um welche die den Oberflächenpunkten entsprechenden Geoidpunkte über dem Referenzellipsoid der schweizerischen Landesvermessung liegen. Die Punkte entfernen sich in der Länge nur wenig vom Meridian des St. Gotthard. Der nördlichste Punkt hat die Polhöhe $47^{\circ} 48'$, der südlichste $46^{\circ} 07'$; die durchschnittliche lineare Entfernung zweier aufeinander folgender Punkte beträgt 3,5 km, und die Richtung ihrer Verbindungsgeraden kann im Maximum bis zu 10° von der Nordsüdrichtung abweichen. Durchschnittlich sind die Richtungsabweichungen so gering, dass der durch den Polygonzug der Punkte gelegte Geoidschnitt auch als Schnitt im mittleren Meridian der Punkte gelten darf.

Die Meereshöhe der Punkte ist sehr verschieden. Während im Mittelland die Höhenänderungen von Punkt zu Punkt in der Mehrzahl der Fälle unter 100 m bleiben, kommen in den Alpen Änderungen bis zu 1600 m vor. Infolge davon ändern auch die von den topographischen Verhältnissen abhängigen Lotabweichungen sehr stark; es kommen Änderungen von Punkt zu Punkt vor, die $10''$ erreichen oder überschreiten.

Die an der Erdoberfläche beobachteten Lotabweichungen müssen umgerechnet werden auf diejenigen Werte, die man in den Fusspunkten der Lotlinien auf dem Geoid beobachtet hätte. Durch diese Umrechnung wird der Umstand berücksichtigt, dass die Lotlinien nicht gerade, sondern gekrümmt sind; die Niveauflächen in verschiedenen Höhen über dem Geoid sind keine Parallelflächen. HELMERT hat gezeigt, dass die dieser Umrechnung entsprechende Korrektur identisch ist mit der Korrektur, durch welche die Summe von Höhendifferenzen, die durch ein geometrisches Nivellement gewonnen worden sind, auf die wahre Höhe des Endpunktes über der Niveaufläche des Anfangspunktes zurückgeführt wird. Die von Helmert entwickelten Formeln hat GALLE erstmals verwendet bei der Konstruktion des Geoides im Harz.

Die Geoiderhebungen im Meridian des St. Gotthard sind nicht mittels der von Galle benützten Formeln berechnet worden. In der Schweiz besteht ein dichtes Netz von Schwerestationen. Es erschien deshalb angezeigt, einen Weg zu beschreiten, der gestattet, die wirklichen Schwereverhältnisse so genau als möglich zur Grundlage der Berechnung zu machen; das von Galle benützte Verfahren lässt dieses Ziel nur auf einem Umweg erreichen.

Im ersten der folgenden Kapitel werden kurz die theoretischen Grundlagen der Rechnung entwickelt; in den übrigen wird dann das hier benützte Rechnungsverfahren dargestellt und durchgeführt.

1. Die theoretischen Grundlagen.

Durch zwei aufeinander folgende, unendlich benachbarte Punkte P_1 und P_2 des Terrainprofils legen wir die Normalen zum Referenzellipsoid (vgl. Fig. 1); die Fusspunkte dieser Normalen seien P_1'' und P_2'' und ihre Schnittpunkte mit dem Geoid P_1' und P_2' . Wir

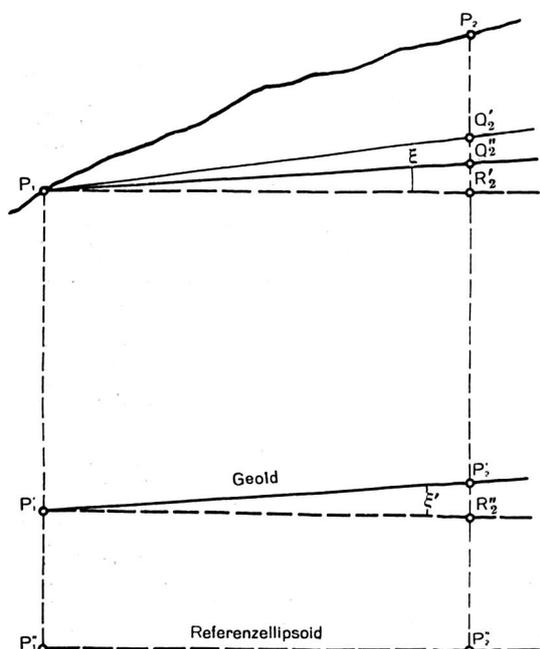


Fig. 1.

- $P_1 Q_2'$ = Niveaufläche durch P_1
 $P_1 Q_2''$ = Parallelfäche zum Geoid
 $P_1' R_2'$ und $P_1 R_2'$ = Parallelfächen zum Referenzellipsoid
 $\sphericalangle Q_2' P_1 R_2' = \xi$, beobachtete Lotabweichung
 $\sphericalangle Q_2'' P_1 R_2'' = \sphericalangle P_2' P_1' R_2'' = \xi'$

legen ferner durch die Punkte P_1 und P_1' je eine Parallelfäche zum Referenzellipsoid und durch P_1 eine Parallelfäche zum Geoid. Die Schnittpunkte der Normalen des Punktes P_2 mit den Parallelfächen des Referenzellipsoides seien R_2' und R_2'' , ihre Schnittpunkte mit der Niveaufläche von P_1 und mit der Parallelfäche zum Geoid Q_2' und Q_2'' .

Der Winkel ξ' , den die Gerade $P_1' P_2'$ mit der Geraden $P_1' R_2''$ bildet, ist die in die Richtung des Profils fallende Lotabweichungskomponente des Punktes P_1' . Beim Übergang von P_1' nach P_2' ändert sich die Erhebung des Geoides über dem Referenzellipsoid um die Strecke

$$dN = P_2' R_2'' .$$

Setzt man $ds' = P_1' R_2''$,

so ist bis auf kleine Grössen höherer Ordnung

$$dN = \xi' ds' .$$

Der Beobachtung zugänglich sind nicht die Lotabweichungskomponenten in den Geoidpunkten, sondern die Lotabweichungskomponenten der Oberflächenpunkte. Die in die Profilrichtung fallende Komponente des Punktes P_1 ist der Winkel ξ , den die Gerade $P_1 Q_2'$ mit der Geraden $P_1 R_2'$ bildet. Beim Übergang von P_1 zu P_2 ändert sich die Erhebung der Niveaufläche des Punktes P_1 über dem Referenzellipsoid um die Strecke

$$dN' = Q_2' R_2' .$$

Setzt man

$$ds = P_1 R_2' ,$$

so wird

$$dN' = \xi ds ,$$

und somit

$$d(N - N') = \xi' ds' - \xi ds ,$$

oder, da man den Unterschied zwischen ds und ds' vernachlässigen darf:

$$dN = \xi ds - (\xi - \xi') ds .$$

Das zweite Glied der rechten Seite kann als Korrektion betrachtet werden, durch welche die Änderung der Erhebung der Niveaufläche von P_1 auf die Änderung der Erhebung des Geoides reduziert wird. Da die Lotlinien gekrümmt sind, wenn die Niveauflächen nicht Parallellflächen zum Geoid sind, so nennt man dieses Glied die *Korrektion wegen Lotkrümmung*. Setzt man es zur Abkürzung gleich dE :

$$dE = (\xi - \xi') ds,$$

so nimmt die Grundbeziehung zur Berechnung der Geoiderhebungen die Form

$$(1) \quad dN = \xi ds - dE$$

an.

HELMERT¹⁾ hat gezeigt, dass die Korrektion wegen Lotkrümmung identisch ist mit der Korrektion, durch welche das Ergebnis eines geometrischen Nivellements auf wahre Höhenunterschiede zurückgeführt wird, wenn man von kleinen Grössen höherer Ordnung absieht.

Die Meereshöhe eines Punktes ist die Länge der Lotlinie zwischen der Erdoberfläche und dem Geoid. Denkt man sich in der Figur die Lotlinien der Punkte P_1 und P_2 gezogen, so werden diese nicht zusammenfallen mit den Normalen zum Referenzellipsoid. Die Meereshöhe H_1 des Punktes P_1 unterscheidet sich von der Strecke $P_1 P'_1$ der Normalen um einen Betrag von der Ordnung

$$H_1 (\sec \vartheta - 1),$$

wenn ϑ ein mittlerer Wert der Lotabweichung längs der Lotlinie ist. Legt man H_1 und ϑ die grösstmöglichen Werte bei, die praktisch vorkommen, so erreicht dieser Unterschied noch nicht 0,1 cm. Es dürfen also die Strecken $P_1 P'_1$ und $P_2 P'_2$ mit den wahren Meereshöhen der Punkte P_1 und P_2 identifiziert werden.

Beim Übergang vom Punkt P_1 zum Punkt P_2 an der Erdoberfläche ändert sich die Meereshöhe des Geländeprofiles um

$$dH = P_2 Q''_2.$$

Durch ein geometrisches Nivellement wird die Änderung dz des Geländeprofiles gegenüber der Niveaufläche von P_1 bestimmt:

$$dz = P_2 Q'_2.$$

Da aber

$$P_2 Q''_2 = P_2 Q'_2 + Q Q'_2$$

ist und immer ausreichend genau

$$Q Q'_2 = (\xi - \xi') ds$$

ist, so wird

$$dH = dz + (\xi - \xi') ds = dz + dE$$

oder

$$(2) \quad dE = d(H - z).$$

¹⁾ F. R. Helmert, Zur Bestimmung kleiner Flächenstücke des Geoides aus Lotabweichungen mit Rücksicht auf Lotkrümmung; 1. und 2. Mitteilung, Sitzungsberichte der königl. preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin; 1900 XLII; 1901 XI.

Die Änderung, welche $(H - z)$ beim Übergang von P_1 zu P_2 erfährt, lässt sich berechnen, wenn die Arbeit bekannt ist, die bei diesem Übergang geleistet wird. Wird die Masse 1 vom Niveau des Punktes P_1 in das Niveau des Punktes P_2 verschoben, so ist dazu die Arbeit

$$g dz$$

erforderlich, wenn g die Schwerebeschleunigung im Punkt P_1 bezeichnet. Wird die Masse 1 vom Geoid in das Niveau von P_1 verschoben, so ist die hierbei geleistete Arbeit gleich

$$\bar{G} \cdot H,$$

wenn \bar{G} die mittlere Schwerebeschleunigung in der Lotlinie von P_1 und H die Meereshöhe von P_1 bezeichnet. Da die Änderung dieser Arbeit beim Übergang zum Punkt P_2 gleich $d(\bar{G}H)$ ist, so besteht die Beziehung

$$(3a) \quad g dz = d(\bar{G}H);$$

sie lässt sich, da

$$d(gz) = z dg + g dz$$

ist, auch in der Form

$$(3b) \quad d(gz) = z dg + d(\bar{G}H)$$

schreiben.

Um $dE = d(H - z)$ zu bilden, setzen wir

$$\text{in (3a)} \quad g = g_0 + (g - g_0),$$

$$\bar{G} = g_0 + (\bar{G} - g_0),$$

$$\text{in (3b)} \quad \bar{G} = g + (\bar{G} - g);$$

g_0 ist ein willkürlich gewählter konstanter Wert. Es wird dann

$$\begin{aligned} \{g_0 + (g - g_0)\} dz &= d\{g_0 + (\bar{G} - g_0)\} H, \\ &= d(g_0 H) + d\{H(\bar{G} - g_0)\} \end{aligned}$$

oder

$$(4a) \quad g_0 d(H - z) \equiv g_0 dE = (g - g_0) dz + d\{H(g_0 - \bar{G})\}.$$

(3b) geht über in

$$d(gz) = z dg + d\{Hg + H(\bar{G} - g)\}$$

oder

$$(4b) \quad d(Hg - gz) \equiv d(gE) = -z dg + d\{H(g - \bar{G})\}.$$

Eine dritte Form geht aus (4b) hervor, wenn

$$d(gE) = g dE + E dg$$

gesetzt wird; es wird dann

$$(4c) \quad g dE = -H dg + d\{H(g - \bar{G})\}.$$

Um die Änderung der Geoiderhebung zu erhalten, die zwischen einem Anfangspunkt A und einem Punkt C des Profils eintritt, integrieren wir den durch die Gleichung (1) gegebenen Ausdruck von dN über die zwischen A und C gelegene Profilstrecke; werden die Änderungen von N und E mit N_A^c und E_A^c bezeichnet, so wird:

$$(5) \quad N_A^c = \int_A^c \xi \, ds - E_A^c.$$

Für die Korrektur E_A^c wegen Lotkrümmung folgen aus den Gleichungen (4) die folgenden 3 Formen:

$$(6a) \quad g_0 E_A^c = \int_A^c (g - g_0) \, dz + [H(g_0 - \bar{G})]_A^c,$$

$$(6b) \quad g_0 E_A^c = - \int_A^c z \, dg + [H(g - \bar{G})]_A^c,$$

$$(6c) \quad \bar{g}_A^c E_A^c = - \int_A^c H \, dg + [H(g - \bar{G})]_A^c.$$

In der letzten Gleichung bedeutet \bar{g}_A^c einen Mittelwert der Schwerebeschleunigung an der Erdoberfläche auf der Profilstrecke von A bis C .

Von diesen 3 Beziehungen verdient die erste den Vorzug zur Berechnung der Korrektur wegen Lotkrümmung. Neben den Werten der Schwerebeschleunigung an der Erdoberfläche und den aus ihnen abzuleitenden Mittelwerten in der Lotlinie tritt nur der willkürlich gewählte, konstante Wert g_0 auf; dieser kann immer so angesetzt werden, dass die Differenzen $g - g_0$ und $g_0 - \bar{G}$ klein ausfallen. In der zweiten und dritten Form wird die Integration nach Schritten dg statt dz ausgeführt; doch kann dadurch die Auswertung des Integrales weder erleichtert noch genauer gestaltet werden, wenn man sich die Aufgabe stellt, die Korrektur wegen Lotkrümmung unter dem bestmöglichen Anschluss an die Schwereverhältnisse, die in der Nähe des Profilzuges durch Beobachtungen festgestellt worden sind, zu berechnen.

Helmert leitet, von der dritten Form ausgehend, ein System von Beziehungen ab, das gestattet, aus dem Gesamtbetrag der Korrektur denjenigen Anteil auszuschneiden, der auf die normalen Änderungen der Schwere mit der Höhe und der Breite zurückgeführt werden kann. Im Wesentlichen beruht dieses System auf den folgenden Umformungen. Es sei

Δg die normale Änderung der Schwere mit der Höhe in freier Luft,

$\Delta g''$ die topographische Korrektur,

$\Delta g' - \Delta g''$ die Vertikalanziehung der Massen oberhalb des Meeresniveaus in der Umgebung der Station,

$\gamma_0 = \mathfrak{G}(1 - \beta \cos 2B)$ die normale Schwere im Meeresniveau.

Es ist dann

$$g''_0 = g + \Delta g - \Delta g' + \Delta g''$$

die von der Anziehung der nahen Massen befreite und auf das Meeresniveau reduzierte Schwere und die Differenz

$$g''_0 - \gamma_0$$

die Bouguersche Schwereanomalie. Ist diese bekannt, so kann die Schwere an einem Punkt der Erdoberfläche auf Grund der Beziehung

$$g = \gamma_0 + (g_0 - \gamma_0) - (\Delta g - \Delta g') - \Delta g''$$

abgeleitet werden. In der Differenz $\Delta g - \Delta g'$ lässt sich ein normaler Anteil ausscheiden, indem man setzt

$$\Delta g - \Delta g' = (a + \Delta a) \cdot H,$$

worin a einen konstanten Koeffizienten bezeichnet, während Δa von Station zu Station veränderlich ist. Es wird dann

$$dg = d\gamma_0 + d(g''_0 - \gamma_0) - a \cdot dH - d(\Delta a \cdot H + \Delta g'').$$

In ähnlicher Weise kann man in der Differenz $\bar{G} - g$ einen Anteil ausscheiden, welcher der Höhe proportional ist. Reduziert man den Wert der Schwerebeschleunigung g an der Oberfläche durch Anbringen der topographischen Korrektur auf denjenigen Wert, den man auf einer ebenen Platte beobachtet hätte, und bringt am Mittelwert \bar{G} eine analoge Korrektur $\Delta \bar{G}''$ an, so wird die Differenz

$$(\bar{G} + \Delta \bar{G}'') - (g + \Delta g'')$$

sehr nahe proportional der Höhe sein, so dass man setzen kann

$$\bar{G} - g = (b + \Delta b) \cdot H + \Delta g'' - \Delta \bar{G}'',$$

worin b eine Konstante und Δb deren veränderliche Verbesserung bedeutet. Führt man diese Ansätze für dg und $(\bar{G} - g)$ in die Beziehung (6c) ein und setzt zur Abkürzung

$$\bar{g}_\lambda^c \cdot E_1 = -2\beta \mathfrak{G} \int_\lambda^c H \sin 2B \, dB,$$

$$\bar{g}_\lambda^c \cdot E_2 = \left(\frac{a}{2} - b\right) \cdot (H_c^2 - H_\lambda^2),$$

$$\bar{g}_\lambda^c \cdot E_3 = - \int_\lambda^c H \, d(g'' - \gamma_0 - \Delta g''),$$

$$\bar{g}_\lambda^c \cdot K_1 = - \int_\lambda^c H \, d(\Delta a \cdot H) + [\Delta b \cdot H^2]_\lambda^c,$$

$$\bar{g}_\lambda^c \cdot K_2 = [H (\Delta g'' - \Delta \bar{G}'')]_\lambda^c,$$

so wird

$$E_\lambda^c = E_1 + E_2 + E_3 - (K_1 + K_2).$$

Wenn man der Abhängigkeit der Schwere von den speziellen Dichteverhältnissen und von der Geländeform nicht Rechnung tragen will, so fallen die Glieder K_1 und K_2 weg. Bei der Berechnung der Geoiderhebungen im Harz hat sich GALLE¹⁾ im wesentlichen auf die Berücksichtigung der drei ersten Glieder des obigen Ausdruckes beschränkt. Diese Annäherung kann in einem Gebiet, dessen Gelände nur zu geringen Meereshöhen ansteigt und sanfte Formen aufweist, als ausreichend betrachtet werden. Die topographischen Verhältnisse der Schweiz machen eine genauere Berechnung der Korrektion wegen Lotkrümmung notwendig, wenn nicht nur die grösseren Undulationen der Geoiderhebung, sondern auch die kleineren Schwankungen erfasst werden sollen. Die Möglichkeit hierzu liegt vor, da die Schweiz über ein dichtes Netz von beobachteten Schwerestationen verfügt. Dieses Netz gestattet, die Schwerewerte g an den Oberflächenpunkten des Profils und die Mittelwerte \bar{G} in sicherer Weise abzuleiten. Die hierzu erforderliche Hauptarbeit besteht in der Berechnung der topographischen Korrekturen $\Delta g''$ der Profilpunkte und der Korrekturen $\Delta \bar{G}''$ der Mittelwerte \bar{G} . Der Ableitung dieser beiden Korrekturen können aber dieselben mittleren Höhen zu Grunde gelegt werden, und diese wiederum stehen ohne grosse Mehrarbeit zur Verfügung, da sie aus den Bestimmungen mittlerer Höhen, die zum Zweck der Interpolation der Lotabweichungskomponenten gemacht werden müssen, übernommen werden können.

Die in den folgenden Abschnitten gegebene Darstellung der Berechnung der Geoiderhebungen im Meridian des St. Gotthard geht von der Beziehung (5) aus; die Korrekturen wegen Lotkrümmung werden mit Hilfe der Beziehung (6a) ermittelt.

¹⁾ A. Galle, Das Geoid im Harz. Veröffentlichung des königl. preuss. Institutes, Neue Folge Nr. 61, Berlin, 1914.

2. Die Berechnung des Integrales $\int \xi ds$.

In Band 19 sind die astronomischen Beobachtungen zur Bestimmung der Meridiankomponenten der Lotabweichung von 54 Stationen im Meridian des St. Gotthard veröffentlicht. Die Tabelle 1 gibt die Meereshöhen der Stationen und ihre rechtwinkligen Koordinaten in der winkeltreuen schiefachsigen Zylinderprojektion der schweizerischen Landesvermessung, die zu den angeführten geodätischen Koordinaten, der Breite B und der Länge L , geführt haben. In der letzten Kolonne sind die beobachteten Meridiankomponenten ξ der Lotabweichung im Sinne

astronomische Polhöhe minus geodätische Polhöhe

gegeben. Damit ξ positiv ausfällt, wenn das Lot vom vorhergehenden Punkt P_1 gegen den nachfolgenden Punkt P_2 angezogen wird, wie im ersten Abschnitt stillschweigend vorausgesetzt worden ist, muss das Profil in der Richtung von Norden nach Süden durchlaufen werden.

Die geodätischen Koordinaten von 19 Stationen der Tabelle 1 weichen um kleine Beträge, die in der Breite bis zu $3 \cdot 10^{-2}$ Bogensekunden und in der Länge bis zu $3 \cdot 10^{-3}$ Zeitsekunden gehen, ab von den dafür angegebenen Werten in Band 19. Diese Abweichungen sind dadurch entstanden, dass seinerzeit bei der Aufstellung der Tabelle in Band 19 die geodätischen Koordinaten aus den rechtwinkligen Koordinaten der Bonne'schen Projektion berechnet worden sind, während bei der Aufstellung der definitiven Tabelle von den inzwischen bekannt gewordenen Koordinaten der schiefachsigen Zylinderprojektion ausgegangen werden konnte.

Eine genaue Berechnung des vom Integral

$$\int \xi ds$$

abhängigen Teiles der Geoiderhebungen setzt die Kenntnis der ξ -Werte an so dicht aufeinander folgenden Stationen des Profiles voraus, dass es möglich ist, mit Sicherheit eine Kurve zu legen durch die Punkte, durch welche bei graphischer Darstellung die Lotabweichungskomponenten als Funktion der horizontalen Entfernungen s gegeben werden. Dieser Forderung genügt die Dichte der Beobachtungsstationen nur an wenigen Stellen des Profiles; obwohl die durchschnittliche Entfernung zweier Stationen nur 3,5 km beträgt, ist es notwendig, weitere Stationen zur Ergänzung und Sicherlegung der Lotabweichungskurve einzuschalten. Da es nicht möglich war, die Kenntnis der Lotabweichungen durch astronomische Beobachtungen an weiteren Stationen zu erlangen, weil diese auf unzugängliche Stellen des Hochgebirges fallen, musste zur Verdichtung der Punktfolge vom Hilfsmittel der rechnerischen Interpolation Gebrauch gemacht werden; auf dieses Mittel hat schon HELMERT¹⁾ aufmerksam gemacht. Es besteht darin, dass die Lotabweichungskomponenten

¹⁾ Cf. l. c. 2. Mitteilung, S. 2 (959).

Tabelle 1.

Nr.	Station Name	Meeres- höhe*)	<i>y</i>	<i>x</i>	Geodätische Breite <i>B</i>	Geodätische Länge <i>L</i> östl. Greenw.	$\varphi - B =$ ξ beob.
		m	m	m			
1	Sottenegg	633,64	+ 91 073,30	+ 94 595,57	47°47' 49"/07	34 ^m 37;320	-13/81
2	Büttenhardt	675,25	+ 91 305,30	+ 91 100,99	45 55,82	37,891	-13,76
3	Stetten	588,83	+ 91 083,58	+ 88 067,74	44 17,73	37,031	-15,09
4	Tanscherhalde	438,82	+ 91 250,26	+ 85 386,43	42 50,84	37,431	-12,74
5	Feuerthalen	439,28	+ 91 089,24	+ 82 769,16	41 26,19	36,785	-11,29
6	Benken	467,59	+ 90 770,60	+ 79 248,29	39 32,35	35,592	-13,06
7	Marthalen	406,01	+ 91 285,3·	+ 74 968,3·	37 13,53	37,024	-11,43
8	Goldenberg	510,88	+ 91 818,54	+ 70 351,40	34 43,78	38,497	- 8,76
9	Hünikon	525,03	+ 91 740,83	+ 67 522,98	33 12,24	38,110	- 8,30
10	Pfungen	519,07	+ 91 546,21	+ 62 934,53	30 43,77	37,261	- 6,22
11	Brütten	617,80	+ 91 644,26	+ 59 376,69	28 48,53	37,397	- 8,03
12	Nürens Dorf	548,48	+ 91 743,24	+ 55 947,41	26 57,44	37,543	- 8,65
13	Wangen	504,85	+ 91 948,28	+ 52 294,42	24 59,06	38,016	- 7,25
14	Schwerzenbach	448,19	+ 91 970,92	+ 48 236,22	22 47,65	37,888	- 5,43
15	Maur	620,59	+ 91 833,58	+ 44 345,08	20 41,73	37,260	- 2,44
16	Forch	696,14	+ 91 970,31	+ 42 078,35	19 28,26	37,582	- 2,39
17	Toggwil	700,78	+ 91 941,94	+ 38 676,67	17 38,13	37,324	- 6,44
18	Meilen	536,39	+ 92 321,12	+ 36 455,11	16 26,00	38,417	- 6,99
19	Au	467,82	+ 91 448,41	+ 33 852,31	15 2,16	35,523	+ 0,65
20	Hochwacht	654,07	+ 91 893,14	+ 30 042,66	12 58,58	36,746	+ 3,10
21	Hütten	768,30	+ 92 176,70	+ 26 216,44	10 54,54	37,456	+ 6,24
22	Gottschalkenberg	1163,90	+ 91 770,13	+ 23 652,63	9 31,73	36,043	+ 9,23
23	Grindelegg	1087,37	+ 91 946,51	+ 20 149,95	7 38,22	36,430	+ 4,10
24	Morgarten	1238,88	+ 92 581,58	+ 17 334,32	6 6,72	38,301	+ 5,68
25	Engelstock	1296,87	+ 91 649,33	+ 12 561,82	3 32,65	35,122	+ 0,73
26	Schwyz	541,05	+ 92 423,41	+ 8 719,94	1 27,76	37,378	+ 2,49
27	Bärentross	1627,94	+ 92 209,22	+ 3 780,34	46 58 48,01	36,460	+20,77
28	Rophaien	2077,25	+ 91 978,63	- 1 866,55	55 45,26	35,459	+ 8,42
29	Eggberge	1687,90	+ 92 717,30	- 4 749,90	54 11,52	37,646	+ 6,00
30	Schattdorf	511,00	+ 92 838,30	- 9 006,50	51 53,62	37,819	+13,42
31	Plätteli	551,40	+ 92 418,90	- 12 769,00	49 51,99	36,316	+ 9,56
32	Seewatte	471,14	+ 92 447,84	- 14 631,43	48 51,66	36,316	+12,61
33	Arniberg	1318,10	+ 92 550,10	- 18 847,50	46 35,08	36,432	+ 5,96
34	Meitschlingen	660,70	+ 92 062,16	- 21 504,78	45 9,27	34,770	+ 9,42
35	Fellhorn	2111,80	+ 91 782,10	- 24 872,80	43 20,34	33,728	+14,78
36	Rienzerstock	2957,20	+ 91 531,97	- 29 086,36	41 4,01	32,742	+ 8,64
37	Oberalp	1993,8·	+ 91 887,29	- 32 725,50	39 5,99	33,682	+ 7,02
38	Firstplangge	2169,16	+ 91 932,82	- 35 111,26	37 48,71	33,710	+ 0,10
39	G'fallenberg	2625,8·	+ 92 009,48	- 38 282,11	36 6,00	33,799	+ 4,59
40	Giubing	2776,54	+ 91 699,70	- 42 290,42	33 56,33	32,637	- 8,40
41	Airolo	1165,85	+ 91 255,64	- 46 689,72	31 34,08	31,038	- 4,92
42	Pizzo del Corno	2500,59	+ 91 111,90	- 50 312,06	29 36,84	30,417	- 0,90
43	Pizzo Zambaroide	2483,80	+ 91 743,49	- 54 561,78	27 18,91	32,190	- 3,86
44	Pizzo Mascarpino	2450,40	+ 91 253,17	- 57 701,32	25 37,48	30,509	-15,02
45	Alpe Larescio	1720,82	+ 92 136,31	- 61 870,31	23 22,03	33,067	- 3,92
46	La Costa	1585,31	+ 91 940,36	- 67 259,01	20 27,62	32,200	- 2,68
47	Costa piana	1877,80	+ 92 014,80	- 69 705,59	19 8,35	32,316	- 7,97
48	Pioda nera	471,04	+ 92 641,83	- 73 078,09	17 18,82	34,107	+ 1,05
49	Alpe Pii	1647,04	+ 93 324,59	- 75 297,09	16 6,62	36,126	+ 1,63
50	Monte di Loco	2063,60	+ 93 413,79	- 79 305,47	13 56,77	36,210	- 8,03
51	Sopra Mosogno	1727,04	+ 92 641,04	- 81 328,30	12 51,65	33,711	-14,56
52	Aula	1416,70	+ 93 609,12	- 84 947,57	10 53,96	36,548	- 7,86
53	Rasa	923,3·	+ 93 923,9·	- 87 650,8·	9 26,26	37,397	- 2,28
54	Ghiridone	2187,10	+ 93 480,69	- 91 294,69	7 28,48	35,845	-11,49
	Bern (Triang. Nullpkt.)				46 57 8,66	29 45,550	0,00

*) Pierre du Niton 373,60 m ü. M.

sowohl der Stationen, auf welchen die Polhöhe astronomisch bestimmt worden ist, als der neu einzuschaltenden Punkte aus den bekannten Störungsmassen berechnet werden. Solche Berechnungen haben gezeigt, dass in den Differenzen „beobachtete minus berechnete Lotabweichung“ benachbarter Punkte nur relativ kleine Schwankungen auftreten. Es ist deshalb möglich, durch die diese Differenzen darstellenden Punkte mit grosser Sicherheit eine Interpolationskurve zu legen und ihr an den einzuschaltenden Zwischenpunkten die Werte „beobachtete minus berechnete Lotabweichung“ zu entnehmen. Die Lotabweichungskomponente ξ (Z.P.) des Zwischenpunktes folgt dann aus der Beziehung:

$$\xi (\text{Z.P.}) = \xi (\text{Z.P. berechnet}) + \{ \xi \text{ beob.} - \xi \text{ berech.} \} (\text{interpol.})$$

a) Die interpolierten Lotabweichungskomponenten der Zwischenpunkte.

Erfahrungsgemäss fallen die Differenzen zwischen beobachteten und berechneten Lotabweichungen kleiner aus und weisen auch innerhalb grösserer Gebiete kleinere Schwankungen auf, wenn man als Störungsmassen nicht nur die topographischen (oberhalb des Meeresniveaus liegenden) Massen in Rechnung stellt, sondern auch den Massendefekt, der den äusseren Massen nach der Lehre vom isostatischen Gleichgewicht entspricht. Die Berechnung der Lotabweichungen gestaltet sich verhältnismässig einfach, wenn man von der Prattischen Vorstellung über die Kompensation der äusseren Massen durch den Massendefekt ausgeht. Die Prattische Hypothese nimmt an, diese Kompensation finde in jeder Vertikalen statt, sodass, wenn man von der Erdkrümmung absieht, zwischen der mittleren Dichte $\bar{\Theta}$ der äusseren Massen von der Meereshöhe h_0 und der Dichte Θ_r des Massendefektes, der sich bis zu einer Tiefe T unterhalb des Meeresniveaus erstrecken soll, die einfache Beziehung

$$(1) \quad h_0 \bar{\Theta} + T \Theta_r = 0$$

besteht.

Zerlegt man in üblicher Weise die topographischen Massen durch Vertikalebene, die sich in der Lotlinie schneiden, und durch Zylinderflächen, deren gemeinsame Achse in die Lotlinie fällt, so wird die Horizontalanziehung δA_i der Massen eines Zonensektors, der von 2 unter dem Winkel $d\varphi$ sich schneidenden Ebenen und von 2 Zylinderflächen mit den Radien a_i und a_k begrenzt wird, gegeben durch den Ausdruck:

$$\delta A_i = f d\varphi (\bar{\Theta}_k v_{ii} + \bar{\Theta}_i v_{kk}).$$

Hierin bedeutet das Symbol v_x :

$$v_x = |x| \cdot \log \text{nat} \frac{a_k + \sqrt{a_k^2 + x^2}}{a_i + \sqrt{a_i^2 + x^2}};$$

H ist die Meereshöhe der Station; h die relative Terrainhöhe:

$$h = h_0 - H;$$

$\bar{\theta}_o$ ist der zur Berechnung der Anziehung massgebende Mittelwert der Dichte der Massen, die zwischen Stationsniveau und Meeresniveau liegen, und $\bar{\theta}_u$ der entsprechende Mittelwert der Dichte der Massen, die das Stationsniveau überragen.

In denjenigen Terrainabschnitten, wo die Erdoberfläche unterhalb des Stationsniveaus liegt und wo $h = h_o - H$ negativ wird, denken wir uns den Raum zwischen Stationsniveau und Erdoberfläche sowohl mit Masse der Dichte $+\bar{\theta}_o$ als $-\bar{\theta}_o$ ausgefüllt. Im zweiten Gliede der Klammer rechterhand im Ausdruck von δA_i ist dann $\bar{\theta}_u = -\bar{\theta}_o$ zu setzen.

Die hier eingeführten Dichtewerte $\bar{\theta}_u$ und $\bar{\theta}_o$ stehen, streng genommen, nicht in einer einfachen Beziehung zur Dichte $\bar{\theta}_\varphi$, die massgebend ist in der Berechnung der Dichte θ_τ des Massendefektes im einzelnen Zonensektor; nur in grösseren Entfernungen, die wenigstens gleich dem Fünffachen der Stationshöhe sind, wird man, ohne einen merklichen Fehler befürchten zu müssen, setzen dürfen:

$$(2) \quad h_o \bar{\theta}_\varphi = H \bar{\theta}_o + h \bar{\theta}_u .$$

Der *isostatisch* berechnete Anziehungsbetrag δA_i geht aus dem „*topographisch*“ berechneten Betrag δA_t dadurch hervor¹⁾, dass noch die kompensierende Wirkung δA_c des Massendefektes hinzugefügt wird:

$$\delta A_i = \delta A_t + \delta A_c .$$

δA_c wird mit Hilfe des sogenannten isostatischen Reduktionsfaktors zurückgeführt auf die Vertikalanziehung, welche die topographischen Massen ausüben, wenn diese auf das Stationsniveau kondensiert werden. Der isostatische Reduktionsfaktor F^* ist so definiert, dass

$$\delta A_c = f d\varphi \bar{\theta}_\varphi h_o \log \text{nat} \frac{a_k}{a_i} \cdot (F^* - 1)$$

wird. Der isostatisch berechnete Anziehungsbetrag wird somit durch den Ausdruck gegeben:

$$\delta A_i = f d\varphi \bar{\theta}_\varphi h_o \log \text{nat} \frac{a_k}{a_i} \cdot F^* + f d\varphi \left(\bar{\theta}_o v_H + \bar{\theta}_u v_h - \bar{\theta}_\varphi h_o \log \text{nat} \frac{a_k}{a_i} \right) .$$

Das zweite Glied rechterhand wird als topographische Korrektur der isostatisch berechneten Anziehung bezeichnet; sein numerischer Wert ist nur von Bedeutung, solange die Höhen h_o und H nicht klein sind gegenüber den Entfernungen a . Wenn $\bar{\theta}_\varphi$ mittels der Beziehung (2) auf $\bar{\theta}_o$ und $\bar{\theta}_u$ zurückgeführt werden darf, nimmt der Klammerfaktor der topographischen Korrektur folgende Gestalt an:

$$\bar{\theta}_o \left(v_H - H \log \frac{a_k}{a_i} \right) + \bar{\theta}_u \left(v_h - h \log \frac{a_k}{a_i} \right) .$$

Da die numerischen Werte der in den Klammern auftretenden Differenzen mit wachsender Entfernung der Zonen rasch klein werden, begeht man einen unerheblichen Fehler,

¹⁾ Vergl. F. R. Helmert, Die isostatische Reduktion der Lotrichtungen. Sitzungsberichte der königl. preuss. Akademie der Wissenschaften, 1914, XIV.

wenn man die topographische Korrektion mit dem Durchschnittswert $\bar{\Theta}_\varphi$ statt mit den speziellen Dichtewerten berechnet.

Wir setzen

$$\bar{\Theta}_u = \bar{\Theta}_\varphi + \Delta \bar{\Theta}_u,$$

$$\bar{\Theta}_o = \bar{\Theta}_\varphi + \Delta \bar{\Theta}_o;$$

es wird dann

$$(3) \quad \delta A_i = f d\varphi \bar{\Theta}_\varphi h_0 \log \frac{a_k}{a_i} \cdot F^* + f d\varphi \bar{\Theta}_\varphi (v_H + v_h - h_0 \log \frac{a_k}{a_i}) \\ + f d\varphi (\Delta \bar{\Theta}_o v_H + \Delta \bar{\Theta}_u v_h).$$

Das dritte Glied stellt jetzt die Verbesserung der topographischen Korrektion dar, wenn diese mit dem Durchschnittswert $\bar{\Theta}_\varphi$ berechnet wird statt mit den speziellen Dichtewerten. Wir vernachlässigen diese Korrektion; sie ist ohne Bedeutung, wenn die berechneten Lotabweichungen nur zum Zweck der Interpolation benützt werden.

Der Dichte $\bar{\Theta}_\varphi$, von welcher die Dichte Θ_r des Massendefektes abhängt, legen wir einen konstanten Wert $\bar{\Theta}$ bei. Die spezielle Wahl dieses Wertes ist ebenfalls ohne Bedeutung. Erst wenn es sich um die Aufklärung der zwischen den berechneten und beobachteten Lotabweichungen auftretenden Differenzen handelt, wird man untersuchen, durch welchen Dichtewert $\bar{\Theta}$ die beste Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung erzielt wird.

Um die in die Nord-Süd-Richtung fallende Komponente der Horizontalanziehung zu erhalten, ist der Ausdruck von δA_i mit dem Cosinus des von Norden aus gezählten Azimutes φ zu multiplizieren. Durch Integration von $\varphi = \varphi_l$ bis $\varphi = \varphi_r$ geht dann die Horizontalkomponente ΔA_i eines endlichen Zonensektors von der Öffnung $\varphi_r - \varphi_l$ hervor. Die der Komponente ΔA_i entsprechende Lotabweichungskomponente $\Delta \xi_i$ wird dann in Bogen Sekunden gegeben durch den Ausdruck

$$\Delta \xi_i = \frac{\Delta A_i}{g \text{ arc } 1''},$$

in dem g die Schwerebeschleunigung bezeichnet.

Summiert man diese Beträge über alle Zonen und Sektoren, so erhält man den bekannten Ausdruck zur Berechnung der Meridiankomponente der Lotabweichung:

$$(4) \quad \xi_{\text{ber}} = \frac{f\bar{\Theta}}{g \text{ arc } 1''} \sum (\sin \varphi_r - \sin \varphi_l) h_0 \cdot \log \frac{a_k}{a_i} \cdot F^* + \text{top. Korr.}$$

Die topographische Korrektion von ξ wird gegeben durch den Ausdruck:

$$\frac{f\bar{\Theta}}{g \text{ arc } 1''} \sum (\sin \varphi_r - \sin \varphi_l) \cdot (v_h - h_0 \log \frac{a_k}{a_i}).$$

Das in der topographischen Korrektion von δA_i auftretende Glied v_H darf hier weglassen werden, weil sich in der Summe die auf je 2 diametral gegenüberliegende Zonensektoren bezüglichen Beträge aufheben.

Den numerischen Rechnungen ist die in Tabelle 2 gegebene Zoneneinteilung zu Grunde gelegt worden; sie umfasst die Massen bis zu 70 km Entfernung. Die ersten 4 Zo-

Tabelle 2.

Zone Nr.	Grenzradius	Zone Nr.	Grenzradius	Zone Nr.	Grenzradius
	km		km		km
1	0,1	12	2,0	23	10
2	0,2	13	2,3	24	12
3	0,3	14	2,6	25	14
4	0,4	15	3,0	26	17
5	0,5	16	3,4	27	20
6	0,6	17	4,2	28	24
7	0,8	18	5,0	29	29
8	1,0	19	6	30	35
9	1,2	20	7	31	42
10	1,4	21	8	32	50
11	1,7	22	9	33	59
	2,0		10		70

nen werden in je 4 Sektoren pro Quadrant zerlegt, alle weiteren Zonen in je 8 Sektoren pro Quadrant. Die Sektoren erhalten die gleiche Öffnung. Auf den Vorteil, den eine Zerlegung in Sektoren gemäss der Bedingung

$$\sin \varphi_r - \sin \varphi_l = \text{constans}$$

gewährt, ist also verzichtet worden; die Zerlegung in Sektoren von gleicher Öffnung bietet dafür den Vorteil, dass auch die Ost-West-Komponenten der Lotabweichungen mit gleicher Genauigkeit wie die Nord-Süd-Komponenten abgeleitet werden können auf Grund derselben mittleren Höhen und dass diese letzteren auch leicht zur Berechnung der topographischen Korrekturen der Schwerebeschleunigung benützt werden können.

Führt man f/g mittels der immer ausreichenden Näherungsbeziehung

$$g = 4/3 \cdot f \pi R_0 \Theta_m$$

auf die mittlere Erddichte Θ_m und den mittleren Erdradius R_0 zurück, so wird mit

$$\bar{\Theta} = \frac{1}{2} \Theta_m = 2,76$$

und

$$R_0 = 6371000 \text{ m}$$

$$\frac{f \bar{\Theta}}{g \text{ arc } 1''} = 0,00386.$$

Der Wert 2,76 für die Dichte der äusseren Massen erscheint zu hoch, da Gesteine mit Dichten oberhalb 2,70 relativ selten vorkommen. Da die Dichte der Molasse in der Nähe von 2,50 liegt, ist als Mittelwert gewählt worden:

$$\bar{\Theta} = 2,60.$$

Die mit dem Faktor 0,00386 berechneten Lotabweichungen sind durch Multiplikation mit dem Faktor 2,60/2,76 auf den Dichtewert 2,60 reduziert worden.

Der isostatische Reduktionsfaktor F^* ist auf Grund der von Helmert entwickelten Formeln berechnet worden. Ausgehend von der Beziehung

$$F_0 = 1 - v_T/T \log \frac{a_k}{a_i},$$

die den isostatischen Reduktionsfaktor gibt im Falle, dass von der Erdkrümmung abgesehen wird und dass sich die Station im Meeresniveau befindet, erhält man den Wert F^* durch Anbringung von 2 Korrekturen, von denen die erste $(\mathfrak{f} - \mathfrak{f}_0)_m$ die Höhenlage der Station und die zweite $(\mathfrak{f}^* - \mathfrak{f})_m$ die Erdkrümmung berücksichtigt:

$$F^* = F_0 + (\mathfrak{f} - \mathfrak{f}_0)_m + (\mathfrak{f}^* - \mathfrak{f})_m.$$

Die Helmert'sche Tabulierung gibt die Werte der beiden Korrekturen als Funktion der Entfernung a für eine unendlich schmale Zone; es genügt, das arithmetische Mittel der an den Zonengrenzen gültigen Funktionswerte zu bilden, um die für eine Zone von endlicher Breite gültigen Korrekturen abzuleiten.

Die Tiefe T der Ausgleichsfläche ist zu

$$T = 120 \text{ km}$$

angenommen.

Die berechneten Meridiankomponenten ξ und die gleichzeitig abgeleiteten Komponenten η im I. Vertikal sind in der Tabelle 3 zusammengestellt. Die Beobachtungsstationen sind durch die Ordnungszahlen 1 bis 54 bezeichnet, die eingeschalteten Zwischenstationen durch die Ordnungszahl der nördlich vorangehenden Beobachtungsstation und die Buchstaben a, b, \dots . Die rechtwinkligen Koordinaten sämtlicher Stationen sind unter x und y auf Meter abgerundet aufgeführt. Die Differenzen

$$\xi (\text{beob.}) - \xi (\text{ber.})$$

der Beobachtungspunkte sind auf 0,01 angegeben, die interpolierten Differenzen der Zwischenpunkte auf 0,1. Aus der graphischen Darstellung dieser Differenzen, die in der Tafelbeilage gegeben wird¹⁾, ist ersichtlich, wie die Interpolationskurve geführt wurde.

In der viertletzten Kolonne der Tabelle 3 sind die Meridiankomponenten der Lotabweichungen sämtlicher Stationen angeführt, diejenigen der Beobachtungspunkte sind auf 0,01 und diejenigen der Zwischenpunkte auf 0,1 angegeben.

¹⁾ In der Tafel sind die Differenzen $\xi (\text{beob.}) - \xi (\text{ber.})$ als reduzierte Lotabweichungen ξ'' bezeichnet (gestrichelte Kurve).

Tabelle 3.

Station Nr.	Koordinaten		Berechnete Komponenten der Lotabweichung		Differenz ξ (beob.) minus ξ (ber.)	ξ beob. oder interpol.	$\Delta N'$	N'	$N = N' - E$
	y	x	ξ im Merid.	η im I. Vert.					
	m	m					cm	cm	cm
1	+ 91 073	+ 94 596	- 3,78	+ 4,24	-10,03	-13,81	-15,25	0	0
1 a	+ 91 230	+ 92 200	- 1,89		-10,1	-12,0	- 6,69	- 15,25	- 15,6
2	+ 91 305	+ 91 101	- 3,67	+ 3,80	-10,09	-13,76	-22,09	- 21,94	- 22,5
3	+ 91 084	+ 88 068	- 4,87	+ 2,60	-10,22	-15,09	-18,21	- 44,03	- 44,6
4	+ 91 250	+ 85 386	- 3,07	+ 1,81	- 9,67	-12,74	-15,48	- 62,24	- 62,4
5	+ 91 089	+ 82 769	- 1,70	+ 1,74	- 9,59	-11,29	- 4,28	- 77,72	- 78,1
5 a	+ 91 020	+ 81 960	- 0,35		- 9,7	-10,0	- 6,66	- 82,00	- 82,7
5 b	+ 90 900	+ 80 730	- 3,16		- 9,8	-13,0	- 9,40	- 88,66	- 89,6
6	+ 90 771	+ 79 248	- 3,08	- 0,49	- 9,98	-13,06	-25,63	- 98,06	- 98,9
7	+ 91 285	+ 74 968	- 1,00	- 0,06	-10,43	-11,43	- 8,28	-123,69	-124,6
7 a	+ 91 460	+ 73 460	- 0,92		-10,5	-11,4	- 8,88	-131,97	-133,0
7 b	+ 91 680	+ 71 570	+ 2,42		-10,3	- 7,9	- 4,77	-140,81	-142,0
8	+ 91 819	+ 70 351	+ 1,40	0,00	-10,16	- 8,76	-11,63	-145,58	-147,2
9	+ 91 741	+ 67 523	+ 1,60	+ 0,73	- 9,90	- 8,30	-11,08	-157,21	-159,2
9 a	+ 91 640	+ 65 040	- 0,73		- 9,6	-10,3	- 8,74	-168,29	-170,3
10	+ 91 546	+ 62 935	+ 3,33	- 0,36	- 9,55	- 6,22	- 2,24	-177,03	-179,2
10 a	+ 91 570	+ 62 150	+ 4,16		- 9,6	- 5,4	- 9,44	-179,27	-181,8
11	+ 91 644	+ 59 377	+ 1,62	- 1,78	- 9,65	- 8,03	-14,04	-188,71	-191,8
12	+ 91 743	+ 55 947	+ 0,49	- 2,37	- 9,14	- 8,65	-14,35	-202,75	-205,8
13	+ 91 948	+ 52 294	+ 1,88	- 2,62	- 9,13	- 7,25	-12,35	-217,10	-220,4
14	+ 91 971	+ 48 236	+ 3,01	- 1,68	- 8,44	- 5,43	- 7,87	-229,45	-232,8
15	+ 91 834	+ 44 345	+ 5,60	+ 1,13	- 8,04	- 2,44	- 2,47	-237,32	-241,8
16	+ 91 970	+ 42 078	+ 5,79	- 0,59	- 8,18	- 2,39	- 7,03	-239,79	-245,1
17	+ 91 942	+ 38 677	+ 1,40	- 3,56	- 7,84	- 6,44	- 7,49	-246,82	-252,8
18	+ 92 321	+ 36 455	+ 1,02	- 3,18	- 8,01	- 6,99	- 2,72	-254,31	-259,6
18 a	+ 92 020	+ 35 570	+ 2,28		- 7,8	- 5,5	- 1,38	-257,03	-261,9
19	+ 91 448	+ 33 852	+ 7,99	- 1,21	- 7,34	+ 0,65	+ 3,12	-258,41	-263,5
20	+ 91 893	+ 30 043	+10,12	- 1,88	- 7,02	+ 3,10	+ 8,76	-255,29	-261,8
21	+ 92 177	+ 26 216	+12,27	- 3,26	- 6,03	+ 6,24	+ 7,58	-246,53	-254,2
21 a	+ 91 860	+ 24 210	+16,09		- 5,7	+10,4	+ 2,70	-238,95	-248,2
22	+ 91 770	+ 23 653	+14,83	- 5,37	- 5,60	+ 9,23	+ 2,69	-236,25	-246,4
22 a	+ 91 820	+ 22 710	+ 9,13		- 5,5	+ 3,6	+ 5,04	-233,56	-244,2
23	+ 91 947	+ 20 150	+ 9,04	- 8,70	- 4,94	+ 4,10	+ 5,23	-228,52	-239,3
23 a	+ 92 420	+ 18 050	+11,62		- 5,1	+ 6,5	+ 2,24	-223,29	-234,8
24	+ 92 582	+ 17 334	+10,84	- 8,06	- 5,16	+ 5,68	+ 1,58	-221,05	-233,4
24 a	+ 92 440	+ 16 600	+ 9,37		- 5,2	+ 4,2	+ 6,05	-219,47	-231,5
24 b	+ 91 990	+ 14 290	+12,00		- 5,1	+ 6,9	+ 3,94	-213,42	-226,4
25	+ 91 649	+ 12 562	+ 5,66	-13,95	- 4,93	+ 0,73	- 0,77	-209,48	-223,5
25 a	+ 91 930	+ 11 180	+ 2,35		- 4,5	- 2,1	- 0,50	-210,25	-222,6
26	+ 92 423	+ 8 720	+ 6,25	-13,23	- 3,76	+ 2,49	+ 6,30	-210,75	-221,6
26 a	+ 92 330	+ 6 480	+14,33		- 3,1	+11,2	+19,10	-204,45	-215,2
26 b	+ 92 240	+ 4 480	+25,73		- 2,7	+23,0	+ 7,38	-185,35	-200,0
27	+ 92 209	+ 3 780	+23,41	-11,48	- 2,64	+20,77	+ 6,54	-177,97	-195,6
27 a	+ 92 170	+ 2 870	+15,84		- 2,7	+13,1	+ 4,13	-171,43	-190,6
27 b	+ 92 150	+ 2 240	+17,13		- 2,8	+14,3	+ 5,76	-167,30	-186,9
27 c	+ 92 100	+ 1 000	+ 7,35		- 2,9	+ 4,5	+ 9,18	-161,54	-179,4
27 d	+ 92 040	- 440	+21,38		- 3,1	+18,3	+10,94	-152,36	-171,6
28	+ 91 979	- 1 867	+11,72	-16,24	- 3,30	+ 8,42	+ 0,51	-141,42	-159,4
28 a	+ 92 140	- 2 490	+ 3,09		- 3,4	- 0,3	+ 3,66	-140,91	-162,4
28 b	+ 92 530	- 4 020	+13,10		- 3,5	+ 9,6	+ 3,12	-137,25	-158,4
29	+ 92 717	- 4 750	+ 9,53	-16,46	- 3,53	+ 6,00	+ 0,95	-134,13	-156,8
29 a	+ 92 740	- 5 710	+ 2,56		- 3,4	- 0,8	- 0,80	-133,18	-155,2
29 b	+ 92 770	- 6 580	+ 0,30		- 2,7	- 2,4	- 0,12	-133,98	-153,1
26 c	+ 92 800	- 7 540	+ 6,48		- 2,1	+ 4,4	+ 6,64	-134,10	-150,9
30	+ 92 838	- 9 006	+14,96	-11,25	- 1,54	+13,42	+11,94	-127,46	-144,1
30 a	+ 92 680	-10 450	+20,53		- 1,8	+18,7	+ 9,21	-115,52	-134,1

Tabelle 3. (Schluss.)

Station Nr.	Koordinaten		Berechnete Komponenten der Lotabweichung		Differenz ξ (beob.) minus ξ (ber.)	ξ beob. oder interpol.	$\Delta N'$	N'	$N = N' - E$
	y	x	ξ im Merid.	η im I. Vert.					
	m	m					cm	cm	cm
30 b	+ 92 530	- 11 740	+12,68		- 2,2	+10,5	+ 4,86	-106,31	- 126,3
31	+ 92 419	- 12 769	+12,14	-10,04	- 2,58	+ 9,56	+ 9,53	-101,45	- 120,4
32	+ 92 448	- 14 631	+15,03	+ 0,34	- 2,42	+12,61	+11,78	- 91,92	- 110,9
32 a	+ 92 490	- 16 280	+18,72		- 2,5	+16,2	+16,02	- 80,14	- 102,6
33	+ 92 550	- 18 848	+ 8,52	+10,06	- 2,56	+ 5,96	+ 2,23	- 64,12	- 88,7
33 a	+ 92 350	- 19 910	+ 6,25		- 2,4	+ 3,8	+ 4,21	- 61,89	- 85,1
34	+ 92 062	- 21 505	+11,71	+ 2,21	- 2,29	+ 9,42	+15,80	- 57,68	- 80,0
34 a	+ 91 870	- 23 790	+18,81		- 2,5	+16,3	+ 8,11	- 41,88	- 69,2
35	+ 91 782	- 24 873	+17,34	- 6,56	- 2,56	+14,78	+23,24	- 33,77	- 64,7
36	+ 91 532	- 29 086	+ 8,37	- 6,15	+ 0,27	+ 8,64	+ 6,75	- 10,53	- 51,8
36 a	+ 91 770	- 31 540	+ 0,29		+ 1,0	+ 1,3	+ 1,62	- 3,78	- 43,0
37	+ 91 887	- 32 726	+ 6,14	- 5,90	+ 0,88	+ 7,02	+ 1,98	- 2,16	- 39,2
37 a	+ 91 890	- 33 280	+ 7,60		+ 0,7	+ 8,3	+ 3,37	- 0,18	- 38,2
38	+ 91 933	- 35 111	+ 0,18	- 9,79	- 0,08	+ 0,10	+ 0,01	+ 3,19	- 34,7
38 a	+ 91 940	- 35 720	+ 0,41		+ 0,1	+ 0,5	+ 3,85	+ 3,20	- 33,0
38 b	+ 91 980	- 37 100	+ 8,88		+ 0,4	+ 9,3	+ 4,43	+ 7,05	- 31,0
39	+ 92 009	- 38 282	+ 3,83	+ 5,20	+ 0,76	+ 4,59	+ 0,50	+ 11,48	- 31,0
39 a	+ 91 960	- 38 880	- 0,24		+ 0,9	+ 0,7	+ 1,08	+ 11,98	- 30,2
39 b	+ 91 850	- 40 360	+ 1,32		+ 1,3	+ 2,6	- 2,88	+ 13,06	- 30,0
40	+ 91 700	- 42 290	- 9,88	+ 5,37	+ 1,48	- 8,40	-11,41	+ 10,18	- 32,7
40 a	+ 91 510	- 44 100	-16,51		+ 1,4	-15,1	-15,59	- 1,23	- 34,7
41	+ 91 256	- 46 690	- 6,16	+ 4,33	+ 1,24	- 4,92	+ 2,72	- 16,82	- 41,0
41 a	+ 91 170	- 48 770	+ 4,14		+ 1,6	+ 5,7	+ 2,94	- 14,10	- 44,3
42	+ 91 112	- 50 312	- 2,76	+ 6,26	+ 1,86	- 0,90	- 1,95	- 11,16	- 46,1
42 a	+ 91 220	- 51 050	- 9,79		+ 1,9	- 7,9	- 5,85	- 13,11	- 46,0
42 b	+ 91 610	- 53 720	- 1,66		+ 1,8	+ 0,1	- 0,43	- 18,96	- 51,9
43	+ 91 743	- 54 562	- 5,70	+10,49	+ 1,84	- 3,86	- 2,43	- 19,39	- 55,1
43 a	+ 91 640	- 55 210	-12,86		+ 2,1	-10,8	-15,78	- 21,82	- 56,8
44	+ 91 253	- 57 701	-18,07	+ 6,72	+ 3,05	-15,02	- 6,19	- 37,60	- 70,0
44 a	+ 91 400	- 58 410	-23,51		+ 3,1	-20,4	-11,67	- 43,79	- 71,7
44 b	+ 91 890	- 60 740	- 7,78		+ 3,5	- 4,3	- 2,21	- 55,46	- 80,8
45	+ 92 136	- 61 870	- 7,58	+12,40	+ 3,66	- 3,92	-10,62	- 57,67	- 84,5
45 a	+ 92 050	- 64 200	-20,66		+ 4,1	-16,6	-10,47	- 68,29	- 91,1
45 b	+ 91 950	- 66 720	- 4,19		+ 4,8	+ 0,6	- 0,08	- 78,76	- 99,6
46	+ 91 940	- 67 259	- 7,76	- 2,66	+ 5,08	- 2,68	- 0,80	- 78,84	- 100,1
46 a	+ 91 940	- 67 630	-10,49		+ 5,3	- 5,2	- 1,53	- 79,64	- 101,6
46 b	+ 91 990	- 69 020	- 6,51		+ 6,3	- 0,2	- 0,30	- 81,17	- 104,9
47	+ 92 015	- 69 706	-14,58	- 2,59	+ 6,61	- 7,97	-10,09	- 81,47	- 105,8
47 a	+ 92 290	- 71 220	-22,01		+ 6,6	-15,4	- 9,38	- 91,56	- 110,4
48	+ 92 642	- 73 078	- 5,44	+10,76	+ 6,49	+ 1,05	+ 3,09	-100,94	- 115,8
48 a	+ 93 120	- 74 660	- 0,44		+ 6,3	+ 5,9	+ 1,46	- 97,85	- 115,6
49	+ 93 325	- 75 297	- 4,63	+14,33	+ 6,26	+ 1,63	- 1,65	- 96,39	- 116,0
49 a	+ 93 340	- 76 260	-12,07		+ 6,2	- 5,9	- 3,74	- 98,04	- 117,0
49 b	+ 93 390	- 78 490	- 7,61		+ 6,3	- 1,3	- 1,10	-101,78	- 121,1
50	+ 93 414	- 79 305	-14,30	+10,67	+ 6,27	- 8,03	-12,06	-102,88	- 123,4
51	+ 92 641	- 81 328	-20,05	+ 7,24	+ 5,49	-14,56	- 8,71	-114,94	- 131,0
51 a	+ 92 940	- 82 470	-22,40		+ 5,6	-16,8	- 7,01	-123,65	- 136,2
51 b	+ 93 370	- 84 060	- 7,96		+ 5,9	- 2,1	- 1,59	-130,66	- 141,9
52	+ 93 609	- 84 948	-13,92	+12,11	+ 6,06	- 7,86	- 5,27	-132,25	- 144,4
52 a	+ 93 720	- 85 900	-18,69		+ 5,8	-12,9	- 4,04	-137,52	- 147,1
52 b	+ 93 850	- 87 090	- 6,72		+ 5,0	- 1,7	- 0,52	-141,56	- 150,0
53	+ 93 924	- 87 651	- 6,68	+ 7,44	+ 4,40	- 2,28	- 0,52	-142,08	- 151,2
53 a	+ 93 870	- 88 000	- 7,64		+ 3,9	- 3,7	- 4,37	-142,60	- 151,4
53 b	+ 93 570	- 90 560	- 1,54		- 2,1	- 3,6	- 2,08	-146,97	- 160,4
54	+ 93 481	- 91 295	- 7,08	+10,82	- 4,41	-11,49		-149,05	- 165,0

b) Die Berechnung der Geoiderhebungen ohne Berücksichtigung der Lotkrümmung.

In der Tafelbeilage sind die beobachteten und die interpolierten Lotabweichungskomponenten ξ als Ordinaten zu den horizontalen Entfernungen als Abszissen eingetragen. Vergleicht man die Folge dieser Punkte mit dem in der Tafel ebenfalls angegebenen Geländeprofil, so erkennt man, dass durch die Einschaltung der Zwischenpunkte die Stellen erfasst worden sind, wo die Lotabweichungskomponenten Extremwerte annehmen. Besonders gross sind die Änderungen der Lotabweichungskomponenten noch an folgenden Stellen des Profiles:

zwischen den Punkten	27b und 27c	auf 1,2 km	Entfernung	— 9,8
	27c	27d	1,4	+ 13,8
	27d	28	1,4	— 9,9
	28	28a	0,6	— 8,7
	28a	28b	1,6	+ 9,9
	44a	44b	2,3	+ 16,1
	45	45a	2,3	— 12,7
	45a	45b	2,5	+ 17,2

Die Einschaltung weiterer Zwischenpunkte an diesen Stellen würde, wie eine Prüfung der graphischen Darstellung in der Beilage zeigt, die Zeichnung der Kurve, welche die Lotabweichungskomponenten als kontinuierliche Funktion der Abszissen gibt, nicht wesentlich erleichtert oder sicherer gestaltet haben. Die in der Tafelbeilage gegebene Kurve wurde der Berechnung der Geoiderhebungen ohne Berücksichtigung der Lotkrümmung zu Grunde gelegt.

Setzt man

$$N' = N + E,$$

so ist N' zu ermitteln durch Auswertung der Beziehung

$$N' = \text{arc } 1'' \int_a^c \xi ds.$$

Ist $\Delta N'$ die Änderung von N' im Intervall zweier aufeinander folgender Punkte i und k , so wird

$$N' = \sum_a^c \Delta N' = \sum_a^c \text{arc } 1'' \int_i^k \xi ds.$$

$\Delta N'$ lässt sich zurückführen auf den Inhalt F_{ik} der Fläche, welche zwischen der Lotabweichungskurve und der Abszissenachse liegt. In der Originalzeichnung ist der folgende Maßstab gewählt werden:

Maßstab der Abszissen: 1 mm für $ds = 10\,000$ cm

Maßstab der Ordinaten: 1 mm für $\xi = 0,2$.

Wird die Fläche F_{ik} in mm^2 ausgedrückt, so ist

$$\Delta N' = 2000 \text{ arc } 1'' \cdot F_{ik} .$$

in cm

Zur Ermittlung von F_{ik} ist die Fläche in vertikale Streifen von 2 mm Breite zerlegt worden, deren mittlere Höhen mit der Lupe abgelesen wurden. Die Summe dieser Höhen gibt nach Multiplikation mit 2 den gesuchten Flächeninhalt; die Höhen der beiden Streifen, die auf den Anfang und das Ende des Intervalles fallen und die nicht die Normalbreite von 2 mm haben, werden mit den ihnen zukommenden Gewichten in die Summe eingeführt.

Die nach diesem Verfahren ermittelten Werte von $\Delta N'$ und deren fortlaufende Summen N' sind in der Tabelle 3 angegeben. Im nördlichen Anfangspunkt des Profiles lassen wir Geoid und Referenzellipsoid zusammenfallen.

Die Werte von N' zeigen folgenden Verlauf (siehe auch Tafelbeilage):

In den ersten 60 Kilometern des Profils nimmt N' ständig ab bis zu einem negativen Extremwert von -258 cm und steigt dann wieder an, um nach weiteren 72 km zu einem positiven Extremwert von $+13$ cm anzuwachsen. Im südlichen Teil des Profiles nehmen die Werte von N' wieder ab bis zum Betrag von -149 cm, der auf den Endpunkt des Profiles fällt.

Bevor die genaue, mit Hilfe der Zwischenstationen gezeichnete Lotabweichungskurve zur Verfügung stand, sind die Geoiderhebungen N' berechnet worden auf Grund des Verlaufes der Kurve, zu deren Zeichnung nur die Punkte der Beobachtungsstationen benützt wurden; der Verlauf dieser Kurve ist durch eine punktierte Linie in der Tafelbeilage veranschaulicht. Von der ausführlichen Mitteilung der Resultate dieser Rechnung sehen wir ab. Von Interesse ist lediglich die Wirkung, welche die Schwankungen der genauen Kurve um den ausgeglichenen Verlauf der Näherungskurve schliesslich auf die Erhebung N' am südlichen Endpunkt des Profiles ausüben. Von vorneherein ist man geneigt zu erwarten, dass sich die Wirkungen dieser Schwankungen mehr oder weniger kompensieren; es zeigt sich aber, dass schliesslich die Differenzen zwischen den beiden Arten der Berechnung, gebildet im Sinne „mit Benützung der Zwischenpunkte minus ohne Benützung der Zwischenpunkte“, auf -40 cm anwachsen.

3. Die Berechnung der Korrektur E wegen Krümmung der Lotlinien.

Die Berechnung der Korrektur E_A^c auf Grund der Beziehung:

$$g_0 E_A^c = \int_A^c (g - g_0) dz + [H(g_0 - \bar{G})]_A^c$$

erfordert die Kenntnis 1. der Schwerebeschleunigungen g an der Erdoberfläche längs des Profils und 2. der durchschnittlichen Schwerewerte \bar{G} in der Lotlinie derjenigen Punkte des Profils, deren Geoiderhebungen angegeben werden sollen.

a) Die Ableitung der Schwerewerte g und die Auswertung des Integrales.

Die Schwerewerte g leiten wir aus den beobachteten Werten der Stationen des schweizerischen Schwerenetzes in folgender Weise ab.

Wir befreien die beobachteten Schwerewerte g von der Vertikalanziehung der Massen in der Umgebung der Station; diese Vertikalanziehung berechnen wir mit einem *konstanten* Wert der Gesteinsdichte θ_0 :

$$\theta_0 = 2,70.$$

Ist

$\Delta g''$ die topographische Korrektur,

$\Delta g'_0$ die Vertikalanziehung der ebenen zylindrischen Platte, deren Höhe gleich der Meereshöhe der Station ist,

Δg die normale Änderung der Schwere in freier Luft,

so ist

$$g'' \text{ (beob.)} = g \text{ (beob.)} + \Delta g - \Delta g'_0 + \Delta g''$$

ein reduzierter Schwerewert, der nur noch veränderlich ist, weil wir die wirklichen Gesteinsdichten der Massen oberhalb des Meeresniveaus und die Wirkung des Massendefektes nicht berücksichtigt haben, wenn wir von der Änderung mit der Breite und von der Wirkung der ausserhalb der zylindrischen Platte gelegenen Massen, die wir nicht in die Berechnung der Vertikalanziehung einbezogen haben, absehen. Den Radius der zylindrischen Platte nehmen wir zu 42 km an.

Diese Werte g'' können den Bänden 12, 13, 15 und 16 entnommen werden, wenn noch eine kleine Korrektur angebracht wird, durch die berücksichtigt wird, dass jene Werte vergleichbar gemacht worden sind durch die Verminderung der beobachteten Werte um die Vertikalanziehung einer unendlich ausgedehnten, ebenen Platte.

Wir benützen diese Werte zur Konstruktion einer Karte mit Linien gleichen Wertes von g'' , welcher die an den Punkten des astronomischen Nivellements gültigen Werte entnommen werden können. Die interpolierten Werte von g an der Erdoberfläche ergeben sich dann auf Grund der Beziehung:

$$g \text{ (interp.)} = g'' \text{ (interp.)} - (\Delta g - \Delta g'_0 + \Delta g'') \text{ (berech.)}$$

Die Vertikalanziehung der äusseren Massen d. i. $\Delta g'_0 - \Delta g''_0$, ist wieder mit der konstanten Dichte 2,70 zu berechnen.

Dieses Interpolationsverfahren hat den Vorteil, dass die Schwerewerte g der Erdoberfläche unter dem bestmöglichen Anschluss an die durch die Beobachtungen festgestellten Schwereverhältnisse abgeleitet werden; an denjenigen Punkten, wo die Schwere beobachtet worden ist, führt das Verfahren zum beobachteten Wert zurück.

Die nach diesem Verfahren abgeleiteten Schwerewerte sind in der Kolonne „ g “ der Tabelle 9 angegeben. Sie ändern, wie ersichtlich, noch stark von Station zu Station. Um mit ihrer Hilfe das Integral $\int (g - g_0) dz$ auszuwerten, gehen wir folgendermassen vor. Wir reduzieren die g -Werte auf ebenes Terrain durch Anbringung der topographischen Korrektur $\Delta g''$; diese folgt aus dem Wert $\Delta g''_0$ durch Multiplikation mit $\bar{\Theta}_0/\Theta_0$:

$$\Delta g'' = \bar{\Theta}_0/\Theta_0 \cdot \Delta g''_0;$$

$\bar{\Theta}_0$ ist ein spezieller Wert der Gesteinsdichte, welcher den lokalen Verhältnissen Rechnung trägt (siehe Seite 25 und 27).

Setzen wir an 2 aufeinander folgenden Stationen i und k

$$g'_i = (g + \Delta g'')_i,$$

$$g'_k = (g + \Delta g'')_k,$$

und

$$a' = (g'_k - g'_i) / (z_k - z_i),$$

so gilt an einem Punkt der Höhe z im Intervall zwischen den Punkten i und k sehr nahe die Beziehung

$$g' = g'_i + a' (z - z_i).$$

Durch diesen Ansatz werden auch Änderungen in g erfasst, die der horizontalen Entfernung Δs proportional sind, insofern Δs und $(z - z_i)$ einander proportional sind. Das ist aber sehr annähernd in der grossen Mehrzahl der Intervalle der Fall, da die Zwischenstationen an Berghänge zwischen die auf Bergspitzen oder im Grunde von Tälern gelegenen Beobachtungsstationen eingeschaltet worden sind.

Setzt man im Intervall zweier Stationen

$$g = g'_i + a' (z - z_i) - \Delta g'',$$

so wird

$$\int_i^k (g - g_0) dz = \left(\frac{g'_i + g'_k}{2} - g_0 \right) \cdot (z_k - z_i) - \int_i^k \Delta g'' dz.$$

Den Wert des Integrales $\int \Delta g'' dz$ berechnen wir auf folgende Weise. Die topographischen Korrekturen $\Delta g''$ der Beobachtungspunkte und der Zwischenpunkte werden als Ordinaten zu den horizontalen Entfernungen s als Abszissen aufgetragen, und durch die so erhaltene Punktfolge wird eine kontinuierlich verlaufende Kurve gelegt. Zur sicheren Festlegung dieser Kurve mussten an verschiedenen Stellen weitere $\Delta g''$ -Werte berechnet

werden; es sind diejenigen Punkte, deren Stationsbezeichnung mit einem Akzent versehen wurde, z. B. 27c' (siehe Tafelbeilage und Tabelle 9). Die Zahl der Punktintervalle beträgt nun 123, die durchschnittliche Entfernung von Punkt zu Punkt 2,3 km. Die Intervalle werden an Hand des Verlaufes der $\Delta g''$ -Kurve in Teilintervalle zerlegt, deren obere und untere Integrationsgrenze so gewählt wird, dass ein auf ± 1 mgal genauer Mittelwert von $\Delta g''$ abgelesen und vor das Integralzeichen genommen werden kann. Bei der Zerlegung in Teilintervalle wird ferner darauf geachtet, dass die Veränderliche z im Integrationsintervall nur zu- oder nur abnimmt. Ist $\Delta g''_v$ der Mittelwert im einzelnen Teilintervall, n deren Anzahl zwischen 2 Stationen i und k , Δz_v das einzelne Integrationsintervall, so ist

$$\int_i^k \Delta g'' dz = \sum_{v=1}^n \Delta g''_v \cdot \Delta z_v.$$

In der Tabelle 9 sind nicht die numerischen Werte von $\sum \Delta g''_v \Delta z_v$ angeführt, sondern die Werte

$$\Delta \bar{g}'' = \frac{\sum \Delta g''_v \Delta z_v}{z_k - z_i}.$$

Setzt man dann zur Abkürzung

$$\bar{g} = \frac{g'_i + g'_k}{2} - \Delta \bar{g}'',$$

so wird

$$\int_i^k (g - g_0) dz = (\bar{g} - g_0) \cdot (z_k - z_i)$$

und

$$\int_A^C (g - g_0) dz = \sum_A^C (\bar{g} - g_0) \cdot (z_k - z_i).$$

Beispielsweise ist im Intervall der Punkte 27b und 27c:

v	Δz_v	$\Delta g''_v$
	m	mgal
1	+ 100	23,6
2	+ 120	24,7
3	- 120	25,8
4	- 100	26,8
5	- 100	26,4
6	- 100	24,4
7	- 130	22,4

$$\sum \Delta g''_v \cdot \Delta z_v = - 8444 \text{ m} \cdot \text{mgal}$$

$$z_k - z_i = - 330 \text{ m}$$

$$\Delta \bar{g}'' = + 25,6 \text{ mgal}.$$

$$\frac{g'_i + g'_k}{2} = 980,388_3 \text{ gal}$$

$$\bar{g} = 980,363$$

$$\bar{g} - g_0 = -37 \text{ mgal}$$

$$(\bar{g} - g_0) \cdot (z_k - z_i) = +12210 \text{ m} \cdot \text{mgal}$$

b) Die Berechnung der Durchschnittswerte \bar{G} im Ausdruck $H(g_0 - \bar{G})$.

Ist g_0 die Schwerebeschleunigung im Punkte Q , der sich auf der Lotlinie im Abstand h vom Oberflächenpunkt P befindet, so ist der Durchschnittswert \bar{G} definiert durch die Beziehung:

$$(1) \quad H \cdot \bar{G} = \int_0^h g_0 \, dh.$$

Der Wert g_0 lässt sich in folgender Weise auf den Oberflächenwert g zurückführen. Es sei

Δg_P die Vertikalanziehung der über dem Meeresniveau liegenden Massen auf den Stationspunkt P .

Denkt man sich diese Massen weggenommen, so geht g in den Wert

$$g - \Delta g_P$$

über. Geht man vom Punkt P jetzt über zum Punkt Q , so nimmt g um die Änderung der Schwerebeschleunigung in freier Luft zu; bezeichnen wir diese mit

$$\Delta g_h,$$

so ist

$$g - \Delta g_P + \Delta g_h$$

die Schwere, die man im Punkt Q in freier Luft beobachtet hätte. Der gesuchte Wert g_0 geht daraus hervor, dass man die weggenommenen Massen wieder an ihren Ort versetzt und die ihrer Vertikalanziehung entsprechende Korrektur Δg_0 anbringt:

$$(2) \quad g_0 = g + \Delta g_h - \Delta g_P + \Delta g_0.$$

Sowohl Δg_P als Δg_0 zerlegen wir in zwei Teile, von denen je der erste die Wirkung der stationsnahen Massen erfasst, die ohne Rücksicht auf die Erdkrümmung berechnet werden darf. Die „ebene“ Rechnung erstrecken wir bis zu einer Entfernung $\bar{a} = 42$ km. Das Terrain zerlegen wir, wie üblich, in Zonen und Sektoren. Die Vertikalanziehung der zwischen Meeresniveau und Erdoberfläche enthaltenen Massen eines Zonensektors sei $\delta\bar{g}_P$ oder $\delta\check{g}_P$, je nachdem der Zonensektor innerhalb oder ausserhalb der Entfernung \bar{a} liegt. Es wird dann

$$\Delta g_P = \sum \delta\bar{g}_P + \sum \delta\check{g}_P.$$

Hierin kann $\sum \delta \bar{g}_p$ auf die Anziehung eines Kreiszyinders vom Radius \bar{a} und auf die topographische Reduktion $\Delta g''$ zurückgeführt werden. Hiezu denkt man sich in allen Zonensektoren, deren Terrainhöhe h_0 kleiner ist als die Stationshöhe H , den Raum zwischen Erdoberfläche und Stationsniveau mit Masse von derselben positiven und negativen Dichte ausgefüllt. Die Dichte Θ_0 dieser Massen setzen wir gleich der durchschnittlichen Dichte der Massen zwischen Erdoberfläche und Meeresniveau. Bezeichnen wir mit $\delta g_p''$ die nach oben positiv genommene Vertikalanziehung der Massen von der Dichte $-\Theta_0$ oder der oberhalb des Stationsniveaus gelegenen Massen von der Dichte Θ_0 , mit δg_0 die nach unten positiv genommene Vertikalanziehung des einzelnen Zonensektors von der Höhe H , so wird

$$\sum \delta \bar{g}_p = \sum \delta g_0 - \sum \delta g_p''.$$

$\sum \delta g_0$ ist nun die Vertikalanziehung eines Kreiszyinders vom Radius \bar{a} und der Höhe H ; $\sum \delta g_p''$ ist die topographische Korrektur $\Delta g''$. Um $\sum \delta g_0$ auf die Anziehung eines homogenen Kreiszyinders zurückzuführen, führen wir an Stelle der von Zonensektor zu Zonensektor variablen Dichte Θ_0 eine durchschnittliche Dichte Θ_H ein und setzen in ausreichender Näherung

$$\sum \delta g_0 = \frac{3g}{2\Theta_m R} \Theta_H H \left(1 - \frac{H}{2\bar{a}} + \dots\right) = \Delta g'_H \left(1 - \frac{H}{2\bar{a}} + \dots\right).$$

Hierin bedeutet

$$\frac{3g}{2\Theta_m R} \Theta_H H = \Delta g'_H$$

die Vertikalanziehung der unendlich ausgedehnten ebenen Platte von der Dichte Θ_H und der Dicke H .

Der Wert von Δg_p ist damit auf die Berechnung von drei Gliedern zurückgeführt:

$$(3) \quad \Delta g_p = \Delta g'_H \left(1 - \frac{H}{2\bar{a}}\right) - \Delta g'' + \sum \delta \check{g}_p.$$

Die Anziehung Δg_0 zerlegen wir in ähnlicher Weise in die Anziehungskomponenten $\delta \bar{g}_0$ der Zonensektoren innerhalb \bar{a} und in die Anziehungskomponenten $\delta \check{g}_0$ der Zonensektoren ausserhalb \bar{a} :

$$\Delta g_0 = \sum \delta \bar{g}_0 + \sum \delta \check{g}_0.$$

Das erste Glied rechterhand setzt sich zusammen aus:

1. der Anziehung eines Kreiszyinders der Höhe $H-h$,
2. der nach oben gerichteten Anziehung eines Kreiszyinders der Höhe h , und
3. der Resultante der Vertikalanziehungen, welche die Massen, die in die Berechnung der topographischen Korrektur des Oberflächenpunktes P eingehen, auf den Punkt Q ausüben; wir bezeichnen diese Resultante mit $\Delta g''_0$, und nehmen sie, wie $\Delta g''$, nach oben positiv.

Es ergibt sich somit folgende Darstellung von $\sum \delta \bar{g}_o$:

$$\sum \delta \bar{g}_o = \Delta g'_{H-h} \left(1 - \frac{H-h}{2\bar{a}} + \dots \right) - \Delta g'_h \left(1 - \frac{h}{2\bar{a}} + \dots \right) - \Delta g''_o.$$

Setzt man zur Abkürzung

$$p = \frac{3g}{2\Theta_m R},$$

und bezeichnet mit Θ_{H-h} und Θ_h die durchschnittlichen Dichten der beiden Kreiszyylinder von der Höhe $H-h$ resp. h , so erhält man die folgende Darstellung von g_o :

$$(4) \quad g_o = g + \Delta g_h - p \left\{ \Theta_H \left(1 - \frac{H}{2\bar{a}} \right) - \Theta_{H-h} (H-h) \cdot \left(1 - \frac{H-h}{2\bar{a}} \right) + \Theta_h h \cdot \left(1 - \frac{h}{2\bar{a}} \right) \right\} + \Delta g'' - \Delta g''_o - \sum (\delta \check{g}_r - \delta \check{g}_o).$$

Vernachlässigen wir die Unterschiede, die zwischen den Dichtewerten Θ_H , Θ_{H-h} und Θ_h bestehen, und führen wir an ihrer Stelle einen gemeinsamen mittleren Wert $\bar{\Theta}$ ein, so geht (4) in den folgenden, einfacheren Ausdruck über:

$$(5) \quad g_o = g + \Delta g_h - p \bar{\Theta} \cdot 2h \left(1 - \frac{H}{2\bar{a}} \right) + \Delta g'' - \Delta g''_o - \sum (\delta \check{g}_r - \delta \check{g}_o).$$

Führt man diesen Wert in die Gleichung (1) ein, so erhält man für \bar{G} :

$$\bar{G} = g + \Delta g_{H/2} - \Delta g'_H \left(1 - \frac{H}{2\bar{a}} \right) + \Delta g'' - \frac{1}{H} \int_0^H \Delta g''_o dh - \sum \left(\delta \check{g}_r - \frac{1}{H} \int_0^H \delta \check{g}_o dh \right).$$

Als Abkürzung führen wir ein:

$$(6) \quad \Delta \bar{G}'' = \frac{1}{H} \int_0^H \Delta g''_o dh,$$

$$(7) \quad \Delta \check{G} = \sum \left(\delta \check{g}_r - \frac{1}{H} \int_0^H \delta \check{g}_o dh \right).$$

Der obige Ausdruck von \bar{G} nimmt dann die folgende Form an:

$$(8) \quad \bar{G} = g + \Delta g_{H/2} - \Delta g'_H \left(1 - \frac{H}{2\bar{a}} \right) + \Delta g'' - \Delta \bar{G}'' - \Delta \check{G}.$$

Der numerische Wert der fünf Glieder, deren Summe gleich $\bar{G} - g$ ist, ist in folgender Weise ermittelt worden.

Das Glied $\Delta g_{H/2}$ hat die Bedeutung

$$\frac{1}{H} \int_0^H \Delta g_h dh;$$

Δg_h ist die Änderung, welche die Schwerebeschleunigung beim Übergang vom Punkt P zum Punkt Q in freier Luft erleidet, nachdem die topographischen Massen weggenommen worden sind. Diese Änderung ist, streng genommen, nicht identisch mit der normalen Änderung der Schwere in freier Luft. Aus einer Untersuchung der Schwereverhältnisse im Simplongebiet¹⁾ geht hervor, dass dort die Änderung in freier Luft trotz einem grossen Massendefekt nicht merklich abweicht von der normalen Änderung; die beobachteten Schwerewerte geben 308,4 mgal/km gegenüber der normalen Änderung von 308,6 mgal/km. Es ist hiernach gerechtfertigt, $\Delta g_{H/2}$ gleich $\frac{1}{2} \Delta g_H$ zu setzen und für Δg_H die normale Änderung einzuführen.

Das Glied $\Delta g'_H$ ist mit einem mittleren Wert $\bar{\Theta}$ der Gesteinsdichte berechnet worden; diese ist in folgender Weise abgeleitet worden.

Mit Hilfe der geologischen Profile dreier Stationen des schweizerischen Schwerenetzes, die in der Nähe des Meridianes des astronomischen Nivellements liegen, wurde untersucht, ob sich für die mit h veränderlichen Werte Θ_{H-h} und Θ_h ein einfacher Ansatz machen lässt. Die gewählten Stationen können als Beispiele ungünstiger Dichteverhältnisse gelten. Die erste Station, Schaffhausen, befindet sich über horizontal gelagerten Schichten, deren Dichten von 2,40 bis 2,65 variieren; auf eine oberflächliche Schicht der Dichte 2,40 folgen drei Schichten mit den Dichten 2,65; 2,50 und 2,45, deren Mächtigkeiten sich verhalten wie 8:3:3. Die Profile der beiden anderen Stationen, Fusio und St. Gotthard (Passhöhe), zeigen steile bis senkrecht einfallende Schichten, deren Dichtewerte hauptsächlich zwischen 2,60 und 2,80 liegen; in kleineren Einlagen kommen auch Gesteinsmassen vor, deren Dichtewerte auf 2,50 heruntergehen oder bis 2,95 ansteigen.

Die mittleren Dichten Θ_h und Θ_{H-h} sind nach dem Verfahren, das im Band 12, S. 325 beschrieben ist, für äquidistante Punkte Q der Lotlinie abgeleitet worden. Es hat sich in den drei untersuchten Fällen ergeben, dass sich diese Dichtewerte sehr nahe proportional der Höhe h ändern. Macht man den Ansatz:

$$\Theta_h = \bar{\Theta}_u + a(H-h),$$

$$\Theta_{H-h} = \bar{\Theta}_o + \beta h,$$

worin a und β Konstanten sind, so hat $\bar{\Theta}_o$ die selbe Bedeutung wie Θ_H , während $\bar{\Theta}_u$ der Mittelwert der Dichte ist, der in Betracht kommt, wenn die Anziehung der ebenen Platte auf den im Meeresniveau gelegenen Punkt der Lotlinie zu berechnen ist.

Setzt man zur Abkürzung

$$2\bar{\Theta} = \bar{\Theta}_o + \bar{\Theta}_u,$$

$$2\Delta\Theta = (\beta - a) \cdot H,$$

so tritt zu den 5 Gliedern des Ansatzes (8) noch das folgende:

$$+ \Delta g'_H \frac{\Delta\Theta}{3\bar{\Theta}}.$$

¹⁾ Vergl. Band 12 der Veröffentlichungen der Kommission, S. 368.

Dieses von $\Delta\theta$ abhängige Korrektionsglied ist für die 3 genannten Stationen berechnet worden. Die aus den geologischen Profilen abgeleiteten Werte von θ_h und θ_{H-h} gelten nur für die Gesteinsverhältnisse in der Richtung senkrecht zum Streichen der Schichten. Die parallel zur Streichrichtung gültigen Werte sind auf Grund der Verhältnisse in der Umgebung der Lotlinie, wie sie die vorhandenen Profile erkennen lassen, abgeschätzt worden. Zur Berechnung des Korrektionsgliedes wurde das Mittel der senkrecht und parallel zur Streichrichtung gültigen Werte benützt. Es haben sich auf diesem Weg die folgenden Zahlenwerte ergeben:

Station	$\bar{\theta}$	$\Delta\theta$	$\Delta g'_u$	$\Delta g'_u \frac{\Delta\theta}{3\bar{\theta}}$
Schaffhausen	2,56	—0,10	48 mgal	—0,6 mgal
Fusio	2,76	—0,02	145	—0,3
St. Gotthard	2,68	—0,03	236	—0,9

Hiernach hat man im schlimmsten Fall infolge der Vernachlässigung dieses Korrektionsgliedes im Durchschnittswert der Schwere einen Fehler von 1 mgal zu befürchten. Sowohl nördlich und südlich des St. Gotthard-Gebietes als auch im Mittelland hat man nach den geologischen Profilen der Schwerestationen mit viel weniger ungünstigen Gesteinsverhältnissen zu rechnen. Wir berücksichtigen deshalb das von $\Delta\theta$ abhängige Korrektionsglied nicht. Dagegen ist es notwendig, zuverlässige Werte für $\bar{\theta}$ abzuleiten.

Zu diesem Zweck sind auf Grund der geologischen Profile die Werte $\bar{\theta}_o$ und $\bar{\theta}_u$ sämtlicher Schwerestationen, die in der Nähe des Meridianes des astronomischen Nivelllements liegen, berechnet worden. In der Mehrzahl der Fälle sind die geologischen Verhältnisse übrigens so einfach, dass diese Werte ohne weitläufige Rechnung angesetzt werden konnten; sie sind in der folgenden Tabelle angeführt.

Station	H	Breite	$\bar{\theta}_o$	$\bar{\theta}_u$	$\bar{\theta}$
	m				
Schaffhausen	428	47°42'	2,57	2,55	2,56
Winterthur	444	30	,48	,46	,47
Pfäffikon	412	12	,46	,45	,46
Cham	429	11	,49	,49	,49
Seewen	460	02	,66	,66	,66
Altorf	489	46 52	,64	,66	,65
Amsteg	524	46	,74	,74	,74
Göschenen	1106	40	,65	,65	,65
Sa. Maria-Medels	1842	35	,71	,72	,71
St. Gotthard	2094	33	,68	,68	,68
Airolo	1166	32	,72	,76	,74
Fusio	1281	27	,77	,76	,76
Bignasco	442	21	,66	,66	,66
Maggia	331	15	,70	,74	,72
Spruga	1116	12	,68	,68	,68
Brissago	209	07	,69	,75	,72

Durch graphische Interpolation oder, wo es angängig war, durch einfache Mittelbildung sind die angegebenen Werte von $\bar{\theta}$ auf den Meridian des astronomischen Nivellements übertragen worden, wodurch sich der in der nächsten Tabelle angegebene Verlauf in Abhängigkeit von der Breite ergeben hat:

Breite	$\bar{\theta}$	$\bar{\theta}_o$	Breite	$\bar{\theta}$	$\bar{\theta}_o$
47°40'	2,56	2,55	46°40'	2,70	2,69
30	,47	,49	35	,72	,70
20	,47	,47	30	,75	,74
15	,45	,45	25	,76	,75
10	,47	,48	20	,73	,69
05	,56	,59	15	,70	,68
00	,66	,66	10	,70	,69
46 50	,66	,66	05	,70	,70
45	,70	,74	00	,70	,70
40	,70	,69			

In der vorstehenden Tabelle sind auch die auf den Meridian des astronomischen Nivellements übertragenen Werte von $\bar{\theta}_o$ angegeben. Wir benützen diese zur Berechnung der topographischen Korrekturen $\Delta g''$. Streng genommen müssten hiezu wieder spezielle Werte verwendet werden; doch können, wenn an deren Stelle die Werte $\bar{\theta}_o$ eingeführt werden, keine Fehler von erheblichem Betrag entstehen, weil zur Berechnung der kleinen Beträge, welche die topographische Korrektur auf den tief gelegenen Stationen des Mittelandes annimmt, schon ein roh geschätzter Dichtewert vollkommen ausreicht und weil die Dichte, die zur Berechnung der grossen Beträge der Gipfelstationen massgebend ist, hauptsächlich von der Dichte $\bar{\theta}_o$ der zwischen Stationsniveau und Erdoberfläche zugefügten Massen abhängig ist.

Die beiden Glieder $\Delta g''$ und $\Delta \bar{G}''$ können miteinander berechnet werden; sie sind beide eine Funktion der relativen Terrainhöhen, das zweite ausserdem noch eine Funktion der Stationshöhe. Zur Berechnung ist das Verfahren benützt worden, das in der Veröffentlichung der Kommission „Nivellement und Schwere als Mittel zur Berechnung wahrer Meereshöhen“ dargelegt ist; es beruht auf folgenden Überlegungen.

Die Vertikalanziehung der Masse des einzelnen Zonensektors, die bei der Berechnung von $\Delta g''_o$ zu berücksichtigen ist, d. h. die negative Masse zwischen Erdoberfläche und Stationsniveau oder die positive Masse oberhalb des Stationsniveaus, auf den Punkt Q sei A_φ ; es ist dann

$$\Delta g''_o = \sum A_\varphi,$$

und

$$H \cdot \Delta \bar{G}'' = \sum \int_0^h A_\varphi dh.$$

Wir setzen

im Fall $h = h_0 - H > 0$:
$$\int_0^h A_0 dh = \Theta H \cdot F(H, h),$$

im Fall $h = h_0 - H < 0$:
$$\int_0^h A_0 dh = \Theta_0 H \cdot \Phi(H, h).$$

Führen wir zwei Faktoren λ und μ ein, die nur die Werte $+1$ oder 0 annehmen können, und setzen wir fest, dass

$$\lambda = 1 \text{ und } \mu = 0, \text{ wenn } h > 0$$

$$\lambda = 0 \text{ und } \mu = 1, \text{ wenn } h < 0,$$

so lässt sich $\Delta \bar{G}''$ in der folgenden Form schreiben:

$$(9) \quad \Delta \bar{G}'' = \sum (\lambda \Theta F - \mu \Theta_0 \Phi).$$

Berechnet man die Werte von A_0 für äquidistante Punkte der Lotlinie, so lassen sich die Funktionen F und Φ leicht durch numerische Integration ableiten. Sie sind für die nachstehend angegebene Folge von Zonen berechnet worden; die Zonen sind durchweg in 8 Sektoren von gleicher Öffnung aufgeteilt worden.

Nr. der Zonen	Grenzradien	Zonen-Nr. in der Lotabweichungs-Berechnung
a	0,1	1
b	0,2	2
c	0,3	3
d	0,4	4
I	0,5	5, 6, 7
II	1,0	8, 9
III	1,4	10, 11
IV	2,0	12, 13
V	2,6	14, 15, 16
VI	4,2	17, 18
VII	6,0	19, 20
VIII	8,0	21, 22, 23
IX	12,0	24, 25, 26
X	20,0	27, 28
XI	29,0	29, 30
	42,0	

Von einer Wiedergabe der numerischen Werte der Funktionen F und Φ sehen wir ab. Die Berechnung des Ausdruckes (9) von $\Delta \bar{G}''$ gestaltet sich am einfachsten mit Hilfe einer graphischen Darstellung der Funktionswerte von der Art, die in den Tafeln der Beilage gegeben ist. Am Kopf der Tafeln sind die Werte

$$F_0 = F(0, h)$$

für $\Theta = 1$ aufgetragen; sie werden gebraucht zur Ermittlung der topographischen Korrektio-
 tion $\Delta g''$ des Oberflächenpunktes:

$$\Delta g'' = \sum \Theta F_0.$$

In den Tafeln selbst sind die Differenzen

$$\Delta F = F(H, h) - F(0, h)$$

und die Werte der Funktion Φ dargestellt; durch Kurven werden die Bereiche abgegrenzt,
 in welchen ΔF und Φ die angeschriebenen Werte annehmen bei Abrundung der genauen
 Werte. Einheit der angeschriebenen Zahlen ist durchweg 10^{-2} mgal.

Die mittleren Höhen h der einzelnen Zonensektoren sind aus den mittleren Höhen
 des Lotabweichungsnetzes abgeleitet worden. Diese letzteren sind in jeder Zone zunächst
 ihrer Grösse nach geordnet worden. In den Zonen Nr. 1 bis 4 des Lotabweichungsnetzes,
 die 16 Sektoren enthalten, wurden je 2 aufeinanderfolgende Höhen gemittelt. In den fol-
 genden Zonen, die im Lotabweichungsnetz je 32 Sektoren enthalten, sind zunächst je 4 der
 ihrer Grösse nach geordneten mittleren Höhen gemittelt worden, so dass noch 8 Mittel-
 werte pro Zone vorliegen. Aus der Zusammenstellung, Seite 28, ist ersichtlich, welche Zo-
 nen des Lotabweichungsnetzes zu *einer* Zone in der Berechnung von $\Delta g''$ und $\Delta \bar{G}''$ zusam-
 mengezogen worden sind. Sind in 2 resp. 3 Zonen des Lotabweichungsnetzes, die zur Bil-
 dung *einer* Zone benützt werden, h' , h'' und h''' die mittleren Höhen, die im gleichen Rang
 der geordneten Reihen stehen, so ist ein Gewichtsmittel derselben gebildet worden. Die
 Gewichte wurden ungefähr der Zonenbreite proportional angesetzt. Da bei diesem Verfah-
 ren nur mittlere Höhen von nahe demselben Betrag gemittelt werden, kann von der Ein-
 führung genauer Gewichte abgesehen werden.

Die Berechnung des letzten Gliedes in der Beziehung (8)

$$\Delta \check{G} = \sum \left(\delta \check{g}_p - \frac{1}{H} \int_0^h \delta \check{g}_o dh \right)$$

gestaltet sich sehr einfach, wenn man beachtet, dass es wegen der grossen Entfernung
 der Massen genügt, $\delta \check{g}_o$ mit einem Mittelwert vor das Integral zu setzen und dafür den
 Wert von $\delta \check{g}_o$ in der Höhe $H/2$ zu nehmen. Bezeichnen wir diesen Wert mit $\delta \check{g}_o$, so wird

$$\Delta \check{G} = \sum (\delta \check{g}_p - \delta \check{g}_o).$$

Die Summe ist über alle Sektoren der Zonen ausserhalb der Entfernung \bar{a} zu er-
 strecken. Es sind bei der Durchführung der Berechnung die Massen der folgenden Zonen
 berücksichtigt worden:

Zone A	42 bis 70 km,
B	70 bis 112 km,
C	112 bis 188 km.

Da die Werte von $(\delta\check{g}_P - \delta\check{g}_{Q_0})$ sehr nahe der Terrainhöhe h_0 proportional zunehmen, ist es nicht mehr nötig, die Zonen in Sektoren zu zerlegen; es genügt, die Zonenwerte von $(\delta\check{g}_P - \delta\check{g}_{Q_0})$ zu benutzen. Diese sind in der folgenden Tabelle für die 3 Zonen A, B und C angegeben; sie sind durch numerische Integration des Ausdruckes für die Anziehung einer sphärischen Scheibe auf einen Punkt normal über dem Zentrum ermittelt worden und gelten für die Dichte 1.

Tabelle 4.

Zonenwerte von $(\delta\check{g}_P - \delta\check{g}_{Q_0})$ in Einheiten von 10^{-2} mgal für $\Theta = 1$.															
$\begin{matrix} H \\ h_0 \end{matrix}$	0	800	1600	2400	3200	0	800	1600	2400	3200	0	800	1600	2400	3200
	Zone A					Zone B					Zone C				
m															
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
800	0	13	26	38	50	0	7	14	22	29	0	5	10	14	19
1600	0	25	51	76	101	0	14	28	43	58	0	10	19	29	38
2400	0	38	76	114	151	0	22	43	65	86	0	14	29	43	58
3200	0	50	101	152	202	0	29	58	86	116	0	19	38	58	77

Die mittleren Höhen h_0 der Zone A sind aus den mittleren Höhen der Zonen Nr. 31, 32 und 33 des Lotabweichungsnetzes abgeleitet worden; diejenigen der Zonen B und C sind aus den Höhen dieser Zonen, die vom Verfasser zum Zweck der Berechnung der isostatischen Reduktion der schweizerischen Schwerestationen bestimmt worden sind, durch Interpolation abgeleitet worden.

Die Durchführung der Berechnung von \bar{G} nach dem dargelegten Verfahren erläutern wir an einem Zahlenbeispiel, das sich auf die Station Nr. 42, Pizzo del Corno, bezieht. Die relativen Höhen der Zonensektoren innerhalb 42 km Entfernung sind in der Tabelle 5 gegeben; die grosse Meereshöhe der Station, $H = 2501$ m, hat zur Folge, dass fast ausschliesslich negative Höhen h vorkommen. In den Sektoren, wo nebeneinander positive und negative Werte von h auftreten, sind in Klammern die den Anziehungsbeträgen beizulegenden Gewichte angeführt. In der Tabelle 6 sind die Werte F_0 , in der Tabelle 7 die Werte ΔF , sowie in den „gemischten“ Sektoren die Werte Φ angegeben; die Werte von Φ der übrigen Sektoren finden sich in Tabelle 8.

Die mittleren Höhen der Zonen	A	B	C
sind:	1505	1200	920 m,
es entsprechen ihnen die Werte $(\delta\check{g}_P - \delta\check{g}_{Q_0})$	75	40	15 10^{-2} mgal

und
$$\Sigma(\delta\check{g}_P - \delta\check{g}_{Q_0}) = 1,30 \text{ mgal } (\Theta = 1).$$

Nr. 42. Pizzo del Corno; H=2501 m.

Relative Höhe des Geländes in Meter

Tabelle 5.

Zone Sektor	a	b	c	d	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI
1	-145	-310	-395	-425	-620	-810	-885	-995	-1300	-1255	-1200	-1210	-1205	-1400	-1620
2	-125	-255	-340	-365	-540	-700	-780	-900	-1130	-1035	-900	-815	-770	-1055	-1165
3	-115	-250	-310	-350	-485	-640	-720	-745	-870	-865	-655	-565	-605	-800	-910
4	-105	-225	-280	-310	-430	-560	-655	-670	-640	-730	-500	-395	-475	-615	-620
5	-100	-205	-250	-275	-375	-460	-545	-580	-460	-520	-405	-250	-230	-430	-400
6	-85	-175	-240	-235	-320	-380	-480	-425	-335	-330	-240	-115	-130	-260	-190 (43) + 20 (5)
7	-70	-145	-175	-205	-240	-300	-310	-340	-220	-135	-145 (7) + 20 (1)	-55 (11) + 40 (5)	-45 (7) + 60 (3)	-70 (14) + 180 (6)	-60 (21) + 85 (27)
8	-40	-70	-85	-95	-125	-120	-130	-160	-85 (14) + 90 (2)	-25 (13) + 55 (7)	-80 (3) + 110 (5)	+ 175	+ 130	+ 485	+ 420

Tabelle 6.

Werte F_0 in Einheiten von 10^{-2} mgal.

Zone Sektor	a	b	c	d	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	Summe
1	15	20	18	14	63	36	36	26	58	28	15	16	13	8	7	373
2	13	16	15	12	52	29	29	22	45	19	9	7	5	4	4	281
3	11	16	13	11	45	25	26	16	27	14	5	3	3	3	2	220
4	10	14	12	9	37	20	22	13	15	10	3	2	2	2	1	172
5	9	12	10	8	30	14	16	10	8	5	2	1	0	1	0	126
6	7	10	9	6	23	10	12	5	4	2	1	0	0	0	0	89
7	5	7	6	5	14	6	5	3	2	0	0	0	0	0	0	53
8	2	2	1	1	4	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	15
Summe	72	97	84	66	268	141	147	96	159	78	35	29	23	19	15	1329

Tabelle 7.

Werte ΔF und $-\Phi$ der gemischten Zonensektoren in Einheiten von 10^{-2} mgal.

Zone Sektor	a	b	c	d	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	
	In den Sektoren 1-5 treten ausschliesslich negative relative Höhen auf; die Φ -Werte können deshalb in dieser Tabelle weggelassen werden.															
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	$\begin{cases} -1 \\ 0 \end{cases}$
7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	$\begin{cases} -3 \\ 0 \end{cases}$	$\begin{cases} -1 \\ +1 \end{cases}$	$\begin{cases} -1 \\ +1 \end{cases}$	$\begin{cases} -1 \\ +2 \end{cases}$	$\begin{cases} 0 \\ 0 \end{cases}$	
8	-	-	-	-	-	-	-	-	$\begin{cases} -5 \\ +5 \end{cases}$	$\begin{cases} -1 \\ +2 \end{cases}$	$\begin{cases} -2 \\ +3 \end{cases}$	+ 4	+ 3	+ 5	+ 3	

Tabelle 8.

Werte $-\Phi$ und F in Einheiten von 10^{-2} mgal.

Zone Sektor	a	b	c	d	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	Summe
1	-2	-5	-6	-6	-37	-30	-36	-27	-45	-25	-16	-17	-14	-6	-4	-276
2	-2	-4	-5	-5	-34	-27	-33	-26	-45	-25	-15	-14	-11	-6	-4	-256
3	-2	-4	-5	-5	-31	-26	-31	-23	-41	-23	-12	-11	-10	-5	-4	-233
4	-2	-4	-4	-5	-28	-23	-29	-21	-33	-21	-10	-8	-8	-5	-3	-204
5	-2	-3	-4	-4	-25	-20	-26	-19	-26	-16	-8	-5	-4	-4	-2	-168
6	-2	-3	-4	-4	-22	-17	-23	-15	-21	-11	-5	-3	-3	-2	-1	-136
7	-1	-3	-3	-3	-17	-13	-16	-12	-13	-5	-3	0	0	0	0	-89
8	-1	-1	-2	-2	-9	-6	-7	-6	-4	0	+ 1	+ 4	+ 3	+ 6	+ 4	-20
	-14	-27	-33	-34	-203	-162	-201	-149	-228	-126	-68	-54	-47	-22	-14	-1382

Die übrigen Daten zur Berechnung von \bar{G} sind nachstehend zusammengestellt. Die mittleren Dichten $\bar{\theta}$ und $\bar{\theta}_0$ haben den Wert 2,75 und 2,74.

$$\begin{array}{rcl}
 g & = & = 980,109\ 4\ \text{gal} \\
 \frac{1}{2}\Delta g_H & = & = + 0,385\ 7\ \text{gal} \\
 -\Delta g'_H & = -104,60\ \bar{\theta}\ \text{mgal} & = -0,287\ 7\ \text{gal} \\
 +\Delta g'_H \frac{H}{2a} & = + 8,5\ \text{mgal} & = + 0,008\ 5\ \text{gal} \\
 \Delta g'' & = + 13,29\ \bar{\theta}_0\ \text{mgal} & = + 0,036\ 4\ \text{gal} \\
 -\Delta \bar{G}'' & = - 13,82\ \bar{\theta}_0\ \text{mgal} & = + 0,038\ 0\ \text{gal} \\
 -\Delta \bar{G} & = - 1,30\ \bar{\theta}\ \text{mgal} & = -0,003\ 6\ \text{gal} \\
 \hline
 \bar{G} & = & = 980,287\ \text{gal}
 \end{array}$$

Bevor die Funktionen F und Φ für das hier benützte Netz berechnet waren, sind die Mittelwerte \bar{G} einiger Stationen auch nach dem Verfahren ermittelt worden, das GALLE l. c. zur Berechnung von \bar{G} einiger weniger Punkte im Harz benützt hat; es hat ein Interesse, die nach beiden Verfahren gewonnenen Werte miteinander zu vergleichen.

Das Galle'sche Verfahren beruht darauf, die Werte $\Delta g''_0$ äquidistanter Punkte der Lotlinie zu berechnen und mit ihrer Hilfe zu $\Delta \bar{G}''$ überzugehen. Liegt die Station in geringer Meereshöhe und ist die Geländeform nicht sehr unregelmässig, so genügt es, den Wert von $\Delta g''_0$ im Oberflächenpunkt, im Fusspunkt des Meeresniveaus und im Punkt der halben Stationshöhe zu berechnen.

Nach diesem Verfahren sind die Werte $\Delta \bar{G}''$ einiger Stationen des astronomischen Nivellements des St. Gotthard-Meridianes ermittelt worden; es wurde nur insofern erweitert, dass die $\Delta g''_0$ -Werte nicht nur für 3, sondern für 5 äquidistante Punkte abgeleitet wurden. Nachstehend geben wir die Differenzen $\delta(\Delta \bar{G}'')$, die in den nach den beiden Verfahren gewonnenen Resultaten festgestellt worden sind, im Sinn „Berechnung mittels der F - und Φ -Werte minus Berechnung nach dem erweiterten Verfahren Galle's“:

Station	H	$\Delta \bar{G}''$	$\delta(\Delta \bar{G}'')$
Rienzerstock	2957 m	-54 mgal	-0,4 mgal
Giubing	2777	-38	-0,2
G'fallenberg	2626	-27	-0,5
Firstplangge	2169	0	-0,2

Beiden Berechnungsarten liegen dieselben mittleren Höhen zu Grunde. Bei der Verwendung der F - und Φ -Werte führt die Summation von 120 Einzelgliedern zur Kenntnis von $\Delta \bar{G}''$. Bei der Berechnung nach dem Galle'schen Verfahren bildeten die mittleren Höhen der Zonensektoren, in die das Terrain bei der Berechnung der Lotabweichungen zerlegt worden ist, das Ausgangsmaterial, so dass nur zur Ermittlung des einzelnen Wertes $\Delta g''_0$ die Summation von 896 Gliedern erforderlich war. In Anbetracht des grossen Unterschiedes im Arbeitsaufwand der beiden Verfahren überrascht es, dass die Differenzen $\delta(\Delta \bar{G}'')$

nur Beträge von wenigen zehntel Milligal erreichen. Dass durchweg das negative Zeichen auftritt, spricht dafür, dass dem einen oder andern Verfahren ein systematischer Fehler anhaftet; er ist aber so klein, dass er bei der Untersuchung der Genauigkeit der berechneten Geoiderhebungen ausser Acht gelassen werden darf.

In der Tabelle 9 ist die Berechnung der Korrektion E wegen der Lotkrümmung dargestellt. Die Kolonne H gibt die auf ganze Meter abgerundeten Stationshöhen; die Differenzen $z_k - z_i$ werden gleich $H_k - H_i$ gesetzt. Die Dichtewerte $\bar{\theta}_o$ werden zur Berechnung von $\Delta g''$, die Werte $\bar{\theta}$ zur Berechnung von $\Delta g'_u$ benützt. Auf die durch Interpolation gewonnenen Oberflächenwerte g folgen die topographischen Korrekturen $\Delta g''$ und die hieraus abgeleiteten Werte $\Delta \bar{g}''$. Die Zahlenwerte von $\Delta \bar{G}''$ und $\Delta \check{G}$ sind nicht einzeln angegeben, sondern nur ihre Summe; der Hauptbetrag dieser Summe rührt von $\Delta \bar{G}''$ her; nur auf den hochgelegenen Stationen nimmt $\Delta \check{G}$ Werte von 3—4 mgal an. Die drittletzte Kolonne gibt die fortlaufenden Summen von $(\bar{g} - g_o) \cdot (z_k - z_i)$, die zweitletzte die Differenzen $[H(g_o - \bar{G})]_i^c$; der Wert von $H(g_o - \bar{G})$ im Anfangspunkt A beträgt $634 \cdot (980\,400 - 980\,757) = -226\,338$ mgal $\cdot m$. In der letzten Kolonne folgen die auf Millimeter abgerundeten Werte von E .

Tabelle 9.

Nr.	H	Breite	Länge ö. Gr. 34m +	Mittlere Gesteinsdichte		g = 980 000 +	$\Delta g''$	$\Delta \bar{g}''$	$\Delta \bar{G}'' + \Delta \check{G}$	$\sum_A^c (\bar{g} - g_0) (z_k - z_i)$	$[H(g_0 - \bar{G})]_A^c$	E
				$\bar{\theta}_0$	$\bar{\theta}$							
1	m	47°47,8	37*	2,55	2,56	725,6	+ 0,2			0	0	0
1 a	620	46,5	38	,55	,56	722,6	0,9	- 3,1	- 1,0	0	+ 8 098	+ 4
2	675	45,9	38	,55	,56	709,7	0,5	+ 0,8	+ 1,3	+ 12 788	- 6 537	6
3	589	44,3	37	,55	,56	720,9	0,3	+ 0,3	- 2,0	- 14 302	+ 20 188	6
4	439	42,8	37	,55	,56	744,6	0,4	+ 0,4	- 1,0	- 64 252	+ 66 542	2
5	439	41,4	37	,55	,56	739,1	0,5	0,0	+ 1,8	- 64 252	+ 68 298	4
5 a	490	41,0	36	,55	,56	727,0	1,1	+ 1,0	+ 0,6	- 47 269	+ 54 348	7
5 b	500	40,3	36	,55	,56	723,2	0,4	+ 4,0	+ 0,8	- 44 049	+ 52 838	9
6	468	39,5	36	,55	,56	726,5	0,4	+ 0,3	+ 0,9	- 54 449	+ 62 538	8
7	406	37,2	37	,53	,53	731,0	0,1	+ 0,3	- 0,9	- 74 847	+ 84 238	9
7 a	380	36,4	38	,53	,53	733,1	0,3	+ 0,2	+ 0,6	- 83 479	+ 92 958	10
7 b	430	35,4	38	,52	,52	719,4	0,9	+ 1,2	+ 0,9	- 67 179	+ 79 278	12
8	511	34,7	38	,52	,51	701,5	0,8	+ 1,0	- 0,6	- 42 069	+ 57 708	16
9	525	33,2	38	,51	,50	694,9	0,3	+ 0,1	- 2,2	- 37 883	+ 57 288	20
9 a	470	31,8	38	,50	,49	700,8	0,8	+ 0,9	0,0	- 54 273	+ 73 588	20
10	519	30,7	37	,49	,48	686,8	1,6	+ 2,5	+ 0,8	- 39 965	+ 61 296	22
10 a	550	30,3	37	,49	,47	679,7	1,3	+ 1,1	- 2,5	- 31 161	+ 55 838	25
11	618	28,8	37	,49	,47	662,3	0,4	+ 1,2	- 1,0	- 12 733	+ 42 792	31
12	548	27,0	38	,48	,47	670,4	0,3	+ 0,3	- 1,8	- 31 353	+ 61 938	31
13	505	25,0	38	,48	,47	672,9	0,1	+ 0,2	- 0,8	- 43 049	+ 75 343	33
14	448	22,8	38	,48	,47	676,3	0,3	+ 0,2	+ 0,2	- 58 724	+ 92 834	34
15	621	20,7	37	,47	,47	633,4	1,5	+ 1,4	+ 1,2	- 14 782	+ 59 289	45
16	696	19,5	38	,47	,47	614,1	1,3	+ 1,5	- 2,1	+ 2 018	+ 50 250	53
17	701	17,6	37	,46	,46	605,8	1,6	- 4,2	- 1,8	+ 3 098	+ 55 294	60
18	536	16,4	38	,46	,46	634,0	1,6	+ 1,6	0,0	- 33 202	+ 84 834	53
18 a	410	15,9	37	,45	,45	657,5	1,5	+ 1,5	- 0,1	- 64 198	+ 112 358	49
19	468	15,0	36	,45	,45	642,0	2,6	+ 3,4	+ 2,1	- 49 814	+ 99 510	51
20	654	13,0	37	,46	,46	600,8	1,0	+ 1,2	- 1,8	- 8 522	+ 71 994	65
21	768	10,9	37	,47	,47	570,5	1,7	+ 1,4	- 0,4	+ 12 682	+ 62 754	77
21 a	900	9,8	36	,48	,47	537,9	4,3	+ 3,8	- 0,7	+ 32 878	+ 58 038	93
22	1164	9,5	36	,49	,48	479,1	9,3	+ 6,9	+ 2,0	+ 61 390	+ 38 934	102
22 a	1100	9,0	36	,50	,49	495,9	3,9	+ 5,0	- 11,8	+ 54 734	+ 49 238	106
23	1087	7,6	36	,53	,51	492,8	4,9	- 4,4	- 4,4	+ 53 200	+ 52 418	108
23 a	1060	6,5	38	,56	,53	494,5	4,6	+ 5,7	- 6,8	+ 50 689	+ 62 038	115
24	1239	6,1	38	,57	,54	450,5	11,3	+ 7,9	- 3,1	+ 63 577	+ 56 595	123
24 a	1050	5,7	38	,57	,55	494,7	3,7	+ 7,2	- 14,2	+ 49 780	+ 67 788	120
24 b	1060	4,4	36	,60	,57	487,1	5,6	+ 22,3	- 1,1	+ 50 510	+ 76 878	130
25	1291	3,5	35	,61	,59	429,2	14,9	+ 8,4	+ 2,5	+ 64 370	+ 72 709	140
25 a	870	2,8	36	,62	,60	517,8	8,0	+ 10,7	- 13,9	+ 33 216	+ 88 008	124
26	541	1,5	37	,64	,63	578,1	9,2	+ 8,3	+ 7,7	- 15 476	+ 120 843	108
26 a	510	0,3	37	,66	,65	579,2	11,1	+ 10,0	+ 16,6	- 21 025	+ 127 398	108
26 b	1020	46 59,2	37	,66	,66	467,4	18,6	+ 16,3	+ 18,9	+ 41 195	+ 101 898	146
27	1628	58,8	36	,66	,66	328,7	34,7	+ 28,1	+ 8,9	+ 39 371	+ 133 590	176
27 a	1560	58,3	36	,66	,66	356,8	18,7	+ 15,3	- 19,6	+ 42 499	+ 145 218	192
27 b	1650	58,0	36	,66	,66	333,4	23,1	+ 26,9	- 6,6	+ 37 009	+ 155 388	196
27 c	1320	57,3	36	,66	,66	398,0	22,0	+ 25,6	- 11,7	+ 49 219	+ 126 018	179
27 c'	850	56,9	36	,66	,66	485,9	25,9	+ 24,0	+ 2,5	+ 29 479		
27 d	1440	56,5	36	,66	,66	372,1	21,2	+ 23,1	+ 13,0	+ 47 179	+ 141 378	192
28	2077	55,8	35	,66	,66	207,8	55,4	+ 31,4	- 1,2	- 18 432	+ 195 183	180
28 a	1500	55,5	36	,66	,66	348,8	29,2	+ 42,3	- 33,1	+ 51 962	+ 160 338	215
28 a'	930	55,1	36	,66	,66	460,6	29,9	+ 29,4	+ 1,2	+ 49 112		
28 b	1300	54,7	37	,66	,66	396,2	19,7	+ 25,2	+ 2,5	+ 59 472	+ 147 038	211
29	1688	54,2	38	,66	,66	312,9	24,2	+ 21,3	+ 13,0	+ 42 012	+ 180 762	227
29 a	1650	53,7	38	,66	,66	309,5	33,7	+ 25,9	- 13,7	+ 45 280	+ 170 238	220
29 b	1080	53,2	38	,66	,66	432,0	23,6	+ 28,3	- 16,0	+ 61 810	+ 125 898	191
29 c	510	52,7	38	,66	,66	536,5	30,4	+ 27,5	+ 10,8	+ 13 930	+ 150 348	158
30	511	51,9	38	,66	,66	540,5	24,2	+ 27,2	+ 39,9	+ 14 069	+ 149 177	166
30 a	810	51,1	37	,66	,66	478,8	24,2	+ 23,9	+ 35,8	+ 46 959	+ 135 618	186
30 a'	1160	50,6	37	,66	,66	398,8	33,0	+ 27,9	+ 27,0	+ 60 959		
30 b	810	50,4	37	,66	,66	462,6	37,8	+ 35,6	+ 36,3	+ 50 459	+ 145 338	200
31	551	49,9	36	,66	,66	512,6	37,4	+ 37,3	+ 49,1	+ 27 667	+ 157 463	189
32	471	48,9	36	,68	,67	519,5	42,9	+ 37,6	+ 59,3	+ 18 147	+ 168 405	190
32 a								+ 35,6				

Tabelle 9. (Schluß.)

Nr.	H	Breite	Länge ö. Gr. 34m +	Mittlere Gesteinsdichte		g = 980 000 +	Δg''	Δg'''	ΔG'' + ΔG'''	Σ _A ^c (ḡ - g ₀)(z _k - z _i)	[H(g ₀ - Ḡ)] _A ^c	E
				θ ₀	θ							
32 a	1110	46°48,0	36*	2,69	2,68	401,7	+31,4	+ 29,5	+ 24,7	+ 57 765	+ 163 068	+225
32 a'	1530	47,1	36	,71	,68	318,7	28,2	+ 26,5		+ 40 965		
33	1318	46,6	36	,71	,69	365,9	21,8	+ 26,2	+ 15,0	+ 53 473	+ 188 116	246
33 a	960	46,0	36	,72	,69	426,6	30,4	+ 36,9	+ 42,0	+ 54 905	+ 172 578	232
34	661	45,2	35	,74	,70	467,2	47,3	+ 29,4	+ 70,7	+ 40 254	+ 178 746	223
34 a	1410	43,9	34	,73	,70	333,6	28,5	+ 38,4	+ 19,5	+ 46 995	+ 220 698	273
35	2112	43,3	34	,72	,70	170,5	50,0	+ 53,2	- 22,8	- 56 199	+ 359 394	309
36	2957	41,1	33	,70	,70	-9,8	55,7	+ 40,0	- 49,6	- 326 599	+ 731 985	413
36'	2370	40,6	33	,70	,70	149,5	14,4	+ 25,1		- 129 954		
36''	2700	40,1	33	,69	,70	064,6	31,7	+ 23,3		- 227 304		
36 a	2310	39,7	33	,69	,70	164,2	10,8	+ 10,6	- 4,8	- 114 984	+ 498 918	392
37	1994	39,1	34	,69	,70	227,5	10,8	+ 10,3	+ 19,5	- 50 520	+ 413 774	370
37 a	2190	38,8	34	,69	,70	188,8	10,0	+ 56,4	+ 3,0	- 88 152	+ 460 668	380
38	2169	37,8	34	,69	,71	186,3	16,5	+ 17,8	+ 3,4	- 82 776	+ 454 083	379
38 a	1800	37,5	34	,70	,71	254,9	22,2	+ 25,3	+ 36,0	- 17 094	+ 372 138	362
38 a'	1620	37,1	34	,70	,71	284,5	28,8	+ 23,5		+ 6 306		
38 b	2040	36,8	34	,70	,71	210,7	18,5	+ 19,1	+ 18,1	- 57 534	+ 430 338	380
39	2626	36,1	34	,70	,72	091,5	19,7	+ 15,9	- 23,2	- 203 448	+ 620 238	425
39 a	2430	35,8	34	,70	,72	142,5	8,4	+ 18,0	- 5,2	- 147 588	+ 561 678	422
39 b	2460	35,0	33	,70	,72	135,2	10,2	+ 20,9	- 4,3	- 155 688	+ 578 118	431
40	2777	33,9	33	,71	,73	054,6	29,0	+ 20,8	- 33,5	- 252 690	+ 673 435	429
40 a	1920	33,0	32	,72	,73	244,3	14,3	+ 17,2	+ 13,5	- 38 440	+ 366 498	335
41	1166	31,6	31	,73	,74	388,0	24,0	+ 17,2	+ 49,3	+ 23 388	+ 213 512	242
41 a	1740	32,5	31	,74	,75	285,9	12,2	+ 24,7	+ 17,3	- 12 200	+ 308 118	302
42	2501	29,6	30	,74	,75	109,4	36,4	+ 27,9	- 34,4	- 166 683	+ 508 951	349
42 a	2010	29,2	31	,74	,75	228,0	16,1	+ 17,4	+ 2,8	- 52 280	+ 375 078	329
42 a'	1500	28,8	31	,74	,75	321,4	24,9	+ 20,2		+ 9 940		
42 b	2010	27,8	32	,74	,75	230,9	13,3	+ 19,8	+ 3,7	- 53 810	+ 377 088	329
43	2484	27,3	32	,75	,76	118,1	31,2	+ 18,2	- 31,6	- 159 512	+ 509 514	357
43 a	2280	26,9	32	,75	,76	173,6	17,0	+ 51,9	- 14,6	- 108 920	+ 452 058	350
44	2450	25,6	31	,75	,76	107,2	50,4	+ 37,5	- 37,6	- 156 180	+ 473 788	324
44 a	1680	25,2	31	,75	,76	286,1	26,1	+ 37,5	+ 8,9	+ 130	+ 273 378	279
44 a'	910	24,7	31	,75	,76	426,9	39,0	+ 37,3		+ 37 090		
44 b	1400	24,0	32	,74	,75	350,4	18,2	+ 26,6	+ 17,8	+ 32 680	+ 215 138	253
45	1721	23,4	33	,73	,75	285,1	20,2	+ 19,6	- 4,9	+ 6 037	+ 257 316	268
45 a	1140	22,1	33	,72	,74	397,9	25,2	+ 27,1	+ 29,7	+ 42 640	+ 180 738	228
45 a'	580	21,3	32	,71	,74	495,3	39,7	+ 29,9		+ 15 200		
45 b	1050	20,7	32	,70	,73	420,2	22,7	+ 27,7	+ 23,3	+ 43 400	+ 160 188	208
46	1586	20,5	32	,70	,73	298,5	38,1	+ 26,5	- 15,1	+ 23 032	+ 196 204	223
46 a	1290	20,3	32	,69	,73	376,6	19,2	+ 20,7	+ 9,7	+ 40 792	+ 174 738	220
46 a'	1100	20,0	32	,69	,73	410,8	23,2	+ 20,7		+ 41 932		
46 b	1500	19,5	32	,69	,73	337	20,7	+ 22,0	+ 4,1	+ 31 532	+ 200 838	237
47	1878	19,1	32	,69	,72	250	35,4	+ 27,7	- 22,7	- 8 536	+ 246 996	243
47 a	1200	18,3	33	,69	,72	400	26,5	+ 30,2	+ 7,4	+ 41 636	+ 142 338	188
48	471	17,3	34	,68	,72	534	43,5	+ 27,5	+ 53,3	- 12 310	+ 158 514	149
48 a	1200	16,4	36	,68	,71	418	22,2	+ 31,0	+ 10,6	+ 44 552	+ 129 138	177
49	1647	16,1	36	,68	,71	324	29,6	+ 24,5	- 15,2	+ 32 036	+ 160 458	196
49 a	1440	15,6	36	,68	,70	377,5	20,4	+ 23,0	+ 3,3	+ 41 765	+ 144 258	190
49 b	1600	14,4	36	,68	,70	356,5	16,9	+ 15,8	- 2,6	+ 36 965	+ 152 738	193
50	2064	13,9	36	,68	,70	240,5	42,8	+ 26,4	- 33,7	- 8 507	+ 209 826	205
51	1728	12,9	34	,68	,70	321	35,6	+ 39,6	- 25,9	+ 31 813	+ 126 114	161
51 a	1140	12,3	35	,69	,70	456,5	19,7	+ 28,4	- 0,3	+ 38 869	+ 83 838	125
51 a'	510	11,9	35	,69	,70	577,5	27,6	+ 23,4		- 34 841		
51 b	960	11,4	36	,69	,70	508	12,0	+ 19,4	+ 9,3	+ 29 509	+ 80 418	112
52	1417	10,9	37	,69	,70	405	27,6	+ 20,0	- 20,4	+ 55 101	+ 64 800	122
52 a	900	10,4	37	,69	,70	524	14,5	+ 20,4	+ 6,0	+ 21 496	+ 72 438	96
52 a'	360	10,0	37	,69	,70	622,5	24,5	+ 20,8		- 71 384		
52 b	660	9,7	37	,69	,70	577,5	12,8	+ 18,1	+ 16,1	- 11 084	+ 93 018	84
53	924	9,4	37	,69	,70	528	12,4	+ 12,2	- 0,1	+ 29 308	+ 60 018	91
53 a	780	9,2	37	,69	,70	559	11,3	+ 11,8	+ 13,8	+ 8 572	+ 78 138	88
53 b	1200	7,9	36	,69	,70	470	24,9	+ 19,9	+ 20,5	+ 56 032	+ 75 138	134
54	2188	7,5	36	,70	,70	230,5	68,7	+ 44,5	- 40,2	+ 8 608	+ 147 570	159

4. Die Genauigkeit der berechneten Geoiderhebungen.

Die Geoiderhebungen werden auf Grund des folgenden Ausdruckes berechnet:

$$N = \sum_A^c \Delta N' - \sum_A^c \frac{\bar{g} - g_0}{g_0} (z_k - z_i) - \left[H \frac{g_0 - \bar{G}}{g_0} \right]_A^c$$

Sind m_1 , m_2 und m_3 die m. F. der 3 Glieder rechterhand, so wird der m. F. m_N von N gegeben durch die Beziehung

$$m_N^2 = m_1^2 + m_2^2 + m_3^2,$$

wenn die drei Fehlerkomponenten sich wie zufällige Fehler verhalten. Diese Voraussetzung ist sicher nicht genau erfüllt, denn es gehen in die Berechnung der drei Glieder zum Teil dieselben fehlerhaften Grössen ein, wie z. B. die zur Interpolation der Lotabweichungen und zur Berechnung von $\Delta g''$ und $\Delta \bar{G}''$ benützten mittleren Höhen, deren wahre Fehler in systematischer Weise, sich verstärkend oder sich aufhebend, das Endresultat beeinflussen können. Wir werden die drei Fehlerkomponenten zu ermitteln suchen und ihre Resultante bilden, ohne darauf Rücksicht zu nehmen, dass sie nicht völlig voneinander unabhängig sind. Der so ermittelte Betrag des m. F. m_N wird mit dem wahren Wert wenigstens der Grössenordnung nach vergleichbar sein.

a) Der mittlere Fehler m_1 von $\sum \Delta N'$.

Nimmt man im Ausdruck von $\Delta N'$:

$$\Delta N' = \text{arc } 1'' \int_i^k \xi ds$$

einen Mittelwert $\bar{\xi}$ vor das Integral, so ist

$$\Delta N' = \text{arc } 1'' \cdot \bar{\xi} \cdot \Delta s,$$

und da der Abstand Δs der beiden Endpunkte eines Intervalles als fehlerfrei bekannt gelten darf, so wird der mittlere Fehler $m_{N'}$ des Einzelwertes $\Delta N'$ gleich:

$$m_{N'} = \text{arc } 1'' \cdot \Delta s \cdot m_{\bar{\xi}},$$

wenn $m_{\bar{\xi}}$ der mittlere Fehler des Mittelwertes $\bar{\xi}$ in Bogensekunden ist. Der mittlere Fehler m_1 von $\sum \Delta N'$ wird somit gleich:

$$m_1 = \pm \sqrt{[m_{N'}^2]} = \pm \text{arc } 1'' \sqrt{[\Delta s^2 m_{\bar{\xi}}^2]}.$$

Da es sich weniger um eine genaue Berechnung des Fehlers m_N als um eine Abschätzung seiner Grössenordnung handelt, nehmen wir keine Rücksicht darauf, dass sich sowohl Δs als $m_{\bar{\xi}}$ von Intervall zu Intervall ändern; es wird dann

$$m_1 = \pm m_{N'} \sqrt{n},$$

wenn n die Ordnungszahl des Intervalles ist, dessen Endpunkt den Fehler m_1 hat. In

$$m_{N'} = \pm \text{arc} 1'' \cdot \Delta s \cdot m_{\bar{\xi}}$$

ist nun sowohl ein Mittelwert von Δs als von $m_{\bar{\xi}}$ einzuführen. Der Mittelwert von Δs beträgt

$$\Delta s = 162 \cdot 10^3 \text{ cm};$$

den Mittelwert von $m_{\bar{\xi}}$ können wir in folgender Weise abschätzen.

Der mittlere Fehler der Lotabweichung ξ ist an den Beobachtungsstationen gleich dem mittleren Fehler der beobachteten Polhöhe, da der Fehler der geodätischen Polhöhe nicht in Betracht kommt. Nach Band 19, S. 150, ist der mittlere Fehler $\mu_{\text{beob.}}$ einer beobachteten Polhöhe gleich

$$\mu_{\text{beob.}} = \pm 0''18.$$

Auf den Zwischenpunkten sind die Lotabweichungen auf Grund der Beziehung

$$\xi (\text{Z. P. interp.}) = \xi (\text{Z. P. ber.}) + (\xi (\text{beob.}) - \xi (\text{ber.})) (\text{interp.})$$

abgeleitet worden. Der mittlere Fehler $\mu_{\text{ber.}}$ von $\xi_{\text{ber.}}$ hängt hauptsächlich ab von der Genauigkeit, mit der die mittleren Höhen der einzelnen Ringsektoren bestimmt sind. Ist $\Delta \xi$ der Beitrag, den die Horizontalanziehung der Masse des einzelnen Zonensektors zum Gesamtbetrag von $\xi_{\text{ber.}}$ liefert, und μ_h der m. F. der mittleren Höhe h , so ist

$$\mu_{\text{ber.}}^2 = \sum \left(\frac{\partial \Delta \xi}{\partial h} \mu_h \right)^2.$$

In der folgenden Tabelle 10 sind die für μ_h anzunehmenden Beträge zonenweise angegeben; es wird unterschieden, ob die Höhe auf einer Karte im Maßstab 1:25 000; 1:50 000 oder 1:200 000 abgelesen worden ist, und ob der Zonensektor auf ein durch Höhenkurven

Tabelle 10. **Mittlere Fehler μ_h der mittleren Höhen der Zonensektoren.**

Zone Nr.	1:50 000			Zone Nr.	1:50 000			Zone Nr.	1:200 000 Alpengebiet		
	1:25 000	Kurven	Felszeichnung		1:25 000	Kurven	Felszeichnung		Mittelland	Kurven	Felszeichnung
	m	m	m		m	m	m		m	m	m
1	± 2	± 4	± 20	11	± 3	± 9	± 30	21	± 7	± 25	± 65
2	2	4	20	12	3	10	30	22	7	30	70
3	2	4	20	13	3	11	35	23	7	30	70
4	2	5	25	14	4	12	35	24	8	30	70
5	2	5	25	15	4	13	35	25	9	35	75
6	2	6	25	16	4	15	35	26	9	35	75
7	2	6	25	17	5	16	40	27	10	35	75
8	2	7	30	18	5	18	40	28	12	40	80
9	2	8	30	19	5	19	40	29	13	40	80
10	3	8	30	20	5	21	40	30-33	20	45	85

oder durch Felszeichnung dargestelltes Gebiet fällt. Diese m. F. sind dadurch gewonnen worden, dass die mittleren Höhen von 30 Zonensektoren an 10 ausgewählten Stationen 2 Mal unabhängig abgelesen wurden. Die angegebenen Beträge sind aus den Durchschnittswerten der einzelnen Zonen durch Glättung erhalten worden.

Der nach $h = h_0 - H$ zu differenzierende Faktor im Ausdruck von $\Delta\xi$ lautet

$$h_0 \left(\log \frac{a_k}{a_i} \cdot F^* + \log \frac{a_k + \sqrt{a_k^2 + h^2}}{a_i + \sqrt{a_i^2 + h^2}} - \log \frac{a_k}{a_i} \right).$$

Bei der Auswertung des numerischen Betrages von $\mu_{\text{bor.}}$ ist dem Umstand, dass h auch unter den Wurzelzeichen im Klammerausdruck auftritt, nicht Rechnung getragen worden; für diesen Klammerausdruck ist zonenweise ein durchschnittlicher, konstanter Betrag angenommen worden.

Es hat sich auf diesem Weg im Durchschnitt aus je 5 Werten ergeben:

$$\text{Stationen des Mittellandes } \mu_{\text{bor.}} = \pm 0,04$$

$$\text{Stationen des Hochgebirges } \mu_{\text{bor.}} = \pm 0,10.$$

Um diesen Fehler nicht zu unterschätzen und um auch den Einfluss einer Unsicherheit, welche aus der Annahme eines konstanten Wertes der Gesteinsdichte entspringt, einzuschliessen, setzen wir

$$\mu_{\text{bor.}} = \pm 0,15$$

an. Der mittlere Fehler der Differenz ($\xi_{\text{bob.}} - \xi_{\text{bor.}}$) wird dann gleich

$$\pm \sqrt{0,18^2 + 0,15^2}.$$

Den Fehler der Interpolation dieser Differenz nehmen wir zu

$$\pm 0,25$$

an; es wird dann der mittlere Fehler von ($\xi_{\text{bob.}} - \xi_{\text{bor.}}$) (interp.) gleich

$$\pm \sqrt{0,18^2 + 0,15^2 + 0,25^2},$$

und somit der mittlere Fehler von ξ (Z. P. interp.) gleich

$$\pm \sqrt{0,18^2 + 2 \cdot 0,15^2 + 0,25^2} = \pm 0,37.$$

Da ebenso viele Zwischenpunkte als Beobachtungsstationen vorhanden sind, setzen wir als mittleren Fehler einer Ordinate der Lotabweichungskurve an

$$\pm \frac{1}{2} (0,15 + 0,37) = \pm 0,26.$$

Diesen Betrag würde man auch als mittleren Fehler $m_{\bar{\xi}}$ des Mittelwertes ansehen dürfen, wenn die Punkte der Kurve so dicht aufeinander folgten, dass ihr kontinuierlicher Verlauf ohne Willkür hätte gezeichnet werden können. Um die Abweichung der gezeichneten Kurve von ihrem Verlauf bei dichter Punktfolge zu berücksichtigen, setzen wir den Fehler $m_{\bar{\xi}}$ zu

$$m_{\bar{\xi}} = \pm 0,26 \sqrt{2} = \pm 0,37$$

an. Es wird dann der mittlere Fehler m_1 von $\sum \Delta N'$ gleich:

$$m_1 = \pm \text{arc } 1'' \cdot 162 \cdot 0,37 \sqrt{n} 10^3 = \pm 0,29 \sqrt{n} \text{ cm.}$$

b) Der mittlere Fehler m_2 von $\sum \frac{\bar{g} - g_0}{g_0} (z_k - z_i)$.

Führt man für den Index k der nachfolgenden Station $i + 1$ ein, so ist

$$\bar{g} = \frac{g' + g'_{i+1}}{2} - \Delta \bar{g}''_{i,i+1}.$$

Ist m' der Fehler von $g' = g + \Delta g''$
 m'' der Fehler von $\Delta \bar{g}''$,

so wird der Fehler m_2 am Ende des n -ten Intervalles gegeben durch den Ausdruck

$$g_0^2 \cdot m_2^2 = \frac{m'^2}{4} \left\{ \Delta z_1^2 + \sum_1^{n-1} (\Delta z_i + \Delta z_{i+1})^2 + \Delta z_n^2 \right\} + m''^2 \sum_1^n \Delta z_i^2.$$

Um einen zum Zweck einer Ueberschlagsrechnung ausreichenden, bequemen Ausdruck zu erhalten, führen wir an Stelle der von Intervall zu Intervall veränderlichen Werte $(\Delta z_i + \Delta z_{i+1})^2$ und Δz_i^2 durchschnittliche Werte $\Delta z'^2$ und $\Delta z''^2$ ein, die wir unter Benützung aller Intervalle, deren Zahl gleich n_0 sei, bestimmen mittels der Beziehungen

$$(n_0 - 1) \Delta z'^2 = \sum_1^{n_0-1} (\Delta z_i + \Delta z_{i+1})^2,$$

$$n_0 \Delta z''^2 = \sum_1^{n_0} \Delta z_i^2.$$

Die Höhendifferenzen des Profiles geben:

$$\Delta z'^2 = 28,93 \cdot 10^8 \text{ cm}^2.$$

$$\Delta z''^2 = 14,17 \cdot 10^8 \text{ cm}^2,$$

Es darf hiernach

$$\Delta z''^2 = \frac{1}{2} \Delta z'^2$$

gesetzt werden. Führt man an Stelle von $\Delta z_1^2 + \Delta z_n^2$ im Klammerfaktor von $\frac{m'^2}{4}$

$$2 \Delta z''^2 = \Delta z'^2$$

ein, so erhält man:

$$\Delta z_1^2 + \sum_{i=1}^n (\Delta z_i + \Delta z_{i+1})^2 + \Delta z_n^2 = 2 \Delta z''^2 + (n - 1) \Delta z'^2 = n \Delta z'^2$$

und

$$\sum_{i=1}^n \Delta z_i^2 = n \Delta z''^2 = \frac{n}{2} \Delta z'^2.$$

Es wird somit

$$g_0^2 \cdot m_2^2 = \left(\frac{m'^2}{2} + m''^2 \right) \frac{n}{2} \Delta z'^2.$$

Hierin ist der Fehler m' von g' , da

$$g' = g \text{ (interp.)} + \Delta g'' \text{ (ber.)},$$

die Resultante aus dem Fehler μ' von g (interp.) und dem Fehler μ'' von $\Delta g''$ (ber.). Der m. F. eines beobachteten g -Wertes im schweizerischen Schwerenetz beträgt ± 1 bis $\pm 1,5$ mgal. Den aus der Interpolation entspringenden Fehler nehmen wir zu $\pm 1,5$ mgal an und somit den Fehler μ' eines interpolierten g -Wertes zu

$$\mu' = \pm 1,5 \sqrt{2} \text{ mgal.}$$

Der Fehler μ'' von $\Delta g''$ nimmt mit dem Betrag von $\Delta g''$ zu; bei einem Durchschnittsbetrag von $\Delta g'' = 18$ mgal liefert die Unsicherheit des Dichtewertes einen Fehlerbeitrag, der auf $\pm 0,2$ mgal veranschlagt werden kann; ungefähr ebenso gross ist der Fehlerbeitrag, der aus der Unsicherheit der mittleren Höhen entspringt. Als Resultante der beiden Fehlerkomponenten nehmen wir an

$$\mu'' = \pm 0,3 \text{ mgal}$$

und somit als Betrag des Fehlers $m' = \sqrt{\mu'^2 + \mu''^2}$

$$m'^2 = 2 \cdot 1,5^2 + 0,3^2 = 4,6 \text{ (mgal)}^2.$$

Bei der Festsetzung eines Wertes für den m. F. m'' von $\Delta g''$ handelt es sich darum, abzuschätzen, wie stark die gezeichnete Kurve der $\Delta g''$ -Werte vom wahren Verlauf abweicht; wir nehmen als durchschnittliche Abweichung an:

$$m'' = \pm 2 \text{ mgal.}$$

Wir erhalten demnach für den Fehler m_2 :

$$m_2^2 = \left(\frac{4,6}{2} + 4 \right) \frac{n}{2} \left(\frac{\Delta z'}{g_0} \right)^2 \text{ cm}^2.$$

Mit $\Delta z' = 5,38 \cdot 10^4$ cm und $g_0 = 981 \cdot 10^3$ mgal folgt hieraus:

$$m_2 = \pm 0,10 \sqrt{n} \text{ cm.}$$

c) Der mittlere Fehler m_3 von $\left[H \frac{g_0 - \bar{G}}{g_0} \right]_A^c$.

Der mittlere Fehler $m_{\bar{G}}$ von

$$\bar{G} = g + \Delta g_{n,z} - \Delta g'_n \left(1 - \frac{H}{2a} \right) + \Delta g'' - \Delta \bar{G}'' - \Delta \bar{G}'''$$

setzt sich aus folgenden Komponenten zusammen:

1. dem Fehler m' des interpolierten Wertes von g an der Oberfläche; wir setzen ihn zu
an. $m' = \pm 1,5 \sqrt{2} \text{ mgal}$

2. dem Fehler von Δg_{H_2} ; nach dem Ergebnis der S. 25 mitgeteilten Untersuchung ist es gerechtfertigt, den Beitrag dieses Fehlers, der nur Bruchteile von mgal erreichen kann, zu vernachlässigen.

3. dem Fehler m'' von $\Delta g'_H \left(1 - \frac{H}{2\bar{a}}\right)$; es genügt, nur den Fehler von $\Delta g'_H$ zu betrachten.

Wird $\bar{\theta} = 2,70$ gesetzt und wird H in km ausgedrückt, so ist

$$\Delta g'_H = 113 H \text{ mgal.}$$

Die Unsicherheit der Dichtewerte $\bar{\theta}$ schätzen wir auf $\pm 0,02$ bis $\pm 0,03$, d. i. rund $\frac{1}{100}$ des Betrages von $\bar{\theta}$; es wird dann

$$m'' = \pm 1,13 H \text{ mgal} \quad (H \text{ in km}).$$

4. dem Fehler m''' von $(\Delta g'' - \Delta \bar{G}'')$.

Zerlegt man das Terrain in Zonensektoren und bestimmt deren mittlere relative Höhen, so begeht man einen verhältnismässig grossen systematischen Fehler in der Berechnung von $\Delta g''$ und $\Delta \bar{G}''$, wenn die Fläche des einzelnen Zonensektors nicht sehr klein gemacht wird, weil die Anziehungsbeträge nicht der relativen Höhe proportional zunehmen. Dieser systematische Fehler wird sozusagen vollständig vermieden, wenn die relativen Höhen so gebildet werden, wie es hier geschehen ist (vergl. S. 29).

Auf den tiefgelegenen Stationen des Mittellandes nimmt die Differenz $(\Delta g'' - \Delta \bar{G}'')$ Beträge von nur wenigen Milligal an; grössere Beträge kommen auf den Stationen des Hochgebirges vor, auf den Talstationen negative und auf den Gipfelstationen positive Beträge (Nr. 41, Airolo, -23 mgal; Nr. 36, Rienzerstock, $+109$ mgal und Nr. 54, Ghiridone, $+112$ mgal). Die Unsicherheit, die den grossen Beträgen zuzuschreiben ist, ist weniger auf die fehlerhafte Bestimmung der mittleren Höhen zurückzuführen als auf die unsichere Bestimmung der Gesteinsdichte. Wenn wir den Fehler der Gesteinsdichte auf $\frac{1}{100}$ ihres Betrages ansetzen, so sind die grossen Beträge der Differenz mit einem Fehler von ± 1 mgal behaftet. Der Fehler m''' wird kaum unterschätzt, wenn man dafür durchschnittlich ansetzt:

$$m''' = \pm 0,5 \text{ mgal.}$$

5. dem Fehler des Gliedes $\Delta \check{G}$.

Der Maximalbetrag, den dieses Glied erreicht, ist 4 mgal; in der Mehrzahl der Fälle steigt es nur auf 1 mgal an. Es ist hiernach anzunehmen, dass die Einbeziehung noch weiter entfernter Massen den Wert von \bar{G} durchschnittlich nur um wenige zehntel Milligal ändern würde.

Es darf der Fehler des Gliedes $\Delta \check{G}$ vernachlässigt werden.

Der mittlere Fehler $m_{\bar{a}}$ von \bar{G} wird gleich der Resultante der drei Fehler m' , m'' und m''' :

$$m_{\bar{a}} = \pm \sqrt{4,75 + (1,13 H)^2} \text{ mgal.}$$

Drückt man im mittleren Fehler m_n von $H_c \frac{g_0 - \bar{G}_c}{g_0}$ die Höhe H_c in km aus, so wird

$$m_n = \pm H \frac{m_{\bar{G}}}{g_0} = \pm \sqrt{0,115^2 (3,70 + H^2) \cdot H^2} \text{ cm.}$$

Setzt man hierin $H = H_A$, d. i. die Höhe des Anfangspunktes A , so wird

$$m_n = m_A = \pm 0,15 \text{ cm.}$$

Für den mittleren Fehler m_3 von $\left[H \frac{g_0 - \bar{G}}{g} \right]_A$ erhält man somit

$$m_3 = \sqrt{m_A^2 + m_n^2} = \pm \sqrt{0,15^2 + 0,115^2 (3,70 + H^2) \cdot H^2} \text{ cm.}$$

d) Die Unsicherheit der Geoiderhebungen.

Die Resultante aus den drei Fehlern m_1 , m_2 und m_3 liefert den gesuchten Fehler von N im Endpunkt des n -ten Intervalles:

$$m_N = \pm \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + m_3^2}.$$

Rundet man den Wert von m_1 auf $0,3 \sqrt{n}$ ab, so erhält man den folgenden Ausdruck zur Berechnung von m_N :

$$m_N^2 = \frac{n}{10} + 0,15^2 + (3,70 + H^2) \cdot (0,115 H)^2 \text{ cm}^2$$

(H in km).

In der folgenden Tabelle sind die nach diesem Ausdruck ermittelten Fehler der berechneten Geoiderhebungen einiger ausgewählter Punkte gegeben; wie ersichtlich, hat

No.	Station	H in km	n	m_N
1	Sottenegg	0,634	0	$\pm 0,2$ cm
11	Brütten	0,618	17	1,3
21	Hütten	0,768	28	1,7
28	Rophaien	2,077	47	2,3
32	Seewatte	0,471	58	2,4
36	Rienzerstock	2,957	65	2,8
41	Airolo	1,166	77	2,8
44	Pizzo Mascarpino	2,450	84	3,0
48	Pioda nera	0,471	95	3,1
50	Monte di Loco	2,064	100	3,3
53	Rasa	0,923	107	3,3
54	Ghiridone	2,187	110	3,4

man in der ersten Hälfte des Profiles mit einer Unsicherheit von 1 bis 2 cm zu rechnen; sie steigt in der zweiten Hälfte auf 3 bis 4 cm an. Den grössten Anteil liefert das von n abhängige Glied, und von den beiden Komponenten, die darin stecken, liefert die Unsicherheit der Lotabweichungskomponenten den weitaus grösseren Beitrag.

5. Diskussion der Ergebnisse.

a) Die Geoiderhebungen.

Die definitiven Geoiderhebungen

$$N = N' - E$$

sind in der Tabelle 3 zusammengestellt und in der Tafelbeilage durch die rot gezeichnete Kurve dargestellt. Die Korrektur E ist durchweg positiv; sie steigt vom Wert null der nördlichen Anfangsstation bis zu einem Maximalbetrag von 43 cm an, der in der Zentralzone des St. Gotthard-Massivs erreicht wird. Auf der Südseite fällt E zunächst beim Überschreiten des Tessintales auf 24 cm und steigt dann wieder bis zu 35 cm an. Am südlichen Ende des Profils sinkt der Wert von E bis auf Beträge von 10 cm. Ein geometrisches Nivellement, das vom nördlichsten Punkt ausgehend längs des Meridianes bis zum höchsten Punkt, Rienzerstock, geführt wird, würde für die Summe der Höhendifferenzen, $\sum_A^c \Delta z$, einen Wert liefern, der um 43 cm kleiner ist als die wahre Höhendifferenz $H_c - H_A$.

Die Geoiderhebungen N sind durchweg negativ, d. h. das Geoid liegt unter dem gewählten Referenzellipsoid. Der tiefste Punkt, $N = -264$ cm, wird schon in rund 60 km Entfernung vom Anfangspunkt erreicht; die darauf folgende Steigung führt das Geoid bis auf 30 cm an das Referenzellipsoid; im weiteren Verlauf senkt sich das Geoid wieder bis zu einer Tiefe von 165 cm.

Die allgemeine Form des Geoidschnittes gleicht einer sinusförmigen Kurve; der tiefste Punkt der Senkung und der höchste der Aufwölbung geben dieser Sinuskurve eine Gesamtamplitude von 234 cm; die Berechnung ohne Berücksichtigung der Lotkrümmung liefert dafür 271 cm.

b) Die Differenzen zwischen den beobachteten und berechneten Lotabweichungen.

In der Tabelle 3 sind die Differenzen „beobachtete minus berechnete Lotabweichungen“ gegeben; sie sind in der Tafelbeilage durch die als „Meridianprofil der reduzierten Lotabweichungen ξ'' “ bezeichnete Kurve dargestellt; diese ist in der Figur 2 in kleinerem Maßstab reproduziert.

Die Differenzen „beobachtet minus berechnet“ nehmen vom Anfangswert $-10''$, der in den ersten 30 km unverändert bleibt, allmählich zu bis zum Wert $+6''$ am Ende des Profils; in den letzten 8 km sinkt die Differenz ziemlich unvermittelt auf $-4''$ herab. Der mittlere Teil der Kurve, der zwischen den Abszissen $+60$ und -80 km liegt, lässt sich — bis auf Abweichungen von wenigen Bogensekunden in den Ordinaten — durch eine Gerade ersetzen.

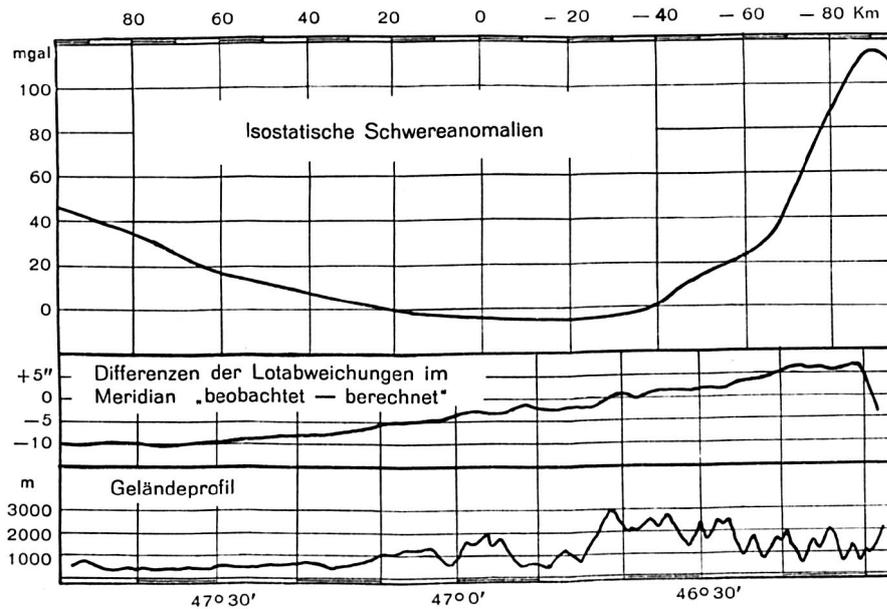


Fig. 2.

Wenn die Wirkung sämtlicher Massen, welche zur Entstehung der Lotabweichungen beitragen, durch die Rechnung erfasst werden könnte, so müssten die Differenzen „Beobachtung minus Rechnung“ einen konstanten Wert annehmen. Durch eine geeignete Wahl der geodätischen Polhöhe im Nullpunkt des Koordinatensystems kann man die Differenz gleich null werden lassen. Dass die geodätischen Polhöhen der Nivellementsunkte abhängig sind vom Wert der Nullpunktpolhöhe, kommt hier nicht in Betracht, denn die Berücksichtigung dieser Abhängigkeit würde die Differenzen der geodätischen Polhöhen sicher nicht in den Zehnteln der Bogensekunde beeinflussen.

In unserer Rechnung ist aus zwei Gründen nicht zu erwarten, dass die Differenzen „Beobachtung minus Rechnung“ verschwinden oder einen konstanten Wert annehmen, 1. weil nicht sämtliche wirksamen Massen in die Berechnung einbezogen worden sind, und 2. weil die Berechnung mit einem mittleren Wert der Gesteinsdichten, statt mit den individuellen, in den einzelnen Zonensektoren gültigen Werten, durchgeführt worden ist.

Die Änderung, welche die berechneten Lotabweichungen erfahren, wenn auch die mehr als 70 km entfernten Massen berücksichtigt werden, lässt sich abschätzen mit Hilfe der Lotabweichungsrechnungen, die in Band 17 veröffentlicht sind. Unter den in Band 17 behandelten Stationen befinden sich die in der folgenden Zusammenstellung angegebenen, die in der Nähe des Meridianes des St. Gotthard liegen; unter $\Delta\xi'$ sind die Beträge angegeben, welche die mehr als 75 km entfernten Massen zur Lotabweichung beitragen:

Station	Polhöhe	$\Delta\xi'$
Lägern	47°29'	+ 2,4
Zürich	23	+ 2,4
Rigi	03	+ 2,0
St. Gotthard	46 33	+ 0,5
Generoso	45 56	— 3,3

Hiernach hat man die Differenzen „Beobachtung minus Rechnung“ zu verbessern um Beträge, die am Nordende des Profiles $-2''$ bis $-3''$ betragen und allmählich ansteigend am Südende den Betrag $+3''$ erreichen. Wie ersichtlich, wird dadurch die Neigung der Geraden, welche die Kurve der Differenzen ersetzen kann, grösser und nicht kleiner; der systematische Gang der Differenzen wird also durch die Berücksichtigung der entfernten Massen nicht abgeschwächt, sondern verstärkt.

Die mittlere Gesteinsdichte ist zu 2,60 angesetzt worden; sie ist das Mittel aus dem Wert 2,70, der den Gesteinen des Alpenmassivs durchschnittlich zukommt, und dem Wert 2,50, der im Molassegebiet des Mittellandes anzunehmen ist. Die berechnete Meridiankomponente der Lotabweichung einer Station, die im nördlichen Voralpengebiet liegt, bekommt einen grösseren Wert, wenn die Anziehung der südlichen Massen mit dem grösseren Dichtewert 2,70, die der nördlichen mit dem kleineren Wert 2,50 berechnet wird. Auf der Südseite der Alpen würden infolge der Einführung spezieller Dichtewerte die Meridiankomponenten der Lotabweichung algebraisch kleiner werden. Somit würde wieder die Neigung der Geraden, welche die Kurve der Differenzen ersetzen kann, grösser und nicht kleiner.

An diesen Feststellungen würde sich nicht viel ändern, wenn man in der topographischen Korrektur der isostatisch berechneten Horizontalanziehung (vergl. Formel 3, pg. 12) die individuellen Werte der Gesteinsdichten, die in den einzelnen Ringsektoren anzunehmen sind, einführt; die Einzelwerte der berechneten Komponenten könnten wohl Änderungen erfahren im Betrag von zehnteln oder gar ganzen Bogensekunden, sie wären aber nur über wenige aufeinander folgende Stationen von systematischer Natur und könnten die kleineren Abweichungen der Kurve vom geradlinigen Verlauf erklären; über grössere Strecken des Profiles hinweg verglichen, würden sich diese Änderungen als zufälliger Natur erweisen, d. h. die berechneten Komponenten sowohl vergrössern als verkleinern.

Die berechneten Lotabweichungskomponenten sind auch von der Tiefe T der Ausgleichsfläche abhängig, die zu 120 km angesetzt worden ist; als besser darf heute der Wert 100 km im Alpengebiet gelten. Die Umrechnung der Komponenten auf diesen neueren Wert von T kann den systematischen Charakter der Differenzen auch nicht zum Verschwinden bringen. In Band 17 wird der Einfluss einer Änderung von T berechnet; die Komponenten der Stationen in der Nähe des Meridianes des St. Gotthard erhalten folgende Korrekturen, durch die sie auf $T = 100$ km bezogen werden (vergl. l. c., pg. 81):

Station	Reduktion auf $T = 100$ km
Lägern	— 0,5
Zürich	— 0,7
Rigi	— 1,0
St. Gotthard	— 0,1
Generoso	+ 1,2

Es sind auch die Komponenten einiger Stationen des astronomischen Nivellements auf $T = 100$ umgerechnet worden, wobei nur die Massen bis zu 70 km berücksichtigt wur-

den; diese Rechnung bestätigt die Band 17 entnommenen Reduktionswerte sowohl nach dem Vorzeichen als nach der Grössenordnung, wie die folgende Zusammenstellung erkennen lässt:

Station	Polhöhe	Reduktion auf $T=100$ km
Tanscherhalde	47°42'	— 0,1
Schwerzenbach	23	— 0,2
Gottschalkenberg	10	— 0,6
Schattdorf	46 52	— 0,6
Rienzerstock	41	— 0,3
Pizzo del Corno	30	+ 0,2
Pioda nera	17	+ 0,6
Ghiridone	07	+ 0,6

Die Berücksichtigung dieser Reduktionen in der Kurve der Differenzen „Beobachtung minus Rechnung“ würde die Steigung der die Kurve ersetzenden Geraden etwas vermindern; die verstärkende Wirkung der zuerst untersuchten systematischen Fehlerquellen wird aber dadurch nur in ganz unerheblichem Masse kompensiert.

Der systematische Gang, der in den Differenzen „beobachtete minus berechnete Lotabweichungen“ auftritt, ist aufzufassen als Ausdruck von störenden Massen, die durch die Berechnung nicht erfasst worden sind. Die Wirkungen der störenden Massen kompensieren sich an derjenigen Stelle des Profils, wo die Differenz „Beobachtung minus Rechnung“ gleich null ist; sie fällt auf die Abszisse — 30 km oder auf die Polhöhe 46° 42', wo sich zufällig die höchste Station des Nivellements, der Rienzerstock mit $H=2957$ m, befindet. Die Lage der Nullstelle hängt stark ab vom Wert der Ausgangspolhöhe im Koordinatennullpunkt; eine Änderung von 2"—3" verlegt die Nullstelle um 20—30 km nach Süden. Gibt man dem Nullpunkt Bern eine kleine positive, d. h. nach Süden gerichtete, Lotabweichung, die ihm wahrscheinlich im grösseren Bereich eines mitteleuropäischen Lotabweichungssystems zukommt (vergl. Bd. 17, pg. 98/99), so wandert die Nullstelle nach Norden. Der systematische Verlauf der Differenzen ist zurückzuführen entweder auf negative Störungsmassen unterhalb der Nullstelle oder auf positive Störungsmassen sowohl im Norden als im Süden der Nullstelle; es können auch beide Ursachen gleichzeitig wirksam sein, d. h. es können die negativen Störungsmassen in positive im Norden und im Süden der Nullstelle übergehen. Diese Feststellungen sind in Uebereinstimmung mit den Aussagen, die wir über die Störungen des isostatischen Gleichgewichtes auf Grund der Schwereverhältnisse machen können. Die in Fig. 2 gegebene Kurve der isostatischen Schwereanomalien ist der Arbeit „Beiträge zur Untersuchung der isostatischen Kompensation der schweizerischen Gebirgsmassen“ von Marietta Lehner¹⁾ entnommen. Man hat hiernach im nördlichen Voralpengebiet schwache negative Störungsmassen anzunehmen, weiter im Nor-

¹⁾ Verhandlungen der Naturforschenden Gesellschaft Basel, Band XLI, 1930.

den schwache positive und im Süden der Alpen sehr starke positive Störungsmassen. Betrachtet man die in der Figur nicht dargestellten Verhältnisse westlich und östlich des Meridianes von St. Gotthard, so ergibt sich, dass die negativen Störungsmassen nach Osten sowohl der Intensität als der Ausdehnung nach zunehmen, während die positiven Störungsmassen im Süden sich nicht über ein grösseres Gebiet ausbreiten. Im Norden erstrecken sich die positiven Störungsmassen über das ganze schweizerische Mittelland.

Eine quantitative Untersuchung des Einflusses, den die Störungsmassen ausüben, wird sich erst lohnen, wenn auch in den Nachbarländern die isostatischen Schwereanomalien bekannt sein werden. Da die Mächtigkeiten der ideellen störenden Schichten im Meeresniveau einige hundert Meter, im Süden bis zu 1000 Meter betragen, wird sich zweifellos der systematische Gang in den Differenzen „Beobachtung minus Rechnung“ sozusagen restlos erklären lassen.

Am Süden des Profils geht die Kurve „Beobachtung minus Rechnung“ von positiven Werten zu negativen über; es kann diese Änderung, die auf einer Strecke von 8 km vor sich geht, darauf zurückgeführt werden, dass das Maximum des intensiven Störungsgebietes nördlich des letzten Punktes, Ghiridone, liegt. Die rasche Änderung lässt in Übereinstimmung mit dem Verhalten der isostatischen Schwereanomalien vermuten, dass die Störungsmassen sehr oberflächlich in der Erdrinde gelagert sind. Von einer Fortsetzung der schweizerischen Messungen auf italienischem Boden in der Umgebung des Lago Maggiore sind zweifellos bemerkenswerte Aufschlüsse über die Intensität und den Umfang dieses Störungsgebietes zu erwarten.

Berichtigungen zu Band 18.

- Seite 6. Zeile 5, v. o., statt „149,43 m“ lies „149,98 m“.
Zeile 6, v. o., statt „23,07 m“ lies „19,19 m“.
Fig. 5, statt „Meridian durch Gäbris A“ lies „Parallele zur x-Achse durch Gäbris A“.
- Seite 62. Tabelle der ausgeglichenen Neigungen, Station Chur, Juni 23., 3. Kolonne, statt „—0°290“
lies „—0°029“.
- Seite 74. Zeile 3, v. u., statt „Tätigkeit“ lies „Trägheit“.
- Seite 131. Tabelle oben,
Längenbestimmung Gäbris—Zürich, 4. Kolonne, statt „—0°073“ lies „—0°061“;
6. Kolonne, statt „+ 3^m40°212“ lies „+ 3^m40°224“.
Längenbestimmung Gäbris—Genf, 4. Kolonne, statt „—0°073“ lies „—0°061“;
6. Kolonne, statt „+ 13^m15°978“ lies „+ 13^m15°990“.
-

Berichtigung zu Band 19.

- Seite 156. Zeile 8, v. u., statt „ $\Delta y' = 6000$ m; $\Delta x' = 1000$ m“ lies „ $\Delta y' = 1000$ m; $\Delta x' = 6000$ m“.
-

Berichtigungen zu Band 21.

- Seite 239. Tabelle 51. Zeile 16, v. u., Längendifferenz Gäbris—Zürich, statt „3^m40°212“ lies „3^m40°224“
und statt „,224“ lies „,236“;
Zeile 15, v. u., Längendifferenz Gäbris—Genf, statt „13^m15°978“ lies „13^m15°990“ und
statt „,966“ lies „,978“.
- Seite 244. Tabelle 53, 3. Kolonne, Zeile 6, v. u., Station Gäbris, statt „37^m52°510“ lies „37^m52°522“.
-

28 Tafeln

als Beilage zum

zwanzigsten Band

der

Astronomisch-geodätischen Arbeiten in der Schweiz

herausgegeben von der

Schweizerischen geodätischen Kommission

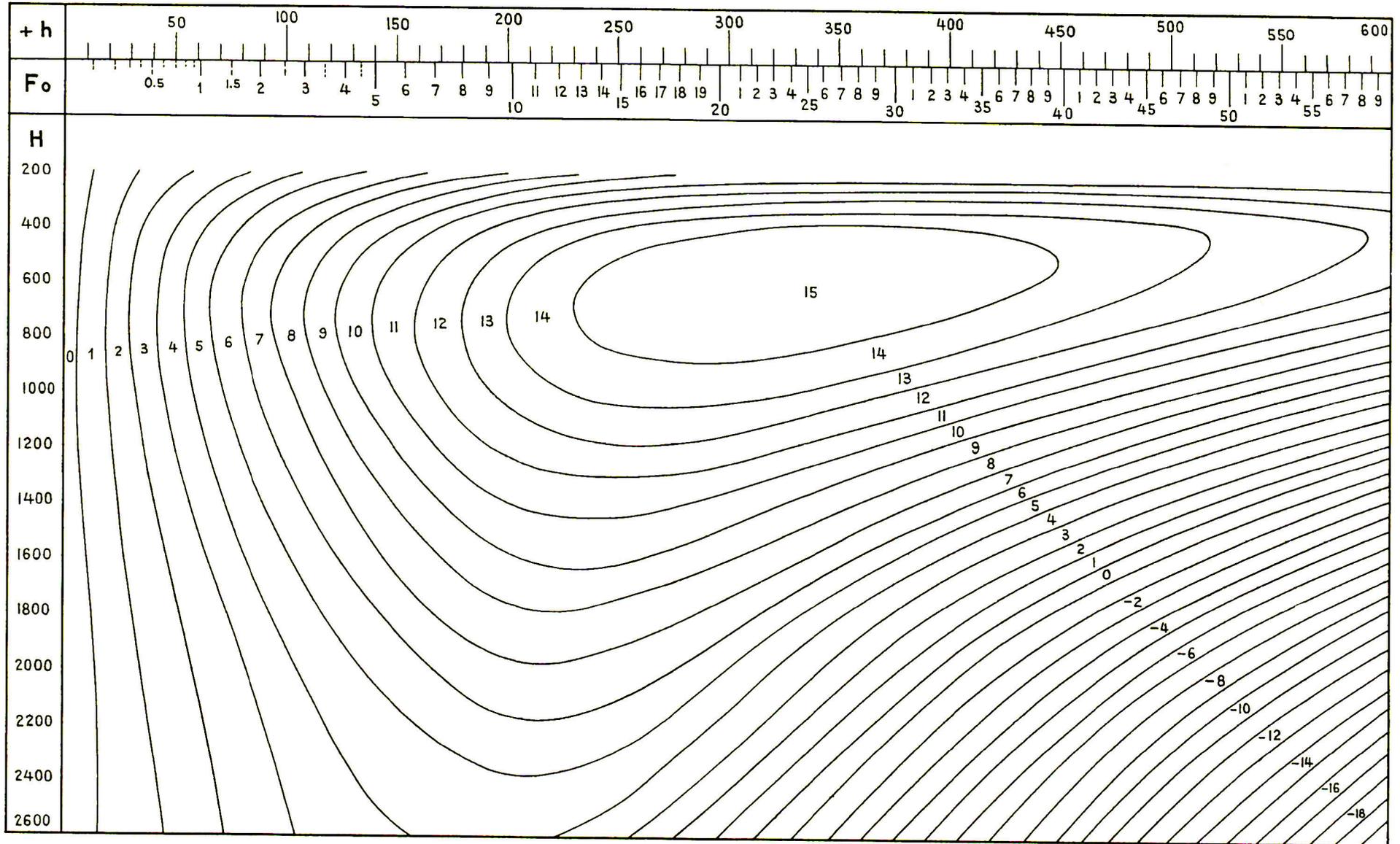
Das astronomische Nivellement im Meridian des St. Gotthard

**II. Die berechneten Geoiderhebungen und
der Verlauf des Geoidschnittes**

1939

Zone 1

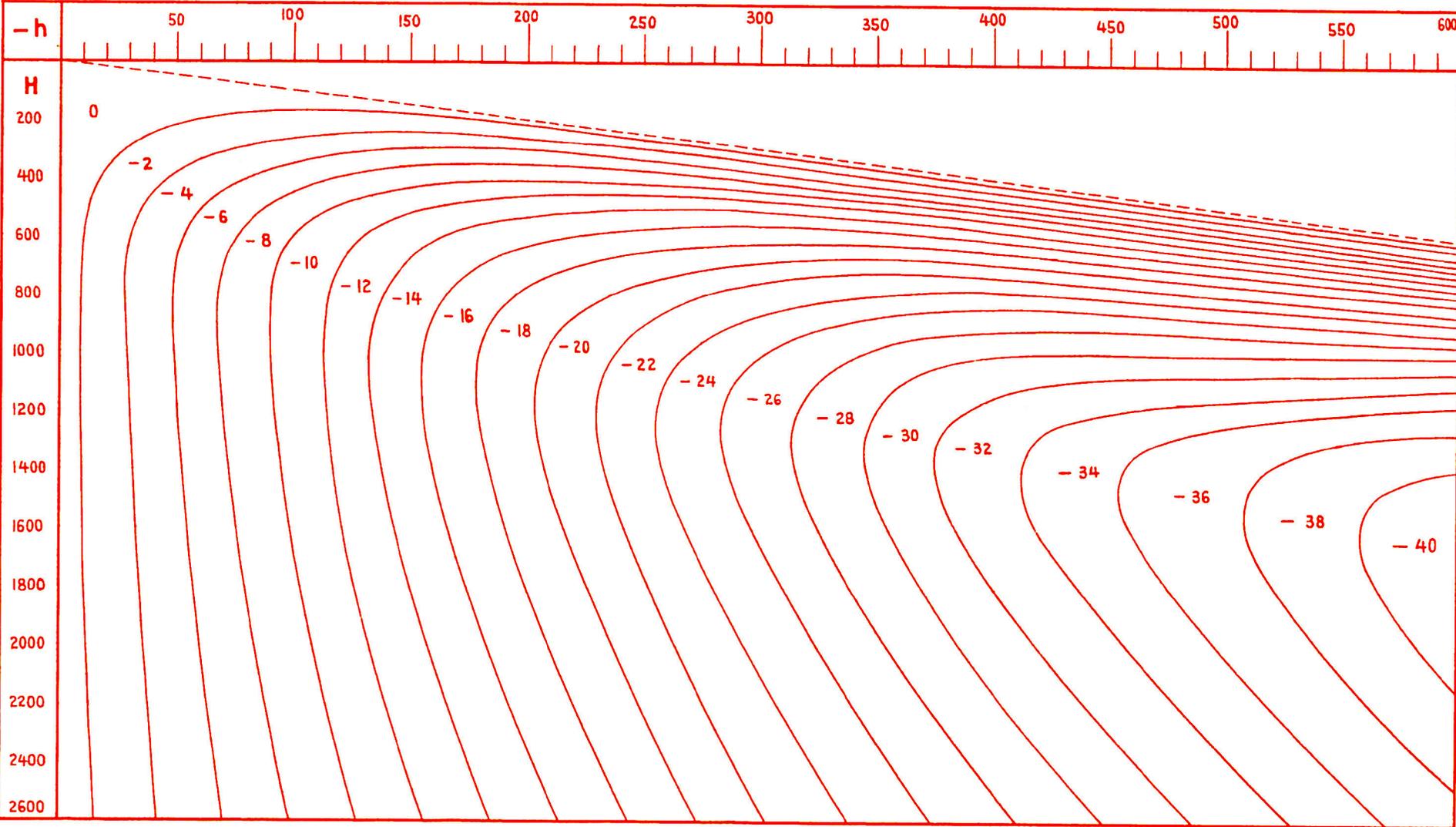
0.5-1.0 km



ΔF - Kurven

Zone 1

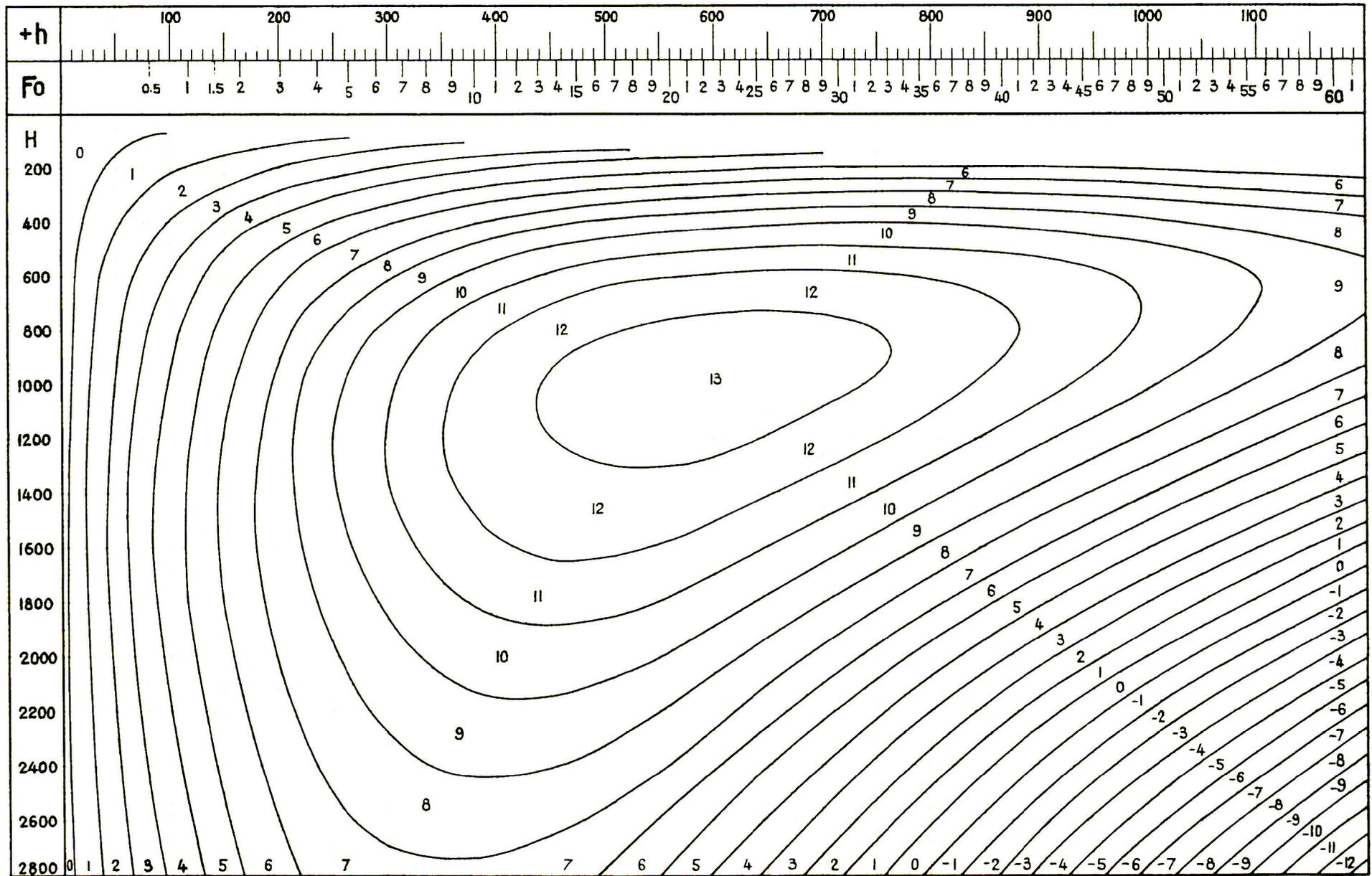
0.5-1.0 km



Φ - Kurven

Zone 2

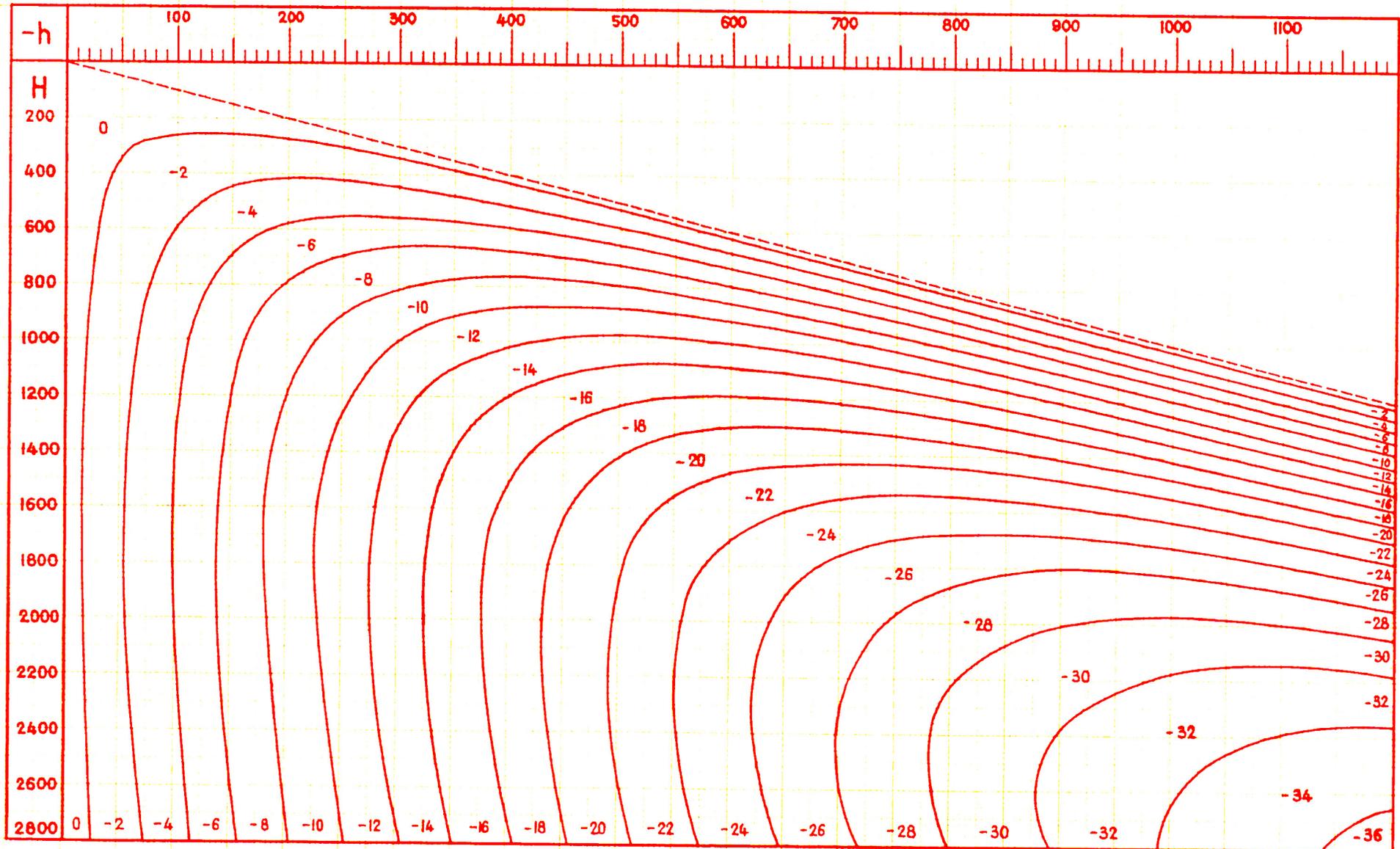
1.0 - 1.4 km



ΔF -Kurven

Zone 2

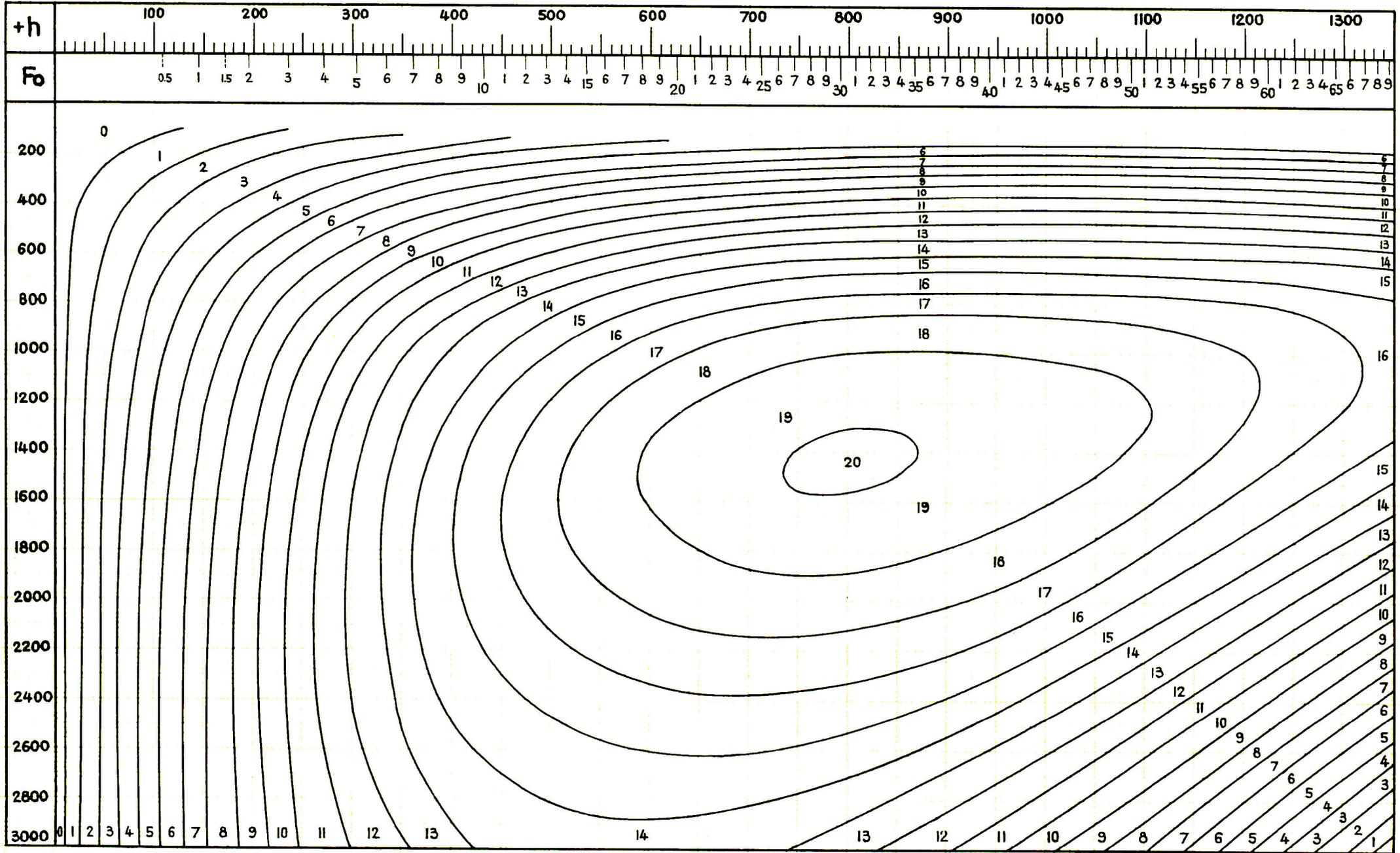
1.0-1.4 km



Φ - Kurven

Zone 3

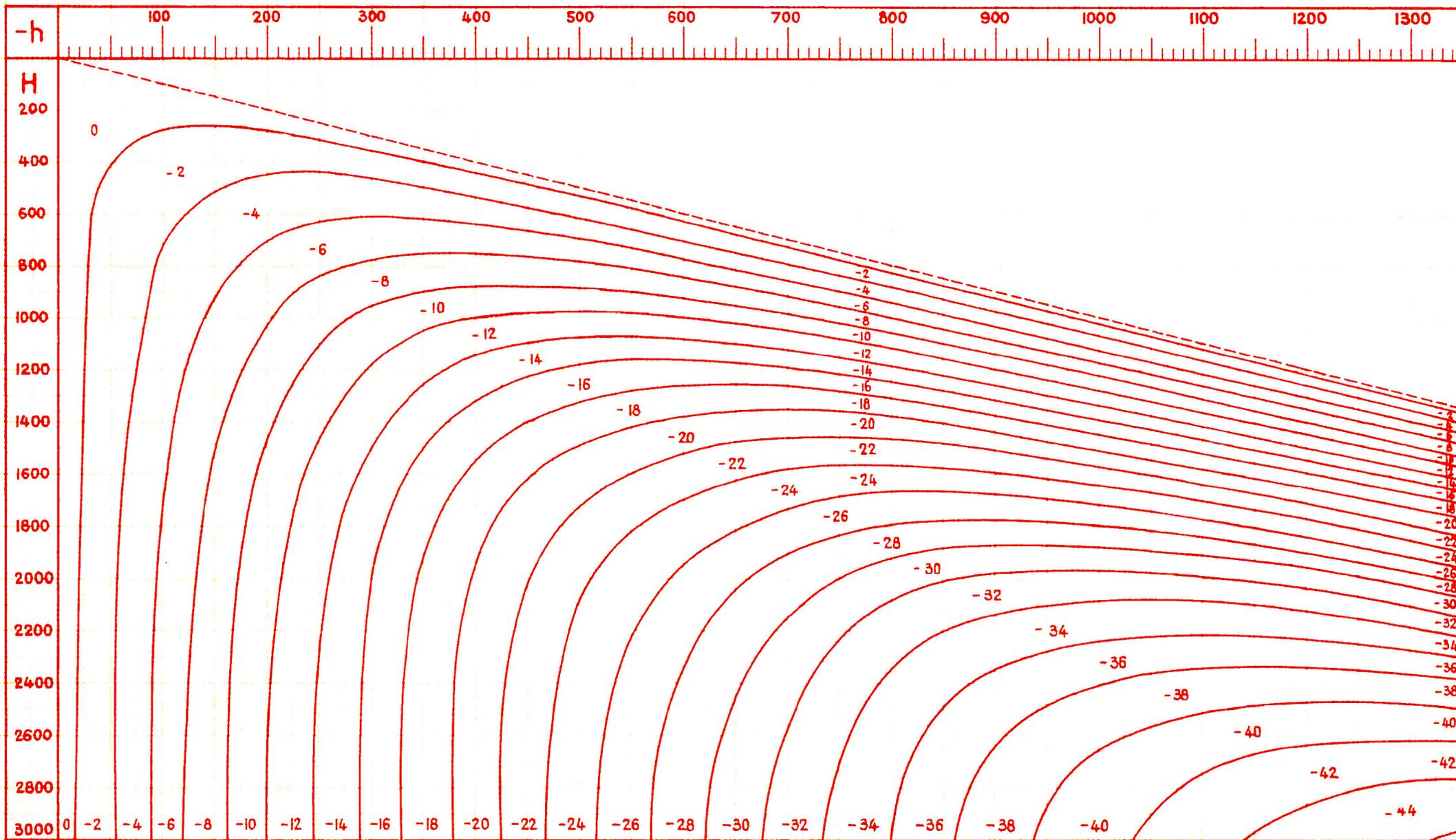
1.4-2.0 km



△ F-Kurven

Zone 3

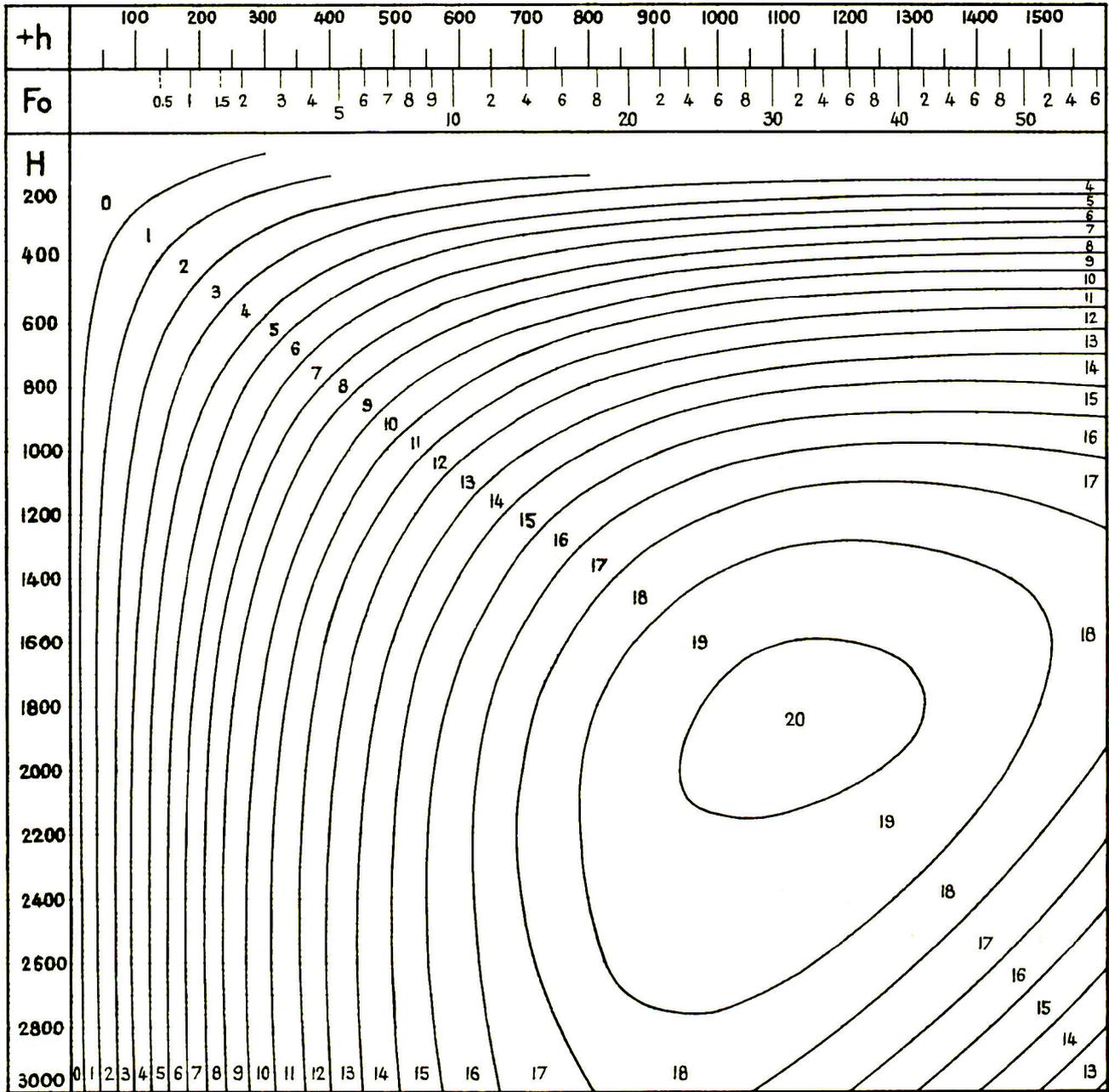
1.4 - 2.0 km



Φ - Kurven

Zone 4

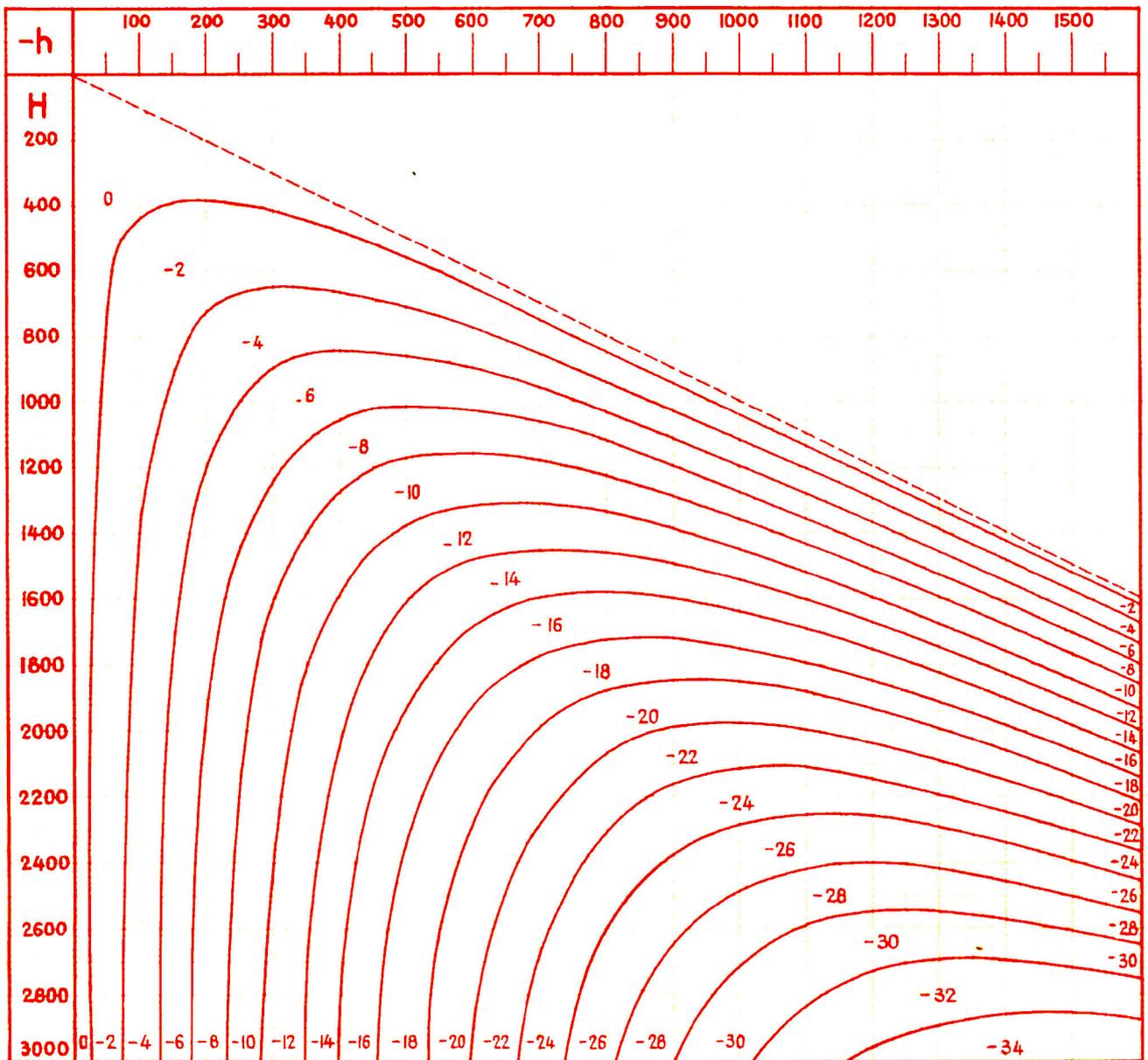
2.0-2.6 km



Δ F-Kurven

Zone 4

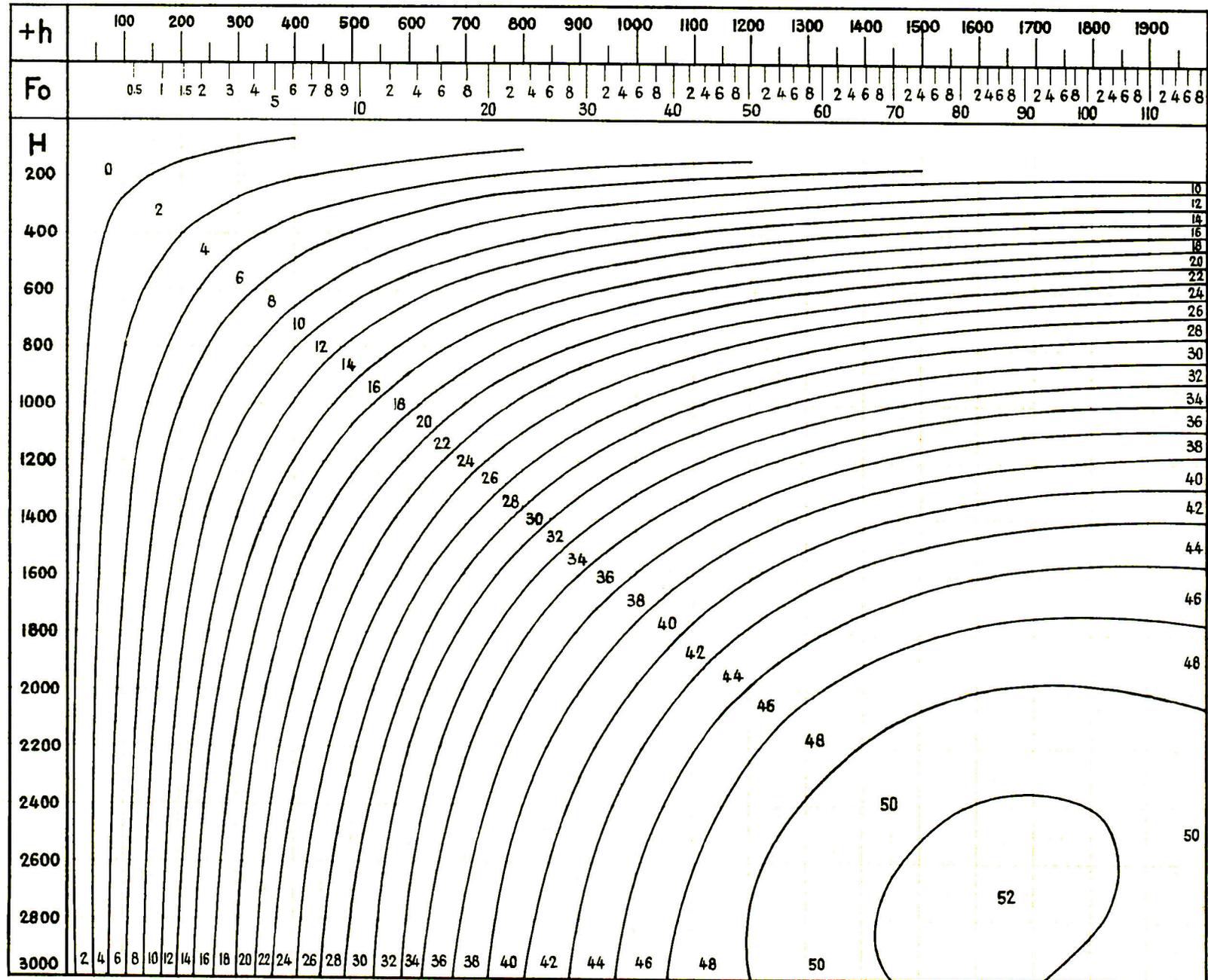
2.0 - 2.6 km



Φ - Kurven

Zone 5

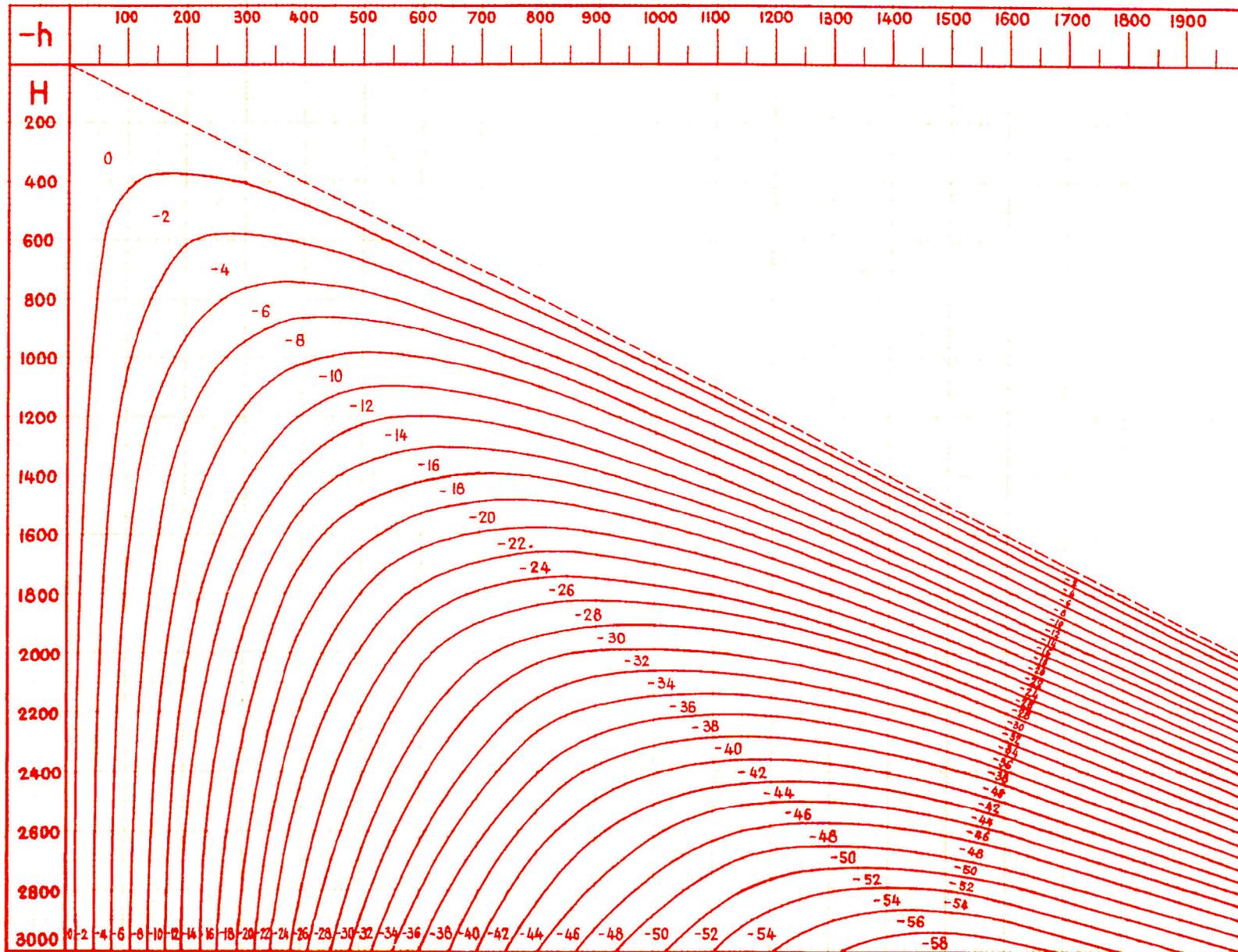
2.6-4.2 km



ΔF -Kurven

Zone 5

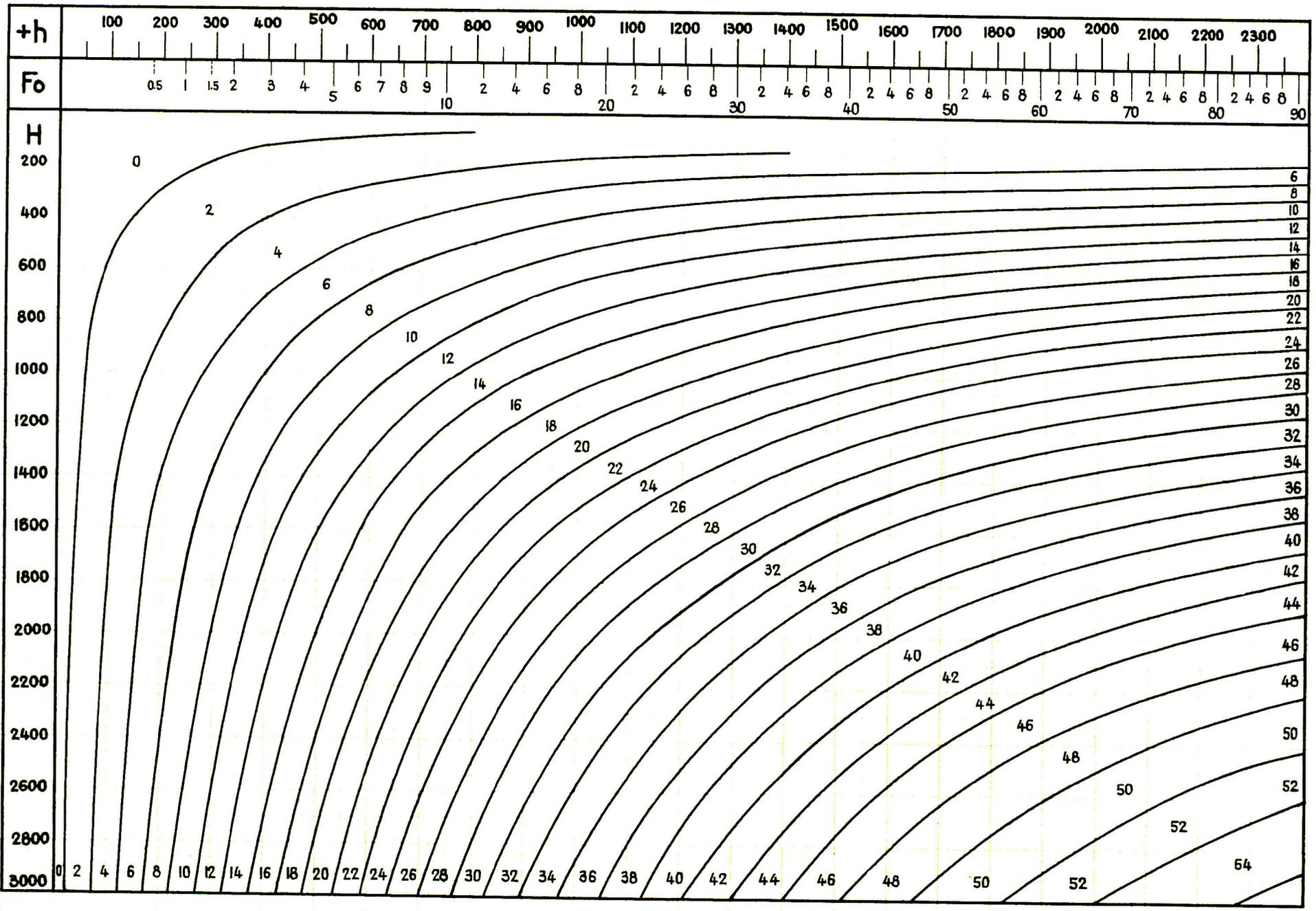
2.6-4.2 km



Φ - Kurven

Zone 6

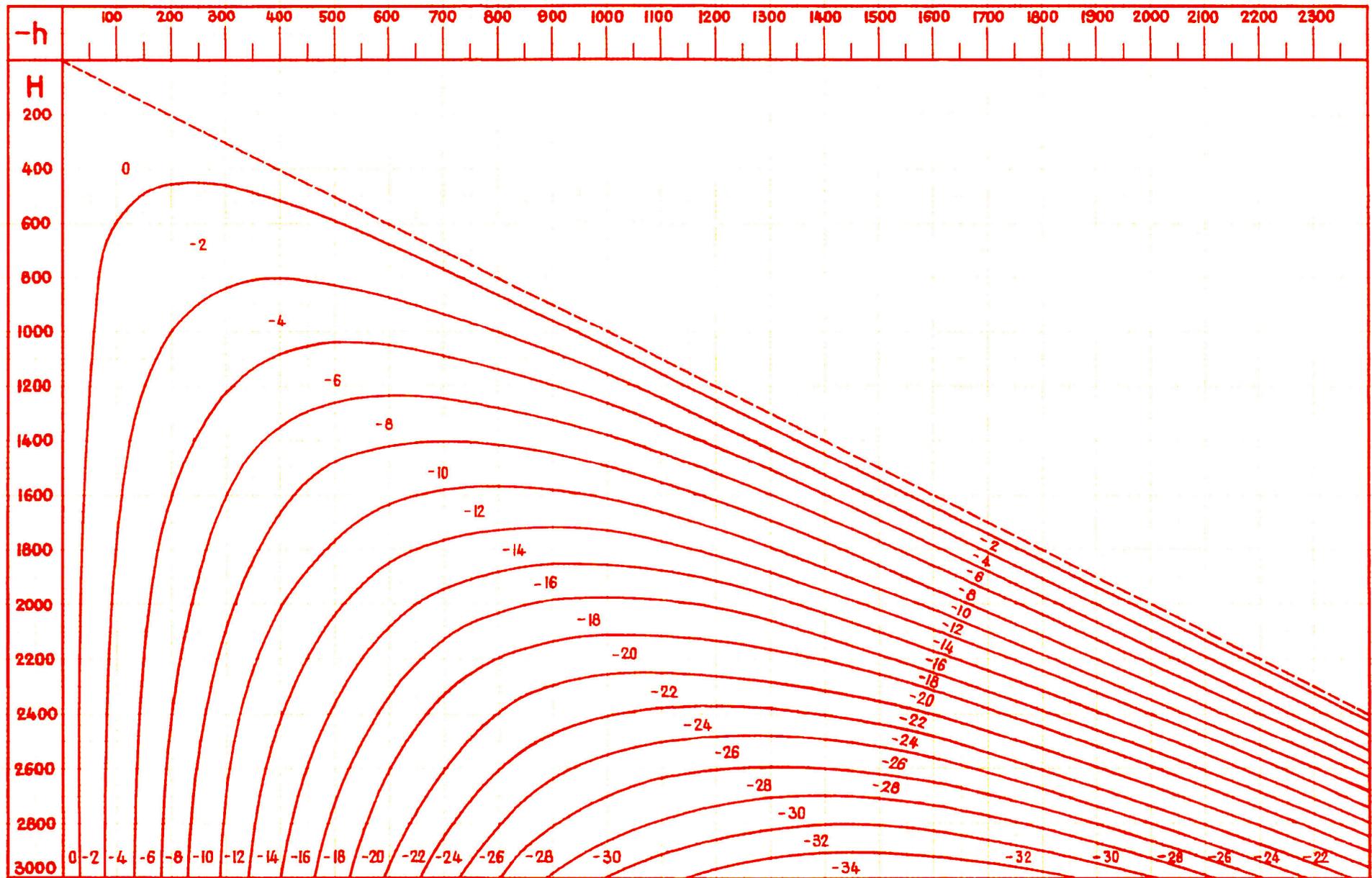
4.2-6.0 km



Δ F-Kurven

Zone 6

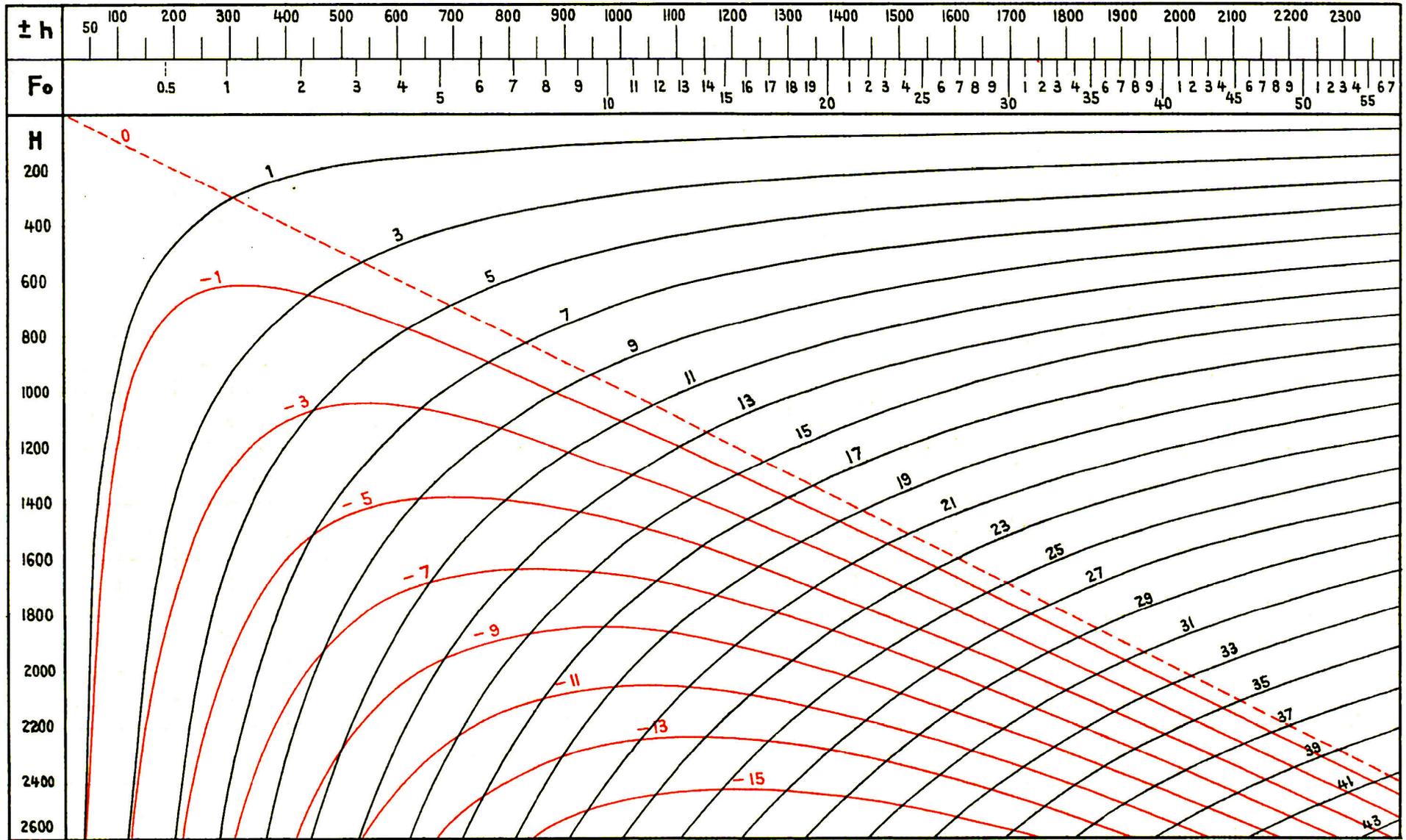
4.2-6.0 km



Φ -Kurven

Zone 7

6.0-8.0 km

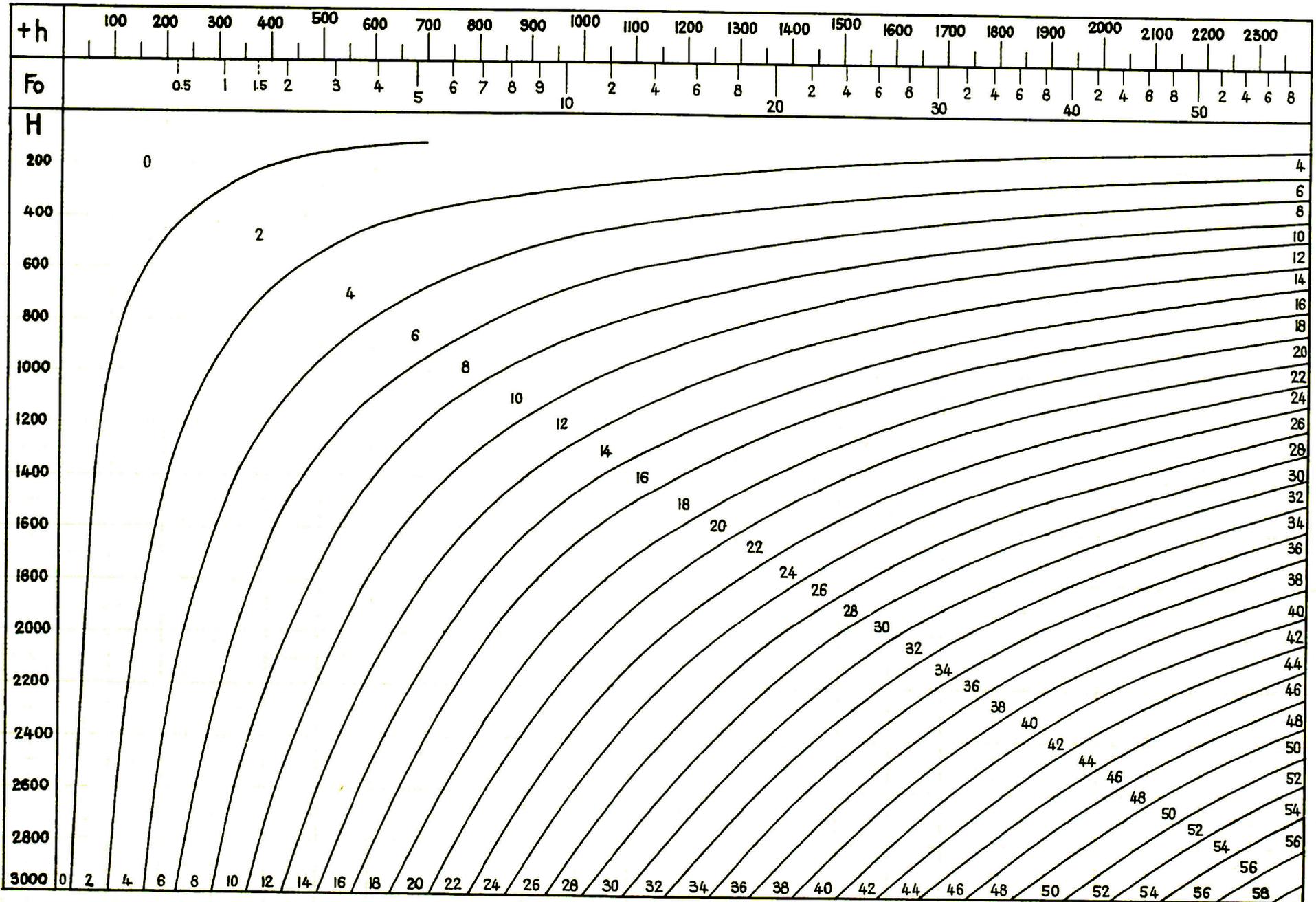


ΔF - Kurven

Φ - Kurven

Zone 8

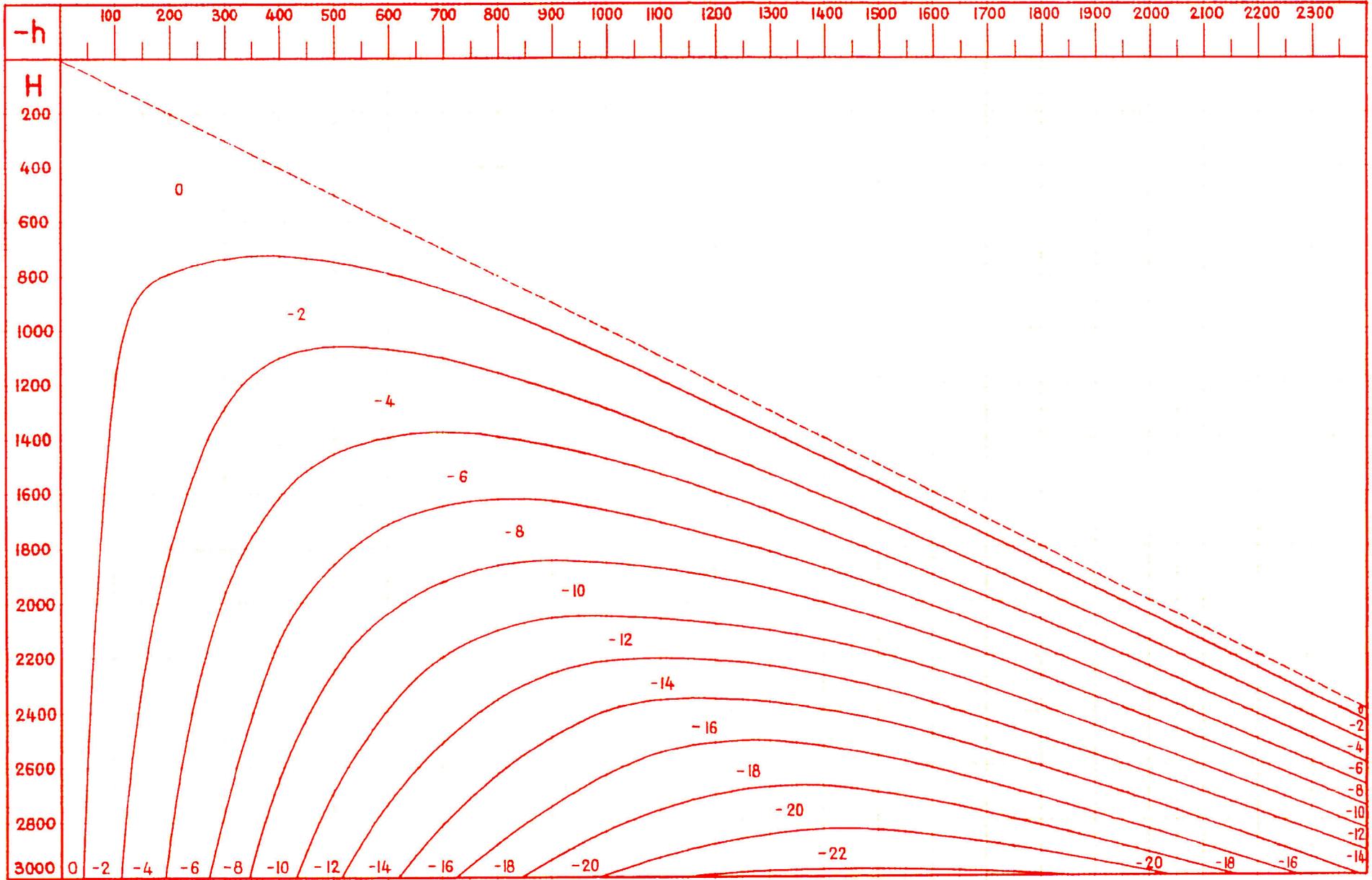
8-12 km



ΔF - Kurven

Zone 8

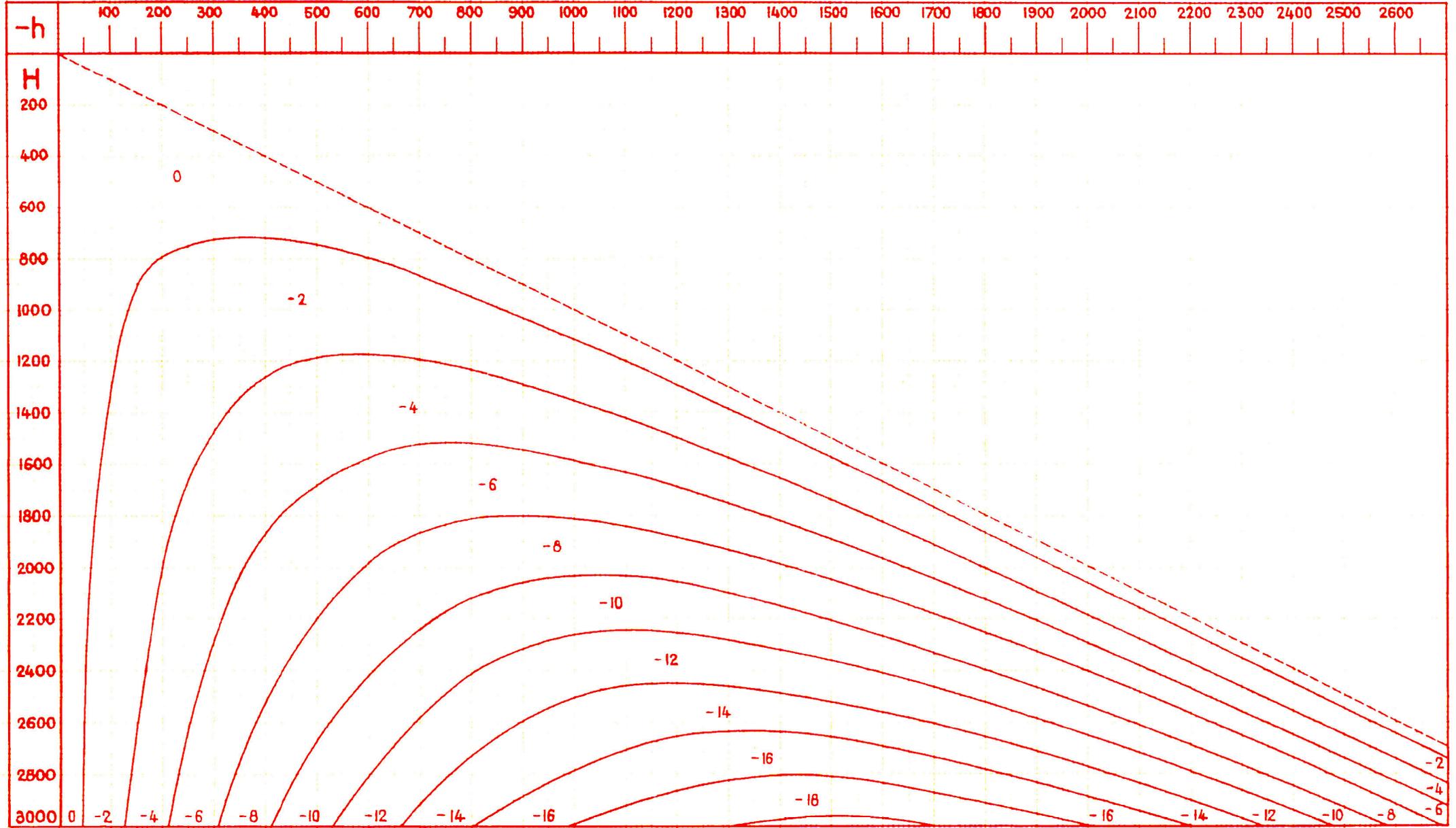
8 - 12 Km



Φ - Kurven

Zone 9

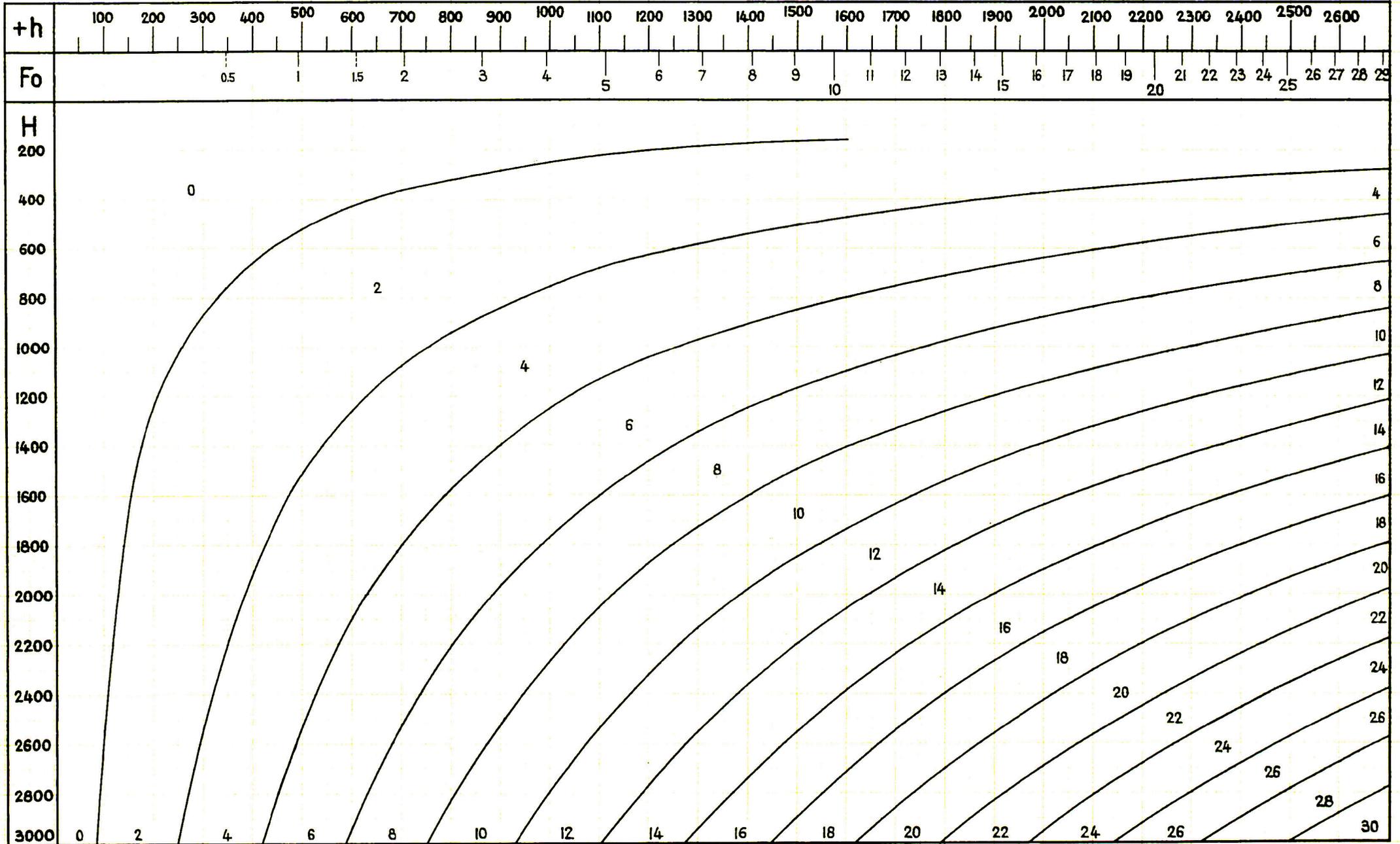
12-20 km



Φ - Kurven

Zone 10

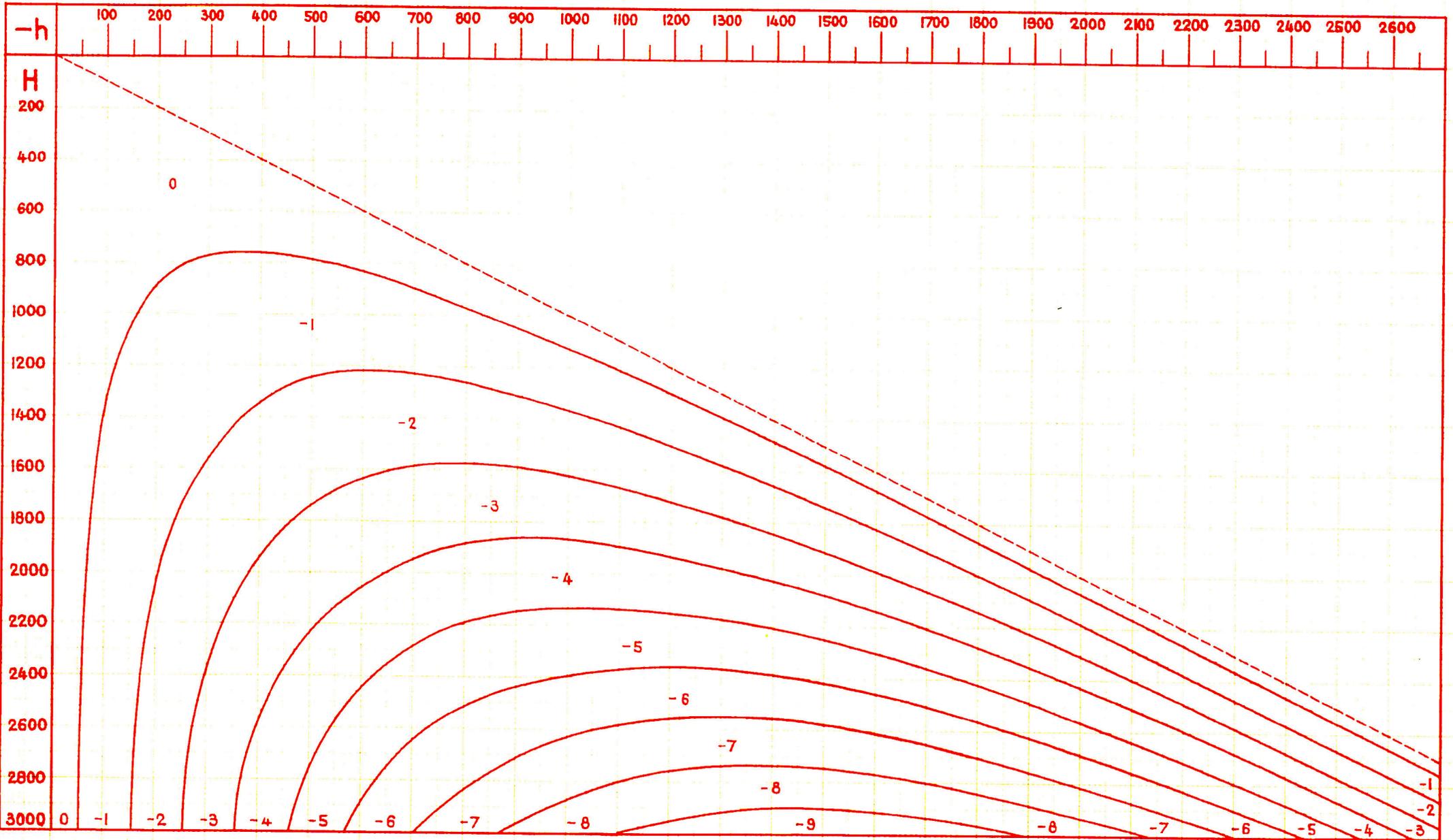
20-29 Km



ΔF - Kurven

Zone 10

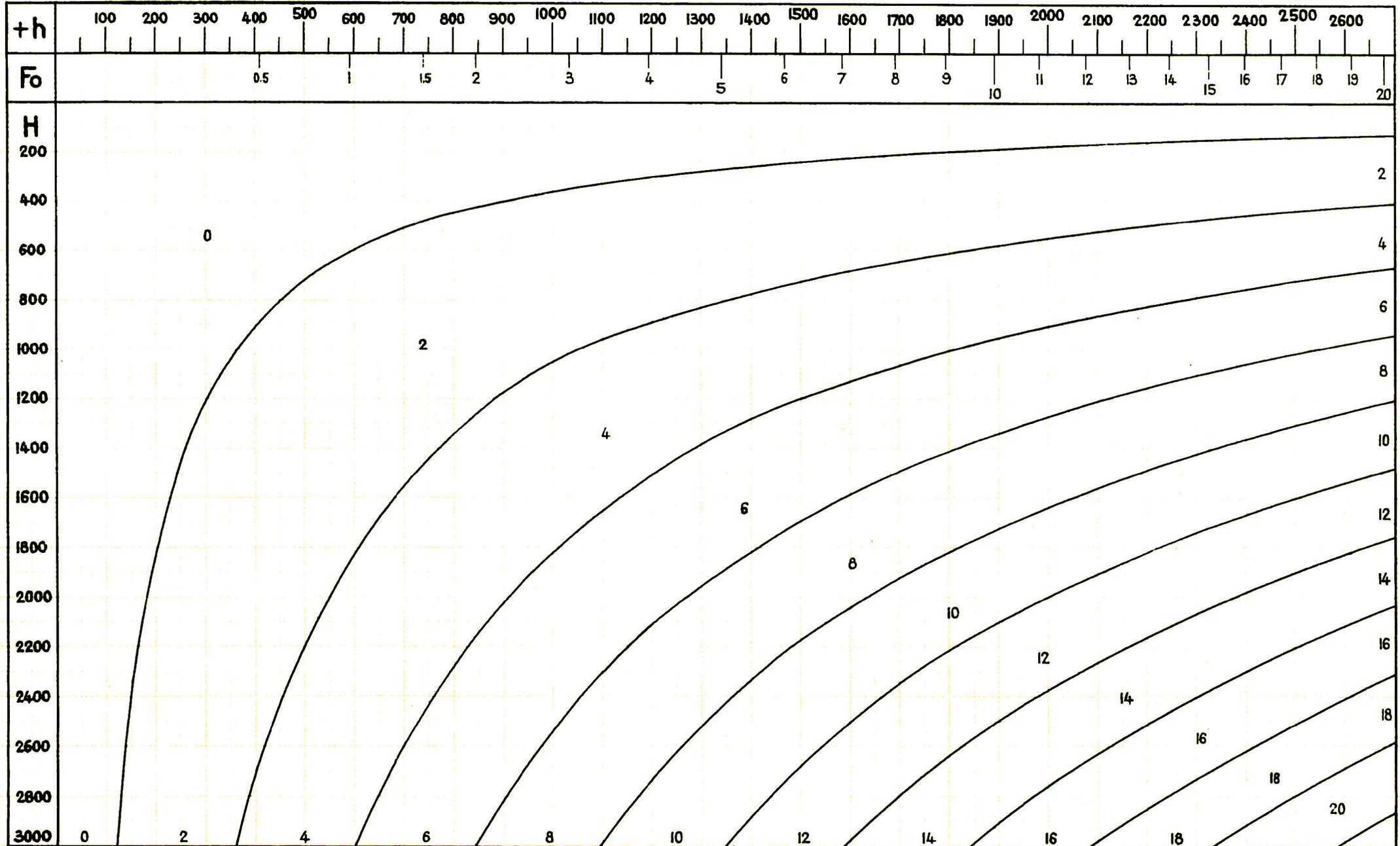
20-29 Km



Φ - Kurven

Zone 11

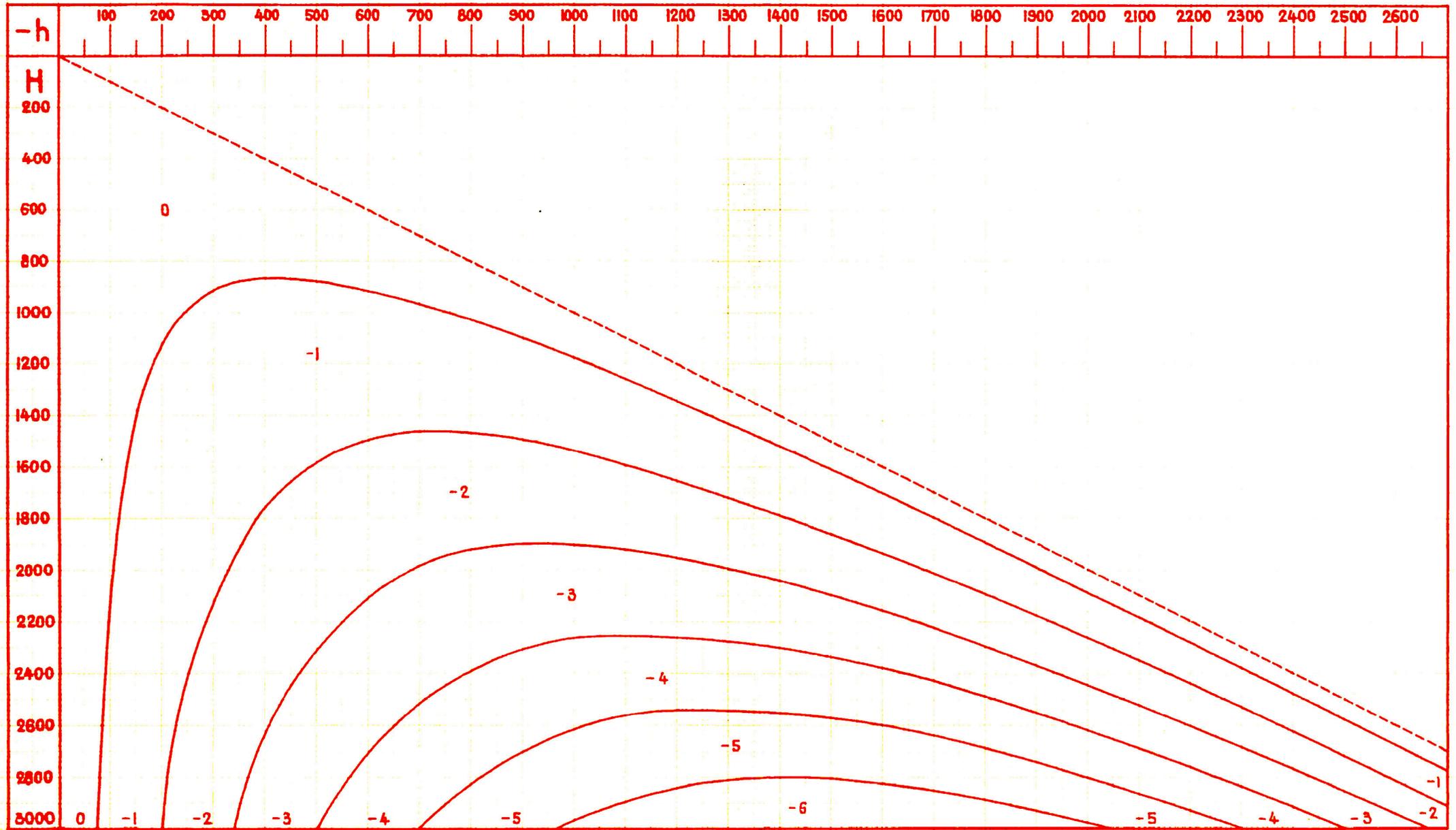
29-42 km



ΔF -Kurven

Zone 11

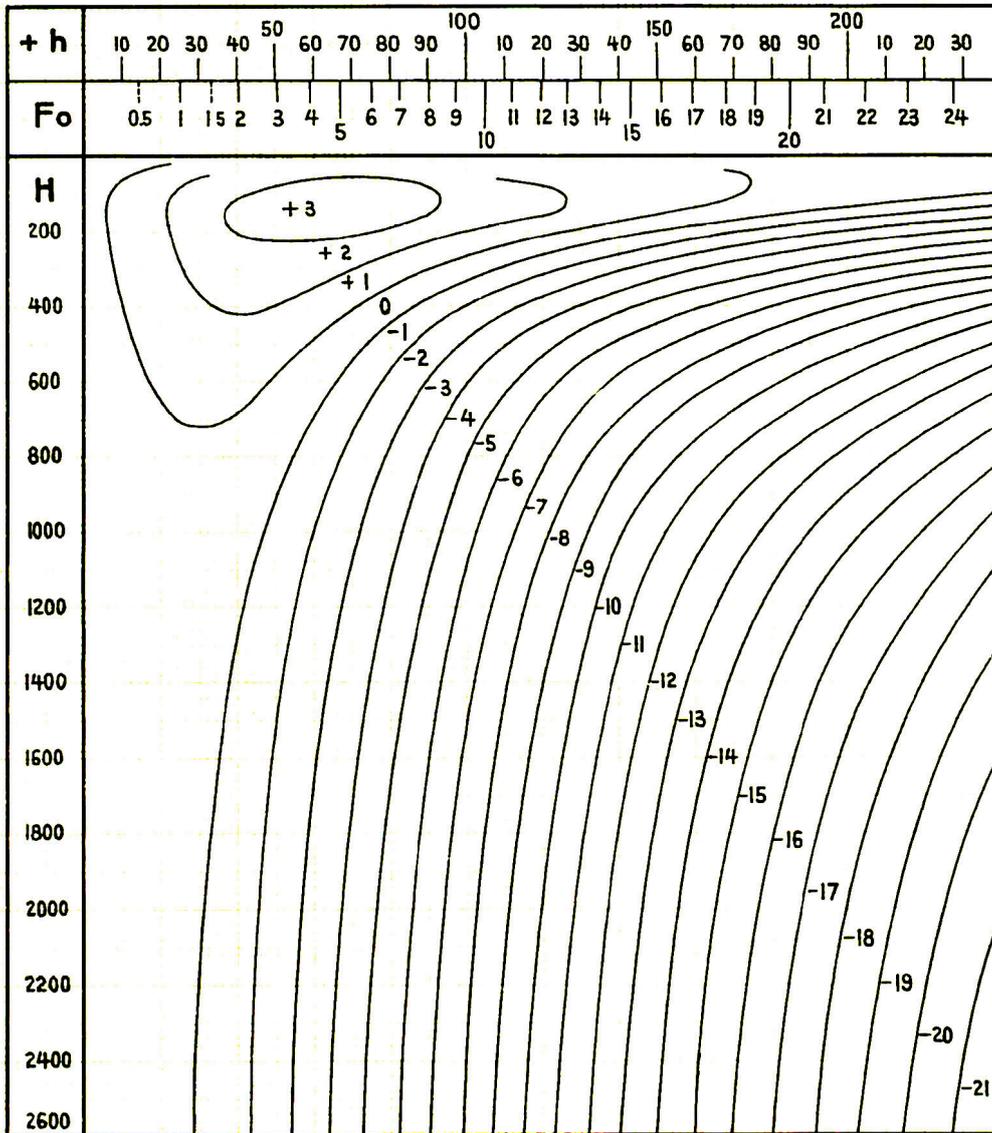
29-42 Km



Φ - Kurven

Zone a

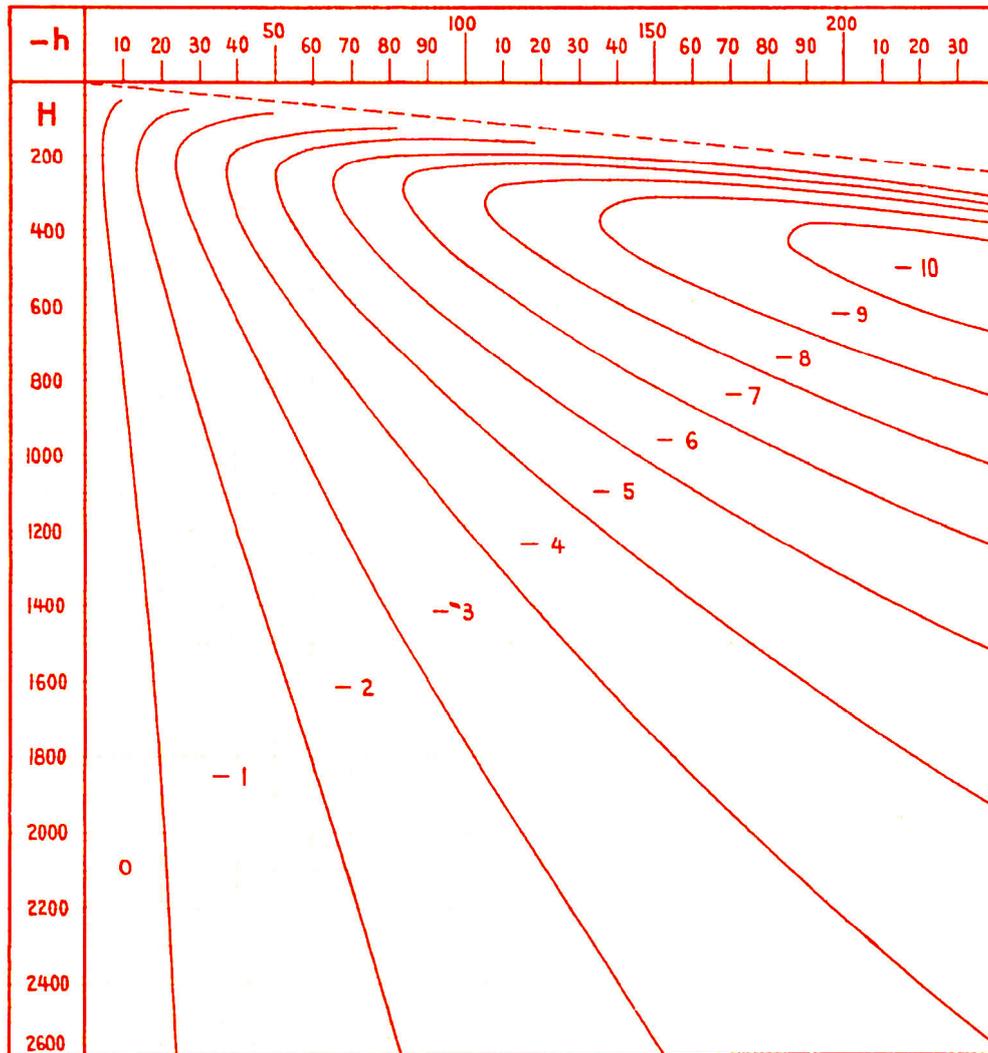
0.1-0.2 km



Δ F - Kurven

Zone a

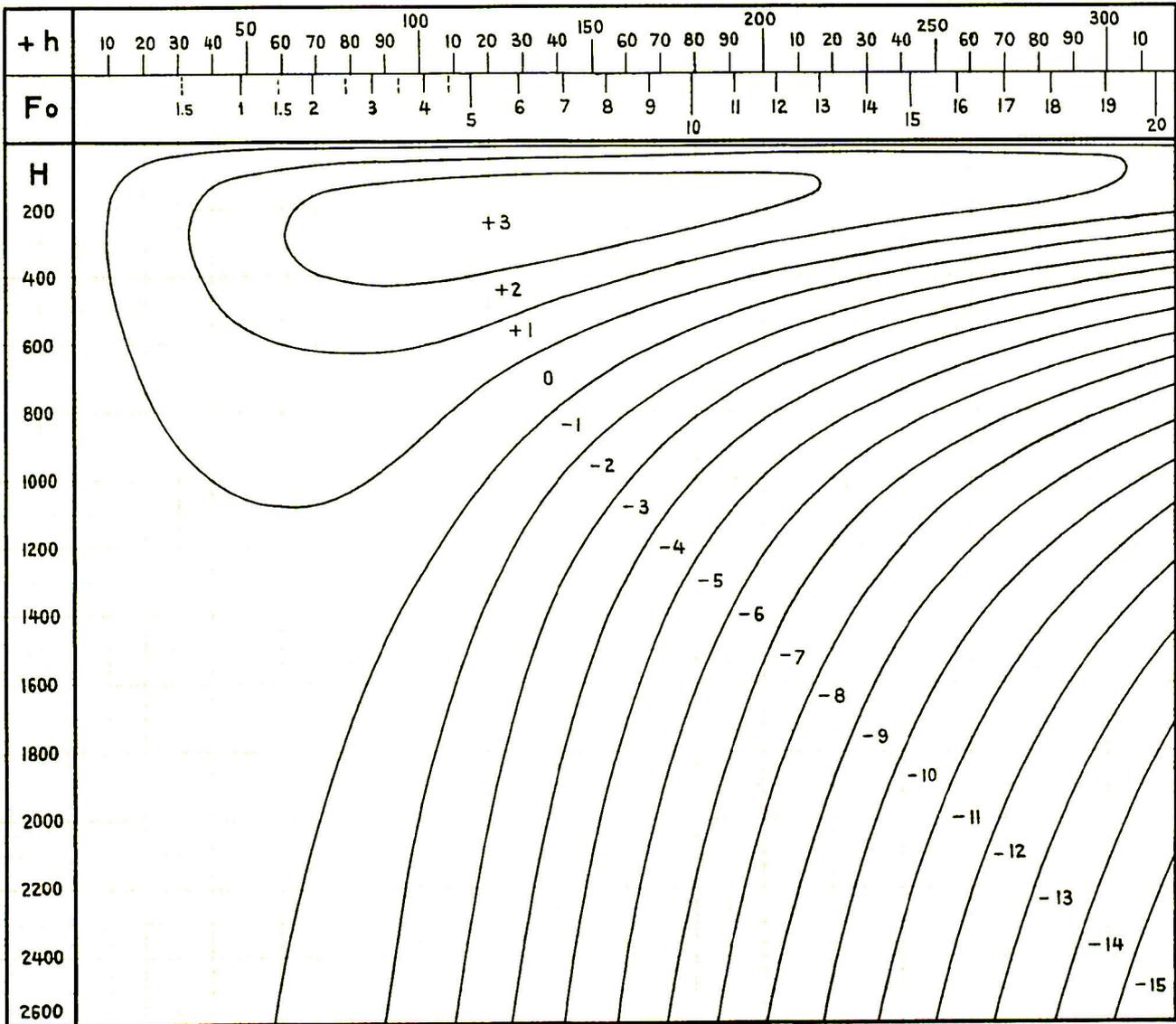
0.1-0.2 km



Φ - Kurven

Zone b

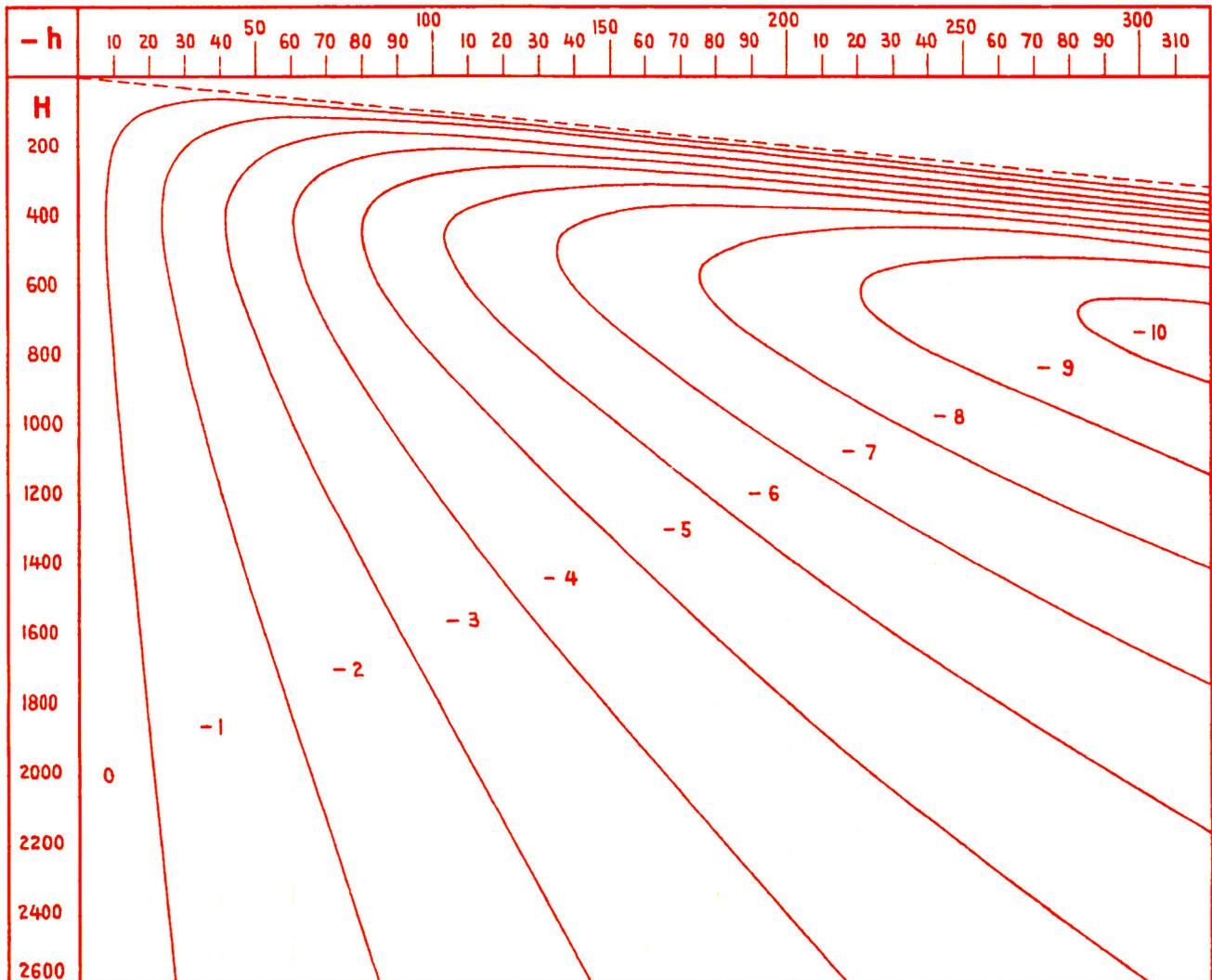
0.2-0.3 km



ΔF - Kurven

Zone b

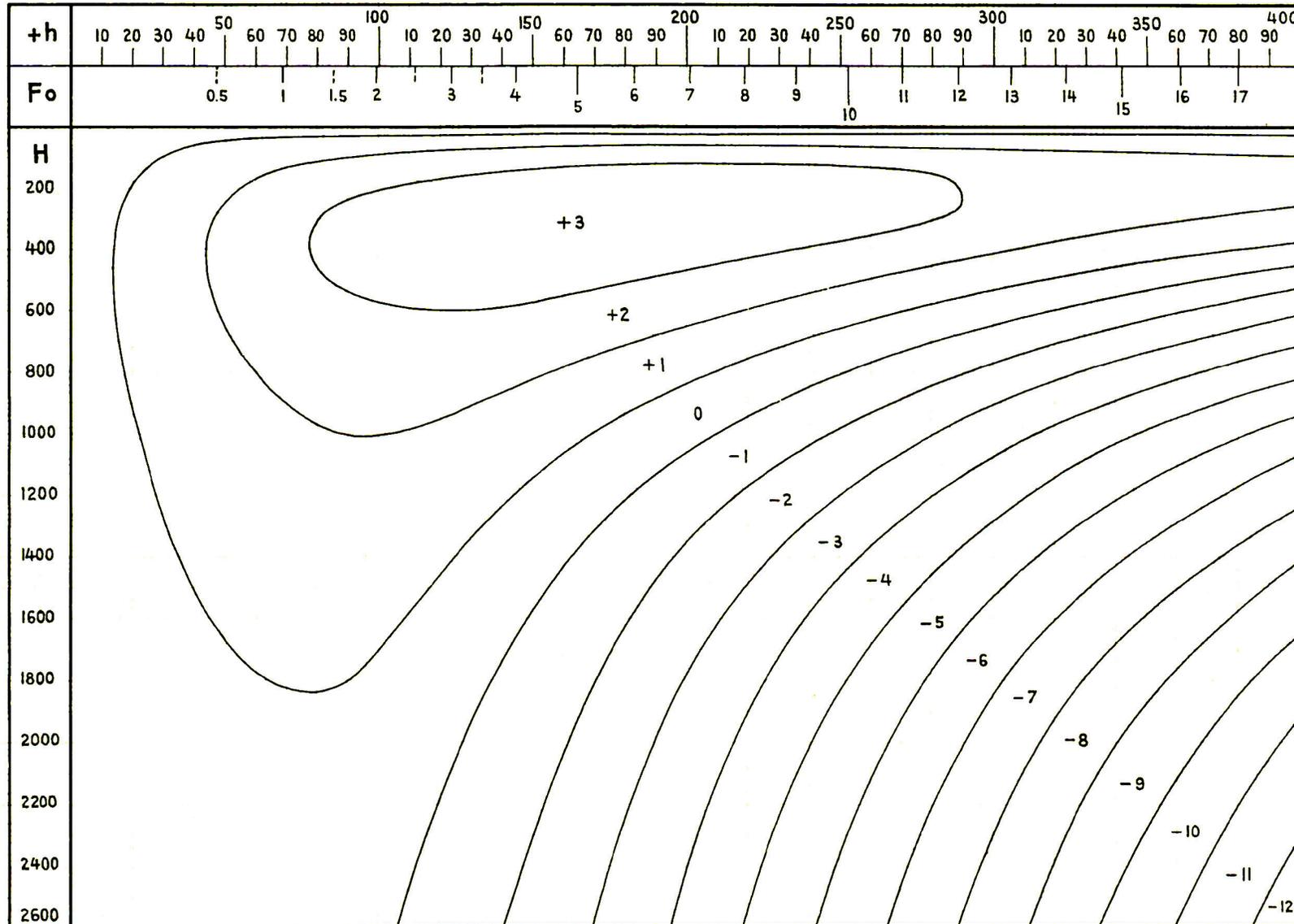
0.2-0.3 km



Φ - Kurven

Zone C

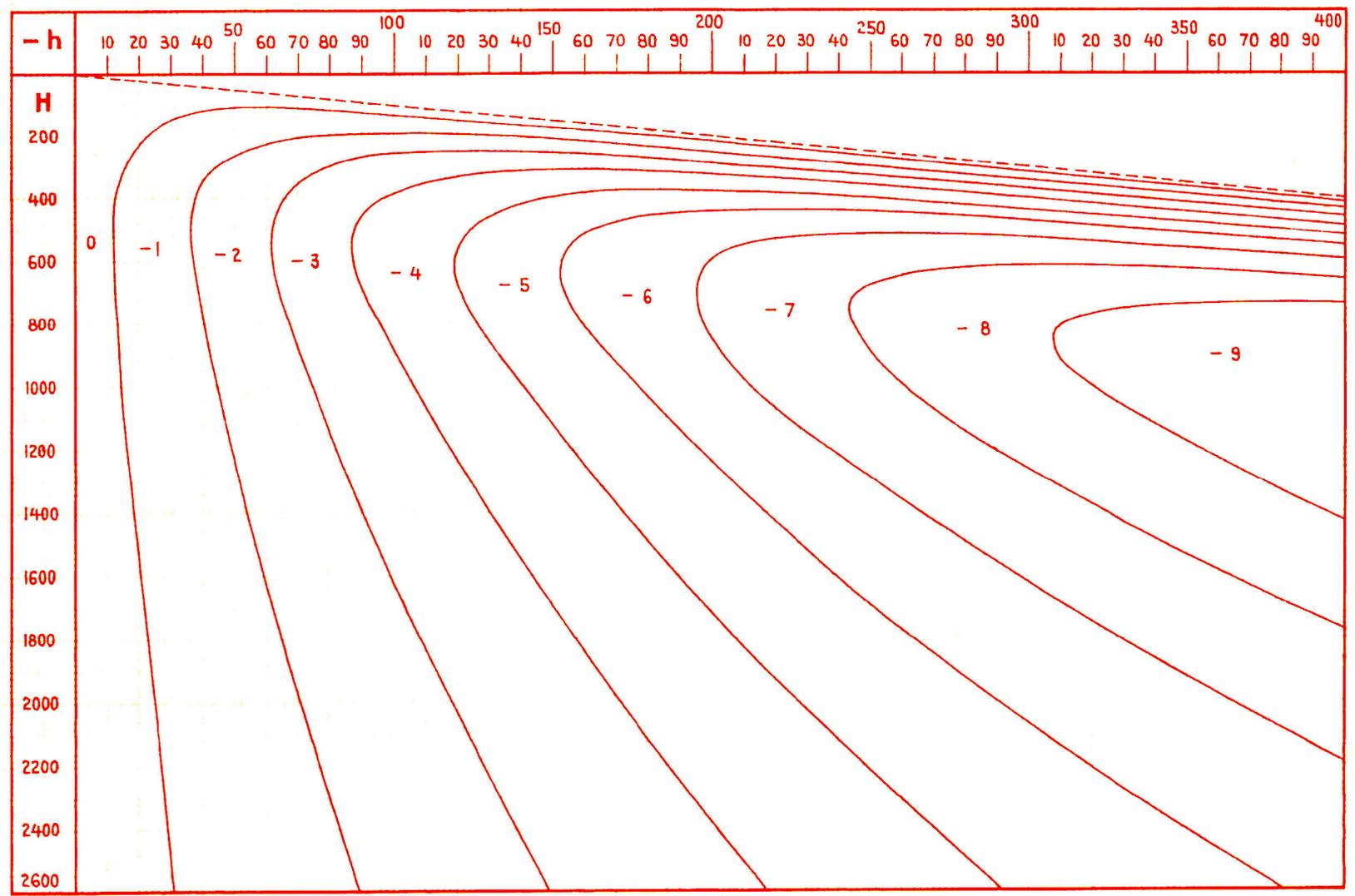
0.3-0.4 km



ΔF - Kurven

Zone C

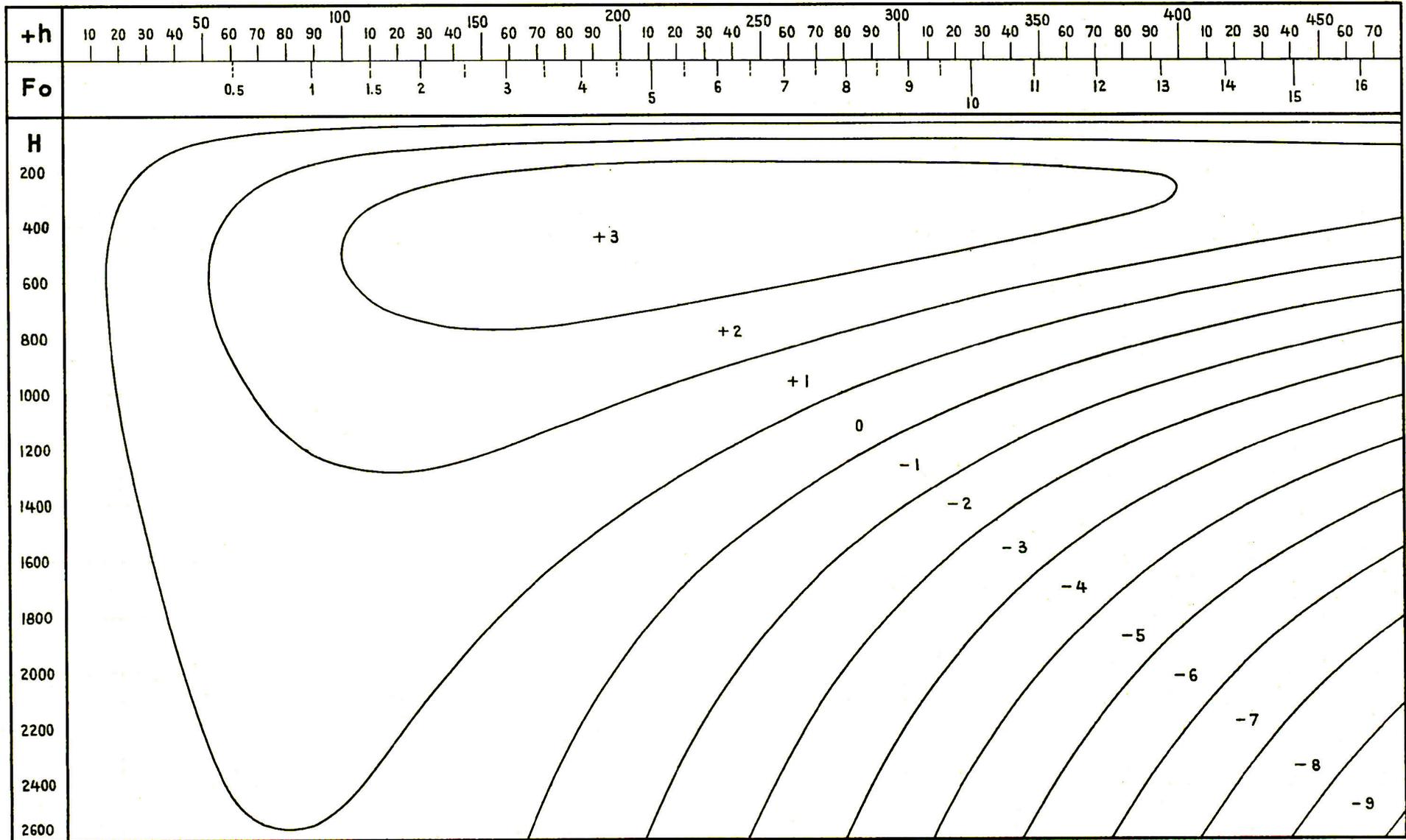
0.3-0.4 km



Φ - Kurven

Zone d

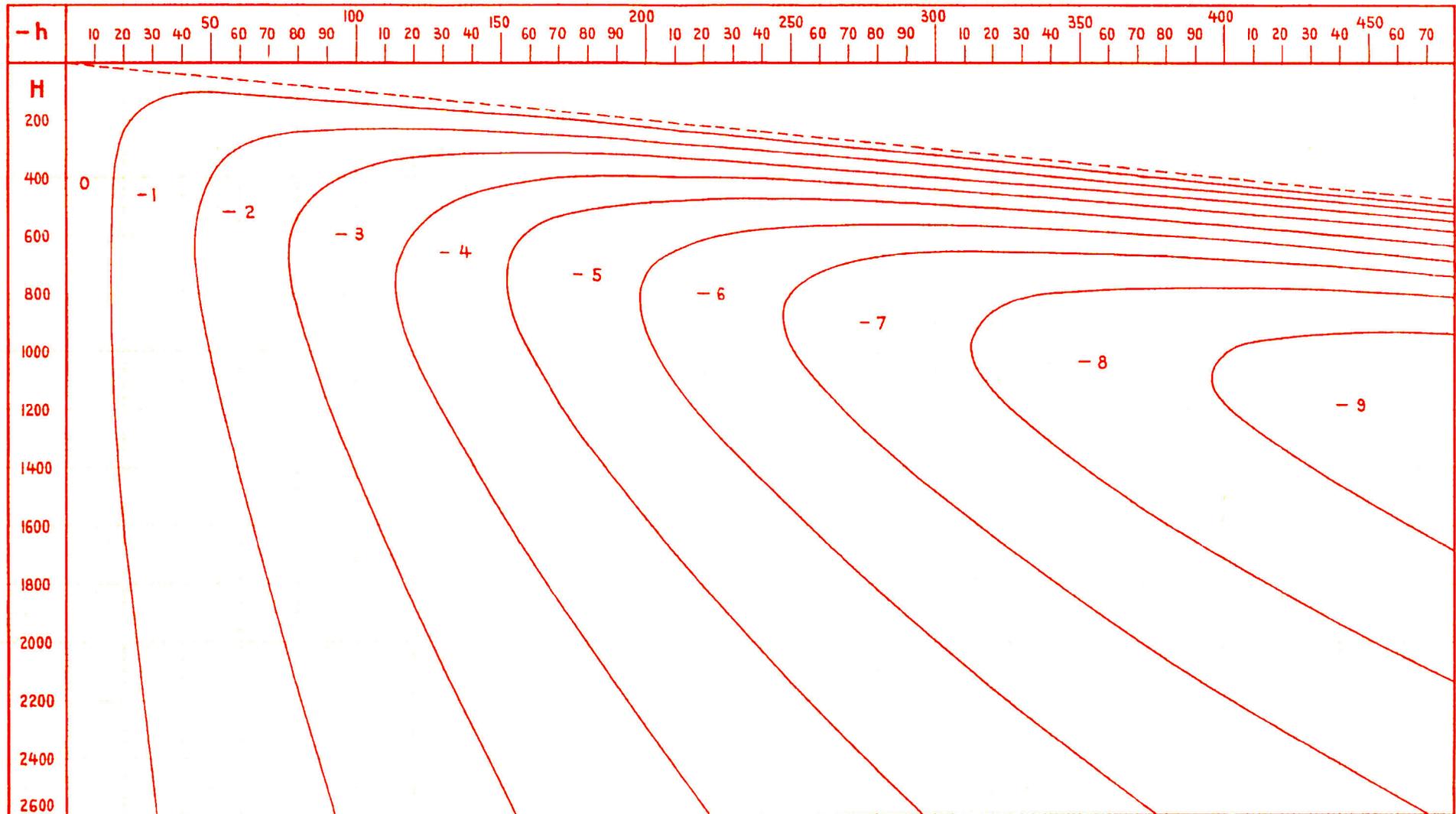
0.4-0.5 km



ΔF - Kurven

Zone d

0.4-0.5 km



Φ - Kurven

Adressen

der Mitglieder der Schweizerischen Geodätischen Kommission.

Präsident: Professor Dr. Ing. h. c. C. F. BÄSCHLIN, Zollikon bei Zürich.

Vizepräsident und 1. Sekretär: Professor Dr. TH. NIETHAMMER, Direktor der Astronomisch-meteorologischen Anstalt der Universität Basel, Binningen bei Basel.

2. Sekretär: M. le professeur G. TIERCY, directeur de l'Observatoire de Genève, Genève.

Kassier: Dipl. Ing. H. ZÄLLY, Chefingenieur an der Abteilung für Landestopographie, Bern.

Professor Dr. W. BRUNNER, Direktor der Eidgenössischen Sternwarte, Zürich.

Dienstliche Postsendungen sind erbeten an den Präsidenten oder an die Sekretäre.

Zusendungen von Veröffentlichungen an die Adresse:

Schweizerische Geodätische Kommission, p. Adr. Abteilung für Landestopographie,
Heinrich-Wildstrasse, Bern.

Pour les correspondances officielles, adresser au président ou aux secrétaires.

Pour les envois de publications:

Commission géodésique suisse, p. adr. Service topographique fédérale, Berne,
Heinrich-Wildstrasse 3.

Bisherige Publikationen der Schweizerischen Geodätischen Kommission (zu beziehen durch den Kartenverlag der schweizerischen Landestopographie in Bern):

Wolf, Dr. Rud., Geschichte der Vermessungen in der Schweiz, als historische Einleitung zu den Arbeiten der Schweiz. geodätischen Kommission bearbeitet. Mit einem Titelbilde. Zürich 1879, in 4°. Fr. 10.—.

Das schweizerische Dreiecknetz, herausgegeben von der Schweiz. geodät. Kommission:

- I. Band. Die Winkelmessungen und Stationsausgleichungen. Zürich 1881, in 4°. Fr. 10.—.
- II. Band. Die Netzausgleichung und die Anschlussnetze der Sternwarten und astronomischen Punkte. Zürich 1885, in 4°. Fr. 10.—.
- III^{me} Vol. La mensuration des bases. Lausanne 1888, in 4°. Fr. 10.— (vergriffen).
- IV. Band. Die Anschlussnetze der Grundlinien. Zürich 1889, in 4°. Fr. 10.—.
- V. Band. Astronomische Beobachtungen im Tessiner Basisnetze, auf Gäbris und Simplon; definitive Dreieckseitenlängen; geographische Koordinaten. Mit einer Karte. Zürich 1890, in 4°. Fr. 10.—.
Als Separatabdruck aus Bd. V: Definitive Seitenlängen und geographische Koordinaten der Punkte des schweiz. Dreiecknetzes und der Anschlussnetze. Mit einer Karte. Zürich 1890, in 4°. Fr. 2.—.
- VI. Band. Lotabweichungen in der Westschweiz. Mit einer Tafel. Zürich 1894, in 4°. Fr. 10.—.
- VII. Band. Relative Schwerebestimmungen. I. Teil. Mit 3 Tafeln. Zürich 1897, in 4°. Fr. 10.—.
- VIII. Band. Lotabweichungen in der mittleren und nördlichen Schweiz. Mit einer Tafel. Zürich 1898, in 4°. Fr. 10.—.
- IX. Band. Polhöhen- und Azimutmessungen. Das Geoid der Schweiz. Mit vier Tafeln. Zürich 1901, in 4°. Fr. 10.—.

Die Fortsetzung unter dem Titel:

Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz.

- X. Band. Relative Lotabweichungen gegen Bern und telephonische Uhrvergleichungen am Simplon. Mit zwei Karten und zwei Tafeln. Zürich 1907, in 4°. Fr. 15.—.
- XI^{me} Vol. Mesure de la base géodésique du tunnel du Simplon. Avec 35 figures. Zurich 1908, in 4°. Fr. 10.—.
- XII. Band. Schwerebestimmungen in den Jahren 1900—1907. — Das Nivellementspolygon am Simplon. Mit 13 Tafeln. Zürich 1910, in 4°. Fr. 15.—.
- XIII. Band. Polhöhen- und Schwerebestimmungen bis zum Jahre 1910. Mit fünf Tafeln und einer Karte. Zürich 1911, in 4°. Fr. 12.—.
- XIV. Band. Telegraphische Bestimmung der Längenunterschiede zwischen schweizerischen Sternwarten 1912—1914. Zürich 1915, in 4°. Fr. 10.—.
- XV. Band. Schwerebestimmungen in den Jahren 1911—1914. Mit fünf Tafeln und einer Karte. Zürich 1916, in 4°. Fr. 10.—.
- XVI. Band. Schwerebestimmungen in den Jahren 1915—1918. Mit einer Textfigur, acht Tafeln und einer Karte. Basel 1921, in 4°. Fr. 9.—.
- XVII^{me} Vol. Déviations de la Verticale et Isostasie. Avec 3 figures et 2 planches. Bâle 1925, in 4°. Fr. 8.—.
- XVIII. Band. Telegraphische Bestimmung der Längenunterschiede zwischen schweizerischen Stationen 1919—1923. Mit 6 Figuren und 1 Karte. Basel 1929, in 4°. Fr. 10.—.
- XIX. Band. Das astronomische Nivellement im Meridian des St. Gotthard. I. Die beobachteten Lotabweichungen. Mit 8 Figuren und 1 Karte. Basel 1932, in 4°. Fr. 10.—.
- XX. Band. Das astronomische Nivellement im Meridian des St. Gotthard. II. Die berechneten Geoiderhebungen und der Verlauf des Geoidschnittes. Mit 2 Figuren, 1 Tafelbeilage und 28 Tafeln in besonderem Umschlag. Brugg 1939, in 4°. Fr. 12.—.
- XXI. Band. Bestimmung von Längenunterschieden erster Ordnung mit drahtloser Uhrvergleichung in den Jahren 1924—1930. Mit 10 Abbildungen. Brugg 1936, in 4°. Fr. 12.—.

Nivellement de précision de la Suisse. Livraison I—X. 1867—1891 in 4°. Chaque livraison Fr. 3.—. (Livraison I vergriffen.)

Catalogue des Hauteurs suisses. Second volume (X^e Livr.) de « Nivellement de précision de la Suisse ». 1901, in 4°. Fr. 3.—.

Bericht der Abteilung für Landestopographie an die schweizerische geodätische Kommission über die **Arbeiten am Präzisionsnivellement der Schweiz** in den Jahren 1893—1903. Bearbeitet von Dr. J. Hilfiker. Mit einer Übersichtskarte. Zürich 1905, in 4°. Fr. 2.50.

Nivellement und Schwere als Mittel zur Berechnung wahrer Meereshöhen. Von Th. Niethammer. Mit 6 Figuren und 25 Tafeln. Basel 1932, in 4°. Fr. 8.—.