

NIVELLEMENT DE PRÉCISION

DE

LA SUISSE

EXÉCUTÉ

PAR LA COMMISSION GÉODÉSIQUE FÉDÉRALE

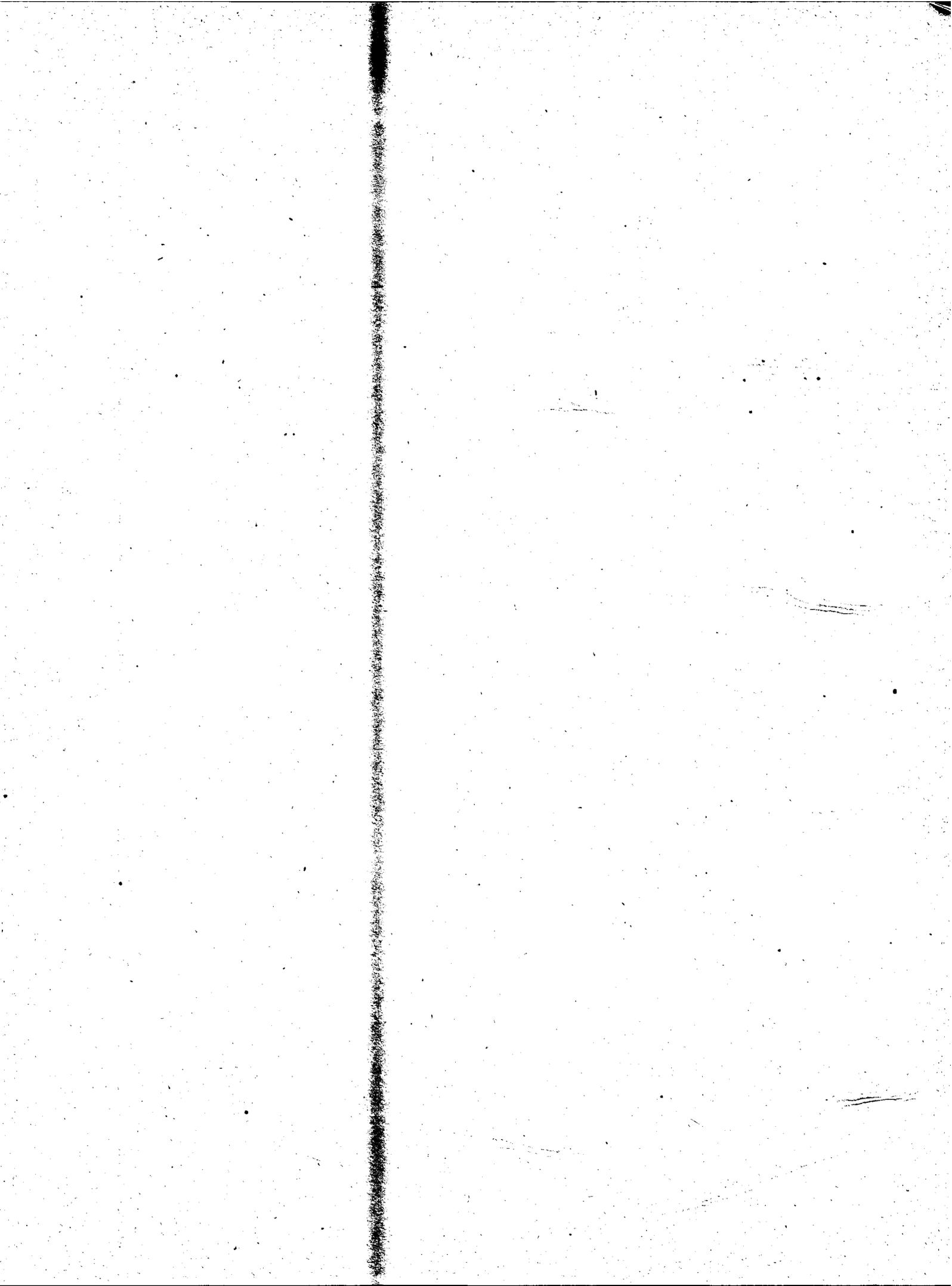
SOUS LA DIRECTION DE

A. HIRSCH ET E. PLANTAMOUR

NEUVIÈME LIVRAISON

GENÈVE, BALE, LYON
H. GEORG, LIBRAIRE-ÉDITEUR

—
1891



NIVELLEMENT DE PRÉCISION
DE
L A S U I S S E

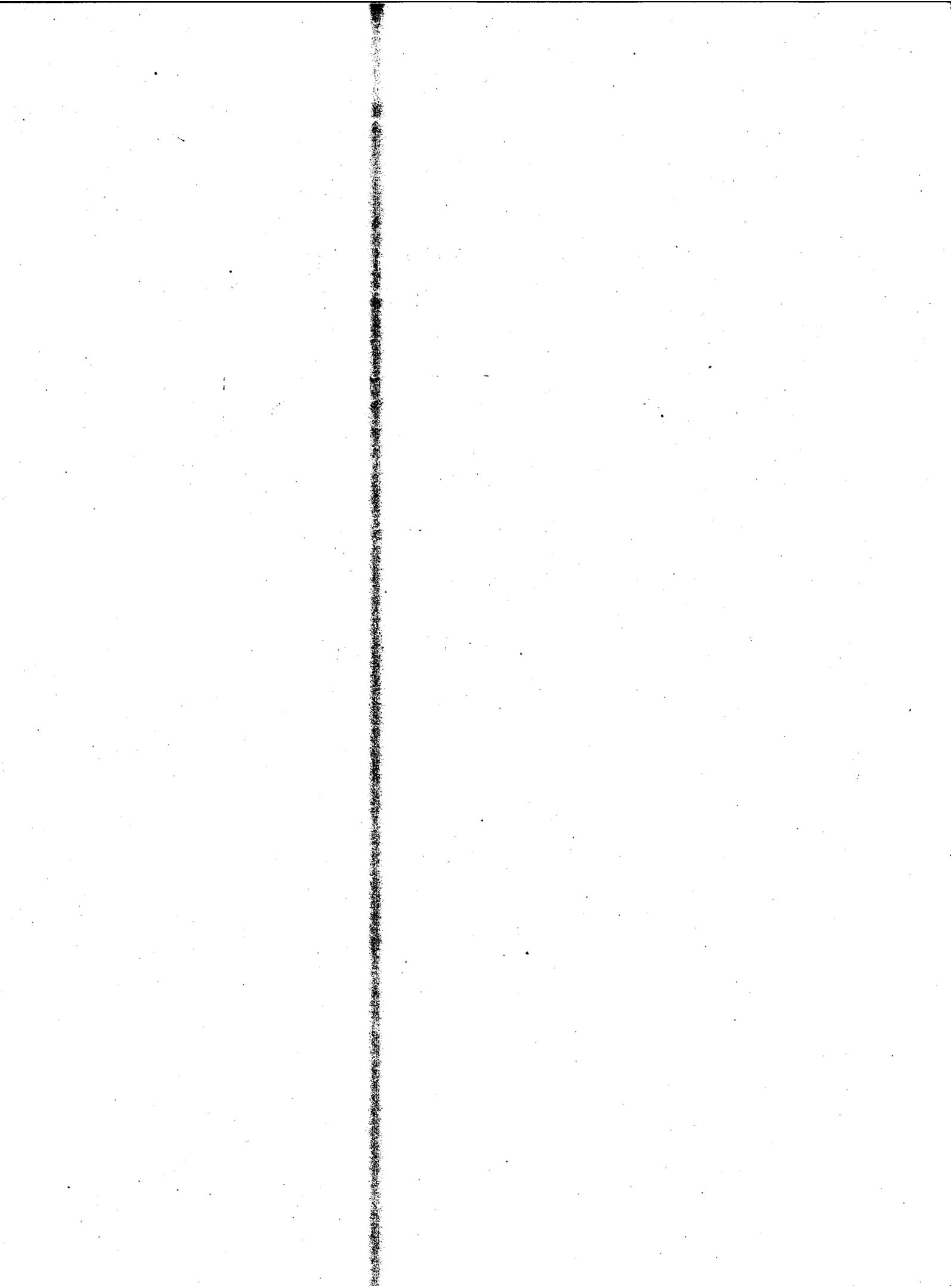
EXÉCUTÉ

PAR LA COMMISSION GÉODÉSIQUE FÉDÉRALE

SOUS LA DIRECTION DE

A. HIRSCH ET E. PLANTAMOUR

PREMIER VOLUME -- LIVRAISONS I-IX.



NIVELLEMENT DE PRÉCISION
DE
LA SUISSE

EXÉCUTÉ

PAR LA COMMISSION GÉODÉSIQUE FÉDÉRALE

SOUS LA DIRECTION DE

A. HIRSCH ET E. PLANTAMOUR

NEUVIÈME LIVRAISON

GENÈVE, BALE, LYON
H. GEORG, LIBRAIRE-ÉDITEUR

—
1891

GENÈVE. — IMPRIMERIE AUBERT-SCHUGHARDT

NIVELLEMENT DE PRÉCISION

DE

LA SUISSE



§ XXXVI

Résumé des travaux exécutés depuis 1883.

L'interruption de plusieurs années dans la publication de notre « Nivellement de précision de la Suisse » est due surtout aux renvois successifs et inattendus que le choix de l'horizon fondamental général pour les altitudes de l'Europe a subis au sein de l'Association géodésique internationale. Car le programme que nous avons établi dès l'origine pour le Nivellement de précision était à très peu près accompli en 1883; il s'agissait essentiellement de couronner l'œuvre, en publiant, après avoir calculé la compensation du réseau, le catalogue des altitudes suisses qui en résultaient. Or, lorsqu'on a conçu l'idée de tout le travail, la Commission géodésique avait décidé que les cotes définitives seraient si possible des hauteurs absolues, c'est-à-dire rapportées au niveau moyen de la mer qui aurait été choisi pour point de départ général des altitudes en Europe. C'est l'attente de ce choix qui nous a fait renvoyer d'année en année la publication des hauteurs suisses.

Lorsque la Conférence générale de Paris eut de nouveau remis à l'étude du Bureau Central toute la question du niveau fondamental de

L'Europe, notre Commission géodésique a été obligée d'abandonner l'espoir de fournir dès maintenant les hauteurs absolues et a décidé de publier les résultats, pour le moment du moins, par rapport au point de départ des altitudes suisses, savoir à la Pierre du Niton près Genève, en indiquant pour celle-ci la hauteur au-dessus de la mer aussi exactement que le permettent les jonctions exécutées avec les différents pays voisins et l'état actuel des nivellements dans ces derniers.

C'est ce que nous allons faire maintenant.

Mais en attendant, on a entrepris, depuis 1883, outre le travail considérable de la compensation du réseau, exécuté avec beaucoup de soin par M. Scheiblauer, un certain nombre de nivellements de contrôle et des rattachements de stations soit astronomiques, soit géodésiques, dont il importait, pour l'œuvre géodésique générale en Suisse de fixer l'altitude, comme celles du Righi, du Gäbris et du Weissenstein, rattachées par M. Redard en 1884, ou les mires méridiennes de l'Observatoire de Neuchâtel, à Chaumont et à Portalban, nivelées en 1887 par M. Autran, ou enfin la nouvelle jonction avec le réseau français à Moillesulaz. La neuvième livraison est destinée à en communiquer les résultats, avant que nous procédions à rassembler dans la dixième le catalogue des hauteurs. Les réductions de ces opérations, ainsi que l'assemblage de tous les matériaux et le travail préparatoire de rédaction pour les nouvelles livraisons, sont dus à M. le D^r Messerschmitt, ingénieur de la Commission.

En ce qui concerne la première partie, comprenant les opérations de contrôle, on a d'abord entrepris en 1886, par une inspection de l'ensemble du réseau, une revision des repères afin de constater leur état de conservation et d'établir la liste de ceux qui avaient disparu. Cette revision a été essentiellement exécutée par MM. J. Benz et G. Autran; une petite partie, dans le Jura neuchâtelois, a été faite par MM. B. Huguenin et F. Scheiblauer. Voici le résultat de cette revision :

Repères de 1 ^{er} ordre				Repères de 2 ^{me} ordre				Total des repères visités	Total des repères intacts
Intacts	Détériorés ou déplacés	Perdus	Total	Intacts	Détériorés ou déplacés	Perdus	Total		
Total 235	8	15	258	1194	289	518	2001	2259	1429
En % 91,1	3,1	5,8	100	59,7	14,4	25,9	100	100	63,3

Les repères de 1^{er} ordre perdus sont les suivants : NF 30 (Aarburg), remplacé par NF 169; NF 35 (Brugg), remplacé par NF 267; NF 60 (Daziogrande), à la place duquel on a installé NF 262; NF 101 (Rothenthurm); NF 131 (Pfyn), remplacé par NF 266; NF 139 (Rorschach), remplacé par NF 264; NF 149 (Murg); NF 162 (Münster en Valais); NF 165 (Viesch); NF 166 (Kupferboden); NF 167 (Mörel), remplacé par NF 261; NF 181 (Münsingen), remplacé par NF 257; NF 191 (Monte Cenere), remplacé par NF 263; NF 192 à Taverne; NF 241 (Weinfeld), remplacé par NF 265.

Les repères de 1^{er} ordre détériorés ou déplacés sont les suivants :

NF 1 (Neuchâtel), qui s'est abaissé de 31^{mm}; NF 53 (Andermatt); NF 124 (Kempthal); NF 135 (Kreuzlingen); NF 160 (Oberwald); NF 237 (Guttannen); NF 240 (Martinsbruck), NF 258 (Moillesulaz).

Il existe un certain nombre de repères qui, par erreur, portent le même numéro; ce sont les suivants :

NF 186 à Interlaken et à Genève;

NF 187 à Brienz et à Genève;

NF 188 à Lungern et à Genthod près Genève.

Le plus grand nombre des repères indiqués ci-dessus ont été perdus à la suite de réparation ou de reconstruction d'églises, de ponts ou d'autres édifices sur lesquels ils étaient installés. Parmi les repères de 2^{me} ordre, un grand nombre ont été enlevés ou perdus par suite de remaniements de terrains, de démolition de bornes ou d'édifices, occasionnés par la construction des lignes ferrées, postérieure à nos opérations de nivellement. Il serait trop long d'énumérer les repères de 2^{me} ordre qui ont

disparu; nous n'en mentionnerons qu'un, le repère $\odot 3$, à la gare de Neuchâtel, repère qui était le point de croisement de plusieurs lignes; déplacé par la faute de l'ingénieur de la Ville, il a été remplacé plus tard par le repère en bronze NF 260.

A la suite de cette enquête, la Commission géodésique décida de faire plusieurs opérations de contrôle et de remplacer les plus importants parmi ces repères de 1^{er} ordre disparus par de nouveaux repères en les rattachant au réseau, travaux qui ont été exécutés en 1886 et 1887.

A l'occasion de nivellements postérieurs, il a été reconnu que le repère en bronze NF 1 de la colonne limnimétrique située sur le quai à *Neuchâtel* s'était affaissé de 31^{mm} environ et que la ligne de niveau tracée sur le soubassement du Gymnase (point de départ des anciennes mesures d'altitudes d'Osterwald en 1841) était descendue de 14^{mm} environ. On peut s'expliquer ce tassement extraordinaire par les conséquences des travaux de la correction des eaux du Jura, qui ont considérablement abaissé le niveau du lac et produit ainsi le tassement du terrain rapporté sur lequel sont placées les constructions en question.

A l'occasion des mesures de contrôle dont nous parlons, on a installé deux nouveaux repères en bronze à Neuchâtel, c'est-à-dire le repère NF 168 sur le seuil de la deuxième porte à partir du Sud, à la façade principale de l'Hôtel de Ville et, pour remplacer $\odot 3$ disparu, le repère en bronze NF 260 sur le couronnement de la culée du passage sous-voie précédant la gare, du côté d'Yverdon, à la sortie Sud du passage.

A la place du repère $\odot 7a$ à l'embranchement du chemin de Chaumont, qui avait disparu, on a installé un nouveau repère $\odot 7a$ dans le voisinage immédiat de l'ancien, près de la Chapelle de l'Ermitage.

Comme on avait craint que le repère du croisement de lignes $\odot 15$ à *Zollikofen* ne se fût abaissé, on a entrepris un remesurage qui n'a constaté aucun changement de niveau; à cette occasion, on y a placé près de la gare un nouveau repère en bronze NF 254, qui a été rattaché au réseau.

A la place du repère disparu NF 181 au pont de *Münsingen*, on a scellé un repère en bronze NF 257 à la gare de Münsingen.

A *Guttannen*, le repère en bronze NF 237 a été déplacé par suite de changements opérés à l'édifice sur lequel il se trouvait. Il est maintenant scellé dans le rocher de granit devant la maison sise en face de l'hôtel de cette localité, à gauche de l'entrée du bâtiment qui sert d'écurie. Il est situé à 0^m,936 plus haut que l'ancien.

A *Oberwald*, NF 160 n'était plus solide.

A *Münster*, dans la vallée du Rhône, le repère en bronze NF 162 a été déplacé à l'occasion de la réparation de l'église; à sa place on a rattaché le repère \odot 45 a.

Les repères en bronze NF 166 à *Kupferboden* et NF 167 à l'église de *Mörel* avaient disparu depuis assez longtemps; à leur place on a nivelé les repères de 2^{me} ordre \odot 62 a et \odot 64 a. A cette occasion, on a constaté un tassement pour le repère \odot 62.

Le repère en bronze NF 35 a dû être déplacé par suite de changements apportés au seuil de la porte de l'église à *Andermatt*. Il a été pour ce motif scellé sur un rocher, non loin du point \odot 1, sur le chemin de *Göschenen*.

Le repère en bronze NF 60 à *Daziogrande* a été déplacé pour la pose d'un pont sur le Tessin, à l'occasion de la construction du chemin de fer du Gothard. Le nouveau repère en bronze NF 262 est scellé dans le roc, vers la culée droite, en aval du pont de la route sur le Tessin.

Le repère en bronze NF 191, *Monte Cenere*, a été arraché; on a scellé dans l'ancien trou le nouveau repère NF 263.

A *Rorschach*, le repère en bronze NF 139 a été déplacé à l'occasion de réparations faites à l'église; c'est pourquoi on a scellé un nouveau repère en bronze NF 264 à gauche de l'entrée du vestibule de la gare.

Le repère en bronze NF 241 a été enlevé par suite de réparations faites au bâtiment de la gare à *Weinfelden*; pour le remplacer, on a scellé le repère en bronze NF 265 sur le pont du chemin de fer à *Weinfelden*. A cette occasion, on a rattaché une seconde fois la base de *Weinfelden*.

A *Pfyn*, le repère en bronze NF 131 a été détruit pendant la réparation du pont; on l'a remplacé par le repère en bronze NF 266.

Pour un semblable motif, le repère en bronze NF 124, à *Kemphal*, a été déplacé.

Par suite de la construction d'un chemin de fer, on a déplacé le repère en bronze NF 35 près de la gare de *Brugg*; on l'a remplacé par le repère en bronze NF 267, qu'on a scellé sur le bâtiment de la gare.

Tous ces nouveaux repères ont été rattachés à d'anciens repères voisins par M. G. Autran, en 1887.

Le calcul des mesures exécutées en 1884 au Weissenstein, au Righi et au Gâbris ont été faits par M. Scheiblaue. Les autres nivellements de contrôle ont été calculés par M. Messerschmitt, suivant les anciennes méthodes décrites dans la 1^{re} livraison.

§ XXXVII.

Détermination des constantes instrumentales.

La détermination des constantes instrumentales a eu lieu suivant les instructions données à l'origine. Nous indiquerons ici, de la manière habituelle, les valeurs qui ont servi au calcul de la table de réduction.

En 1884, M. Redard s'est servi d'abord de l'instrument II, et lorsque le réticule de celui-ci fut endommagé, il a employé l'instrument I.

Les constantes de réduction, pour ces deux instruments, ont été les suivantes :

Instrument II	Instrument I
$A = 422,85 \pm 0,79$	$A = 423,67 \pm 1,03$
$\frac{1}{3} (A_2 - A_1) = +1,783 \pm 0,23$	$\frac{1}{3} (A_2 - A_1) = -5,40 \pm 0,38$
1 partie du niveau = 3,855	1 partie du niveau = 3,361

d'où l'on déduit :

$D = c \times 4,8780$	} en centièmes de centimètre	$D = c \times 4,8685$
$R = c \times 0,4217$		$R = -c \times 1,2729$
$X = c \times p \times 0,9117$		$X = c \times p \times 0,7933$
$C = \frac{\delta}{c} \times 109,69$		$C = \frac{\delta}{c} \times 126,02$

Pour les opérations de 1886, M. Redard a employé l'instrument I et il a obtenu pour les constantes les valeurs suivantes :

$$1886, \text{ septembre } 20 \quad A = 422,81 \pm 1,04 \quad \frac{1}{3}(A_2 - A_1) = -4,92 \pm 0,42$$

Pour le niveau appartenant à cet instrument, la valeur d'une partie a été déterminée le 18 septembre à l'aide du cercle méridien de l'Observatoire de Neuchâtel et trouvée $1^p = 3,72 \pm 0,03$, dont on tire les constantes de réduction :

$$\begin{aligned} D &= c \times 4,8784 \\ R &= -c \times 1,1617 \\ X &= c \times p \times 0,8789 \\ C &= \frac{\delta}{c} \times 113,66 \end{aligned}$$

Pour les instruments I et II, employés en 1887 par M. Autran, on a trouvé les valeurs suivantes :

Instrument I	Instrument II
1887, mai 27. $A = 421,18 \pm 0,92$	1887, juillet 6. $A = 426,34 \pm 0,61$
	novembre 26. $426,82 \pm 0,78$
	Moyenne = $426,58 \pm 0,24$
$\frac{1}{3}(A_2 - A_1) = -4,807 \pm 0,35$	$\frac{1}{3}(A_2 - A_1) = -1,39 \pm 0,14$
	$-1,31 \pm 0,15$
	Moyenne = $-1,35 \pm 0,04$

En appliquant pour l'instrument I la valeur d'une partie du niveau = $3,72$, et pour celui de l'instrument II, une partie = $3,25$, on trouve les valeurs de réduction :

Instrument I	Instrument II
$D = c \times 4,8973$	$D = c \times 4,8353$
$R = -c \times 1,1413$	$R = -c \times 0,3165$
$X = c \times p \times 0,8832$	$X = c \times p \times 0,7619$
$C = \frac{\delta}{c} \times 113,22$	$C = \frac{\delta}{c} \times 131,26$

Comme ces valeurs s'écartent peu de celles déduites auparavant pour ces instruments, on a pu employer les anciennes tables de réduction en y apportant de très légères corrections.

§ XXXVIII

Détermination définitive de la longueur des mires.

Dans le § XXXV, pages 556-567, on a donné une discussion minutieuse des comparaisons des mires, obtenues jusqu'alors (1882). Sur la base de ces résultats, comme cela est expliqué à la page 567, on a donc ramené *toutes les différences de niveau mesurées* à la même unité, en appliquant pour les deux mires les anciennes valeurs indiquées à la page 292 de la 5^{me} livraison, savoir :

pour le mètre de la mire I = 1^m,000697

» II = 1^m,000317

Ces valeurs ont été déduites, d'une part des comparaisons des deux mires avec la règle en fer de 3 mètres du Bureau fédéral des poids et mesures à Berne, d'autre part des comparaisons des mires entre elles, exécutées sur deux repères fondamentaux en bronze, scellés dans le rocher devant l'Observatoire de Neuchâtel, à une différence de niveau de 3 mètres. Pour la longueur de la règle de 3^m, de Berne, on avait employé la valeur que M. Wild a déduite dans le temps, en comparant cette règle au mètre normal du Bureau fédéral des poids et mesures. Il en était résulté, pour la Règle en fer (voir p. 178), l'équation suivante :

$$0 - 290^{\text{cm}} = 2901^{\text{mm}}, 102 + 0^{\text{mm}}, 029 (t^{\circ} - 14^{\circ}, 7)$$

Les longueurs des mires, telles qu'elles sont déduites des comparaisons avec la règle en fer de 3^m, et résumées à la page 557, sont déjà exprimées en mesure métrique d'après cette formule.

Plus tard, en 1885-1886, la règle en fer de Berne, de 3 mètres, a été comparée rigoureusement au nouveau mètre prototype, au Bureau

international des poids et mesures à Breteuil, et en même temps sa dilatation a été déterminée à nouveau. Le Bureau a délivré le certificat que nous reproduisons ci-dessous in extenso, en raison de l'importance que la règle en fer de 3^m, de Berne, possède non seulement pour les nivellements suisses, mais aussi pour la plupart des autres pays qui ont envoyé dans le temps leurs mires à Berne pour y être comparées.

Certificat délivré par le Bureau international des Poids et Mesures.

Règle en fer de 3 mètres

du Bureau fédéral des poids et mesures de Suisse.

La règle en fer de 3 mètres, appartenant au Bureau fédéral des poids et mesures de Suisse, à Berne, a la forme d'un T dont la face supérieure a été rabotée et tracée. Elle est portée sur un madrier de bois épais, creusé dans sa face supérieure d'une rainure qui reçoit la règle.

La règle a une longueur totale de 3^m,30. Elle est tracée de décimètre en décimètre depuis — 0^m,1 jusqu'à 3^m,1. Les décimètres sont numérotés de 0 à 30. Chaque trait de décimètre est accompagné de deux traits latéraux, distants de lui de 1 millimètre. En outre, il y a des divisions millimétriques complètes entre les millimètres — 50 et + 10, entre 949 et 1001, 1990 et 2050, 2990 et 3050. Les traits sont larges, et sensiblement obliques par rapport à l'axe de la règle. Sous le grossissement moyen de nos microscopes ils paraissent grossiers, à bords mal définis, et ne se prêtent qu'à des mesures d'une précision médiocre.

La dilatation ne pouvait être mesurée au comparateur géodésique que *relativement*, par des comparaisons faites à différentes températures avec l'une des règles du Bureau, déjà déterminées.

En outre, la longueur de la règle empêche de prendre pour points de départ des mesures les traits métriques extrêmes 0^{dm} et 30^{dm}. L'un d'eux, en effet, devrait nécessairement être placé sous l'un des microscopes extrêmes du comparateur, mais l'auge ayant été construite pour accepter des règles dont la longueur dépasse le trait limitatif de 12^{cm} au maximum, l'extrémité de la règle suisse vient buter contre les organes de rectifi-

cation bien avant que le trait ait pu être amené sous le microscope. On a donc été forcé de mesurer la dilatation en partant d'autres points; les mesures ont été faites entre les divisions 100^{mm} et 3100^{mm}.

On ne pouvait placer la règle dans le comparateur en la laissant sur son madrier, qui aurait surnagé sur le liquide, et se fût en outre considérablement déformé. On a fait construire 4 supports de bois, identiques, fixés de mètre en mètre sur le banc du comparateur et qui recevaient la règle au moyen de rainures pratiquées à leur partie supérieure. On a pris pour règle de comparaison l'intervalle G, [I + II + III] c'est-à-dire la somme des 3 premiers mètres de la règle géodésique internationale N° 1. La valeur de cet intervalle est, à zéro :

$$G_1 [I + II + III]_{(0)} = 3^m - 7,16^\mu$$

La dilatation de cette règle est représentée par la formule

$$l_t = l_0 (1 + 0,000\ 011\ 439\ t + 0,000\ 000\ 007\ 39\ t^2)$$

La règle suisse a été comparée à la règle G, à 6 températures différentes comprises entre 6° et 31° environ.

Les températures étaient données par 6 thermomètres, placés symétriquement à côté des règles comparées.

Dans chaque série de comparaisons, l'une des règles passait 3 fois et l'autre 2 fois sous les microscopes, alternativement. Les réductions ont été faites comme de coutume.

Ces observations ont conduit aux résultats qui suivent; la règle suisse est représentée par le symbole S.

Observ.	Temp.	Différ. S - G $^\mu$	Obs. - Calc. $^\mu$
I	30,470	+ 464,7	+ 1,0
II	25,702	+ 466,7	+ 2,4
III	19,780	+ 462,3	- 2,6
IV	17,690	+ 462,7	- 2,5
V	11,961	+ 464,7	- 1,1
VI	6,279	+ 469,3	- 2,9

On voit immédiatement que les coefficients de dilatation des deux règles comparées diffèrent peu, puisque leur équation reste presque constante à toute température.

Si on désigne par $S_{(0)}$ et $G_{1(0)}$ les longueurs à zéro de la règle suisse (intervalle [100-3100]) et de la règle géodésique (les 3 premiers mètres), par α et α' les coefficients moyens de dilatation de ces deux règles, dans les limites de température où ont été faites les expériences, enfin par n la différence $S - G$ trouvée à une température t , chaque observation conduit à une équation de la forme

$$S_{(0)} (1 - \alpha t) - G_{1(0)} (1 + \alpha' t) = n$$

ou

$$(S_{(0)} - G_{1(0)}) + (S_{(0)} \alpha - G_{1(0)} \alpha') t = n$$

Si on pose

$$S_{(0)} - G_{1(0)} = x; \quad S_{(0)} \alpha - G_{1(0)} \alpha' = y$$

cette équation devient

$$x + t y = n$$

Les valeurs de x et de y une fois déduites du système d'équations de condition ainsi fournies par les observations, on en déduit

$$\begin{aligned} S &= G_{1(0)} + x; \\ \alpha &= \frac{G_{1(0)} \alpha' + y}{S_{(0)}} \end{aligned}$$

Le calcul des observations ci-dessus donne :

$$x = + 467,15; \quad y = - 0,11 193$$

La substitution de ces valeurs dans les observations donne les erreurs résiduelles inscrites à côté de celles-ci.

En introduisant la valeur de $G_{1(0)}$ et de α' données ci-dessus, il en résulte :

$$S_{(0)} = 3^m + 460,0^\mu \quad \alpha = 0,000 011 68$$

Ainsi la première partie de cette étude a donné pour résultat

$$S [100 - 3100] = 3000,4600^{mm} (1 + 0,000 011 68 t^\circ)$$

La longueur à déterminer sur la règle était la distance comprise

entre les traits 0^{dm} et 29^{dm}. Cette longueur de 2^m,90 ne pouvant être mesurée directement au moyen de nos comparateurs, on l'a déduite de la longueur ci-dessus déterminée de l'intervalle [100-3100] en faisant une étude spéciale du décimètre [0-100] et du double décimètre [2900-3100]. Cette étude a été faite en comparant ces intervalles à des intervalles connus sur la règle normale N étalonnée, et en se servant comme intermédiaire, pour ces comparaisons, d'une échelle tracée sur une lame de glace. Cette échelle était placée, la surface tracée en dehors, d'abord sur la règle suisse, puis sur la règle normale, de manière que les traits limitatifs des intervalles à comparer sur la règle et sur l'échelle fussent très voisins l'un de l'autre; on déterminait alors leurs distances aux deux extrémités de l'intervalle successivement, au moyen du microscope micrométrique exécuté par MM. Brunner pour la machine à diviser de Perreaux.

L'échelle en verre avait 0^m,50 de longueur; on a pris comme termes de comparaison, sur cette échelle, le décimètre [0-100] et le double décimètre [0-200]. Comme contrôle, ces deux intervalles ont été déterminés l'un et l'autre par des comparaisons avec *deux* intervalles différents sur la règle normale. Pour obtenir également un autre contrôle, on a déterminé séparément sur la règle suisse le décimètre [0-100], le décimètre [100-200] et le double décimètre [0-200], puis le décimètre [2900-3000], le décimètre [3000-3100] et enfin le double décimètre [2900-3100].

On a trouvé, toutes réductions faites, pour les valeurs de ces intervalles, à la température de zéro :

	Écarte		Écarte		
	^{mm}		^μ		
S [0-100]	= 100, 0204	+ 3,9	S [2900-3000]	= 99, 9927	+ 2,4
S [100-200]	= 99, 9657	+ 3,9	S [3000-3100]	= 99, 9965	+ 2,3
S [0-200]	= 199, 9745	- 3,9	S [2900-3100]	= 199, 9822	- 2,3

Il en résulte les valeurs les plus probables

S [0-100]	= 100, 0165	S [2900-3000]	= 99, 9903
S [100-200]	= 99, 9618	S [3000-3100]	= 99, 9942

avec les erreurs résiduelles ci-dessus inscrites.

Si on combine ces résultats avec la valeur donnée plus haut de l'intervalle S [100-3100], on trouve pour les longueurs à 0°, comptées à partir du trait 0 :

$$A \ 0^{\circ} \left\{ \begin{array}{l} S [0-100] = 100, 0165 \\ S [0-200] = 199, 9783 \\ S [0-2900] = 2900, 4919 \\ S [0-3000] = 3000, 4823 \\ S [0-3100] = 3100, 4765 \end{array} \right.$$

L'ensemble de ces études donne donc pour la longueur de l'intervalle compris entre les traits 0^{dm} et 29^{dm}, à une température t :

$$S [0-2900] = 2900, 4919 \text{ }^{\text{mm}} (1 + 0,000 \ 011 \ 68 \ t)$$

Cette expression est équivalente à la suivante :

$$S [0-2900] = 2900, 9899 \text{ }^{\text{mm}} + 0, 033 \ 88 \text{ }^{\text{mm}} (t - 14,7)^{\circ}$$

D'après les erreurs résiduelles obtenues dans les différentes parties de ce travail, on pourrait estimer que les longueurs calculées par cette formule comportent une incertitude d'environ $\pm 5^{\circ}$. Toutefois si on tient compte des différences d'appréciation que peuvent présenter divers observateurs sur des tracés médiocres, et de l'influence possible des variations de courbure suivant le mode de support de la règle, il sera prudent de ne pas considérer l'exactitude réelle comme dépassant $\frac{1}{100}$ de millimètre à peu près.

Breteuil, 14 mai 1886.

Signé : D^r René BENOÏT.

Si l'on compare la valeur d'un mètre de la règle en fer de Berne, de 3^m, déduite de la nouvelle détermination, avec celle trouvée autrefois par M. Wild et employée jusqu'ici, on obtient la réduction suivante :

1^m suivant la nouvelle détermination = 1^m d'après la détermination de M. Wild - 0^{mm},039 + 0^{mm},0017 (t° - 14°,7).

Il n'était donc pas possible d'employer sans autre une quantité constante de réduction ; mais il fallait d'abord se rendre compte de l'influence du changement du coefficient de dilatation.

En réduisant, au moyen de l'équation ci-dessus, les indications de la table publiée à la page 557, on obtient les données suivantes :

Tableau des comparaisons des mires à l'étalon en fer de Berne d'après son équation définitive.

Date	MIRE I				MIRE II			
	t	+0,0017 t°	Long. de 1 ^m de la Mire I	Ecart avec la moyenne	t	+0,0017 t°	Long. de 1 ^m de la Mire II	Ecart avec la moyenne
1867 18 mars	14,1	-0,001	1,000 666	+0,003	15,0	+0,001	1,000 264	+0,032
1868 20 avril	9,9	-0,008	446	+0,223	10,1	-0,008	084	+0,212
1868 7 mai	17,8	+0,005	528	+0,141	17,9	+0,005	145	+0,151
1868 15, 20 mai . .	19,1	+0,007	575	+0,094	20,4	+0,010	185	+0,111
1869 20, 21 mai . .	18,0	+0,006	667	+0,002	17,9	+0,005	284	+0,012
1870 21, 22 janvier	10,1	-0,008	731	-0,062	11,4	-0,006	388	-0,092
1871 23 janvier . .	11,9	-0,005	727	-0,058	11,9	-0,005	323	-0,027
1872 30 mars	13,25	-0,002	706	-0,037	13,9	-0,001	269	+0,027
1872 19, 20 décemb.	11,4	-0,006	681	-0,012	11,6	-0,005	345	-0,049
1873 12 décembre .	5,7	-0,015	791	-0,122	7,13	-0,013	407	-0,111
1874 15 mai	9,0	-0,008	688	-0,019	10,04	-0,008	343	-0,047
1874 3, 4 décembre	11,55	-0,006	782	-0,113	11,26	-0,006	446	-0,150
1875 10 septembre .	20,8	+0,010	668	+0,001	20,15	+0,009	308	-0,012
1878 14, 15 juin . .	19,0	+0,007	660	+0,009	18,6	+0,007	293	+0,003
1879 1 avril	12,0	-0,005	659	+0,010	12,0	-0,005	292	+0,004
1880 23 novembre .	11,2	-0,006	714	-0,045	11,5	-0,005	333	-0,037
1881 18 novembre .	14,1	-0,001	662	+0,007	14,0	-0,001	342	-0,046
1882 2 juillet	19,7	+0,009	694	-0,025	20,44	+0,010	286	+0,010
Moyenne		-0,001,	1,000 669			-0,000,	1,000 296	
Erreur moyenne d'une détermination			± 0 ^{mm} ,083				± 0,089	
» » de la moyenne			± 0 ^{mm} ,019				± 0,021	

La comparaison de l'influence de la température sur la variation de l'équation de la règle de Berne (+ 0,0017 t°) fait voir que cette influence est presque partout sensiblement plus petite que les écarts des valeurs individuelles par rapport à la moyenne, et comme ces écarts ont été négligés par l'emploi d'une valeur moyenne unique pour chaque mire, on est d'autant plus justifié à faire abstraction de l'influence du coefficient de dilatation sur les mesures annuelles. (Les valeurs extrêmes de

années 1884, 1886 et 1887, qui sont publiés dans cette livraison, les mires ont été comparées chaque année, suivant la manière habituelle, aussi bien entre elles sur les deux repères fondamentaux à Neuchâtel qu'à Berne avec la règle en fer de 3^m. Ces comparaisons ont donné toujours un accord tellement satisfaisant avec les anciennes valeurs qu'on pouvait sans hésitation employer les valeurs des mires trouvées définitivement pour réduire les résultats de ces nouvelles opérations à la même unité que les autres.

§ XXXIX

Résultats des nivellements exécutés dans les années 1884, 1886, et 1887.

A. Double nivellement entre Moutier et Weissenstein.

Exécuté par M. Redard en 1884, avec la mire II et l'instrument II jusqu'au \odot 3 de la première opération ; à partir de là avec l'instrument I.

REPÈRES.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence d'un repère à l'autre.			DÉSIGNATION DES REPÈRES
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
\odot 1 — NF43	km 1,90	+ 8,1692	+ 8,1766	+ 8,1729	NF 43 r en bronze, scellé sur le rocher servant de fondation à la maison de M. Girod, en face de l'hôtel du Cerf à Moutier (v. p. 530).
\odot 2 — \odot 1	2,25	+47,1047	+47,1095	+47,1071	\odot 1 r sur le mur de la terrasse d'une maison à gauche de la route près de l'escalier.
\odot 3 — \odot 2	0,95	+19,3592	+19,3502	+19,3547	\odot 2 r sur le bahut de la cour de la maison d'école à Grandval.
\odot 4 — \odot 3	0,74	+21,2379	+21,2321	+21,2350	\odot 3 r sur le parapet d'amont, rive gauche du pont sur la Raus, avant le village de Crémine.
\odot 5 — \odot 4	0,79	+41,5978	+41,5940	+41,5959	\odot 4 r sur une borne à gauche de la route, près de la bifurcation d'un chemin de dévestiture au delà de Crémine.
\odot 6 — \odot 5	0,58	+22,6005	+22,5991	+22,5998	\odot 5 r sur une borne à gauche de la route.
\odot 7 — \odot 6	1,81	+52,2873	+52,2689	+52,2781	\odot 6 r sur une boute-roue à gauche de la route, à l'angle d'un ponceau pour un ruisseau et près de la bifurcation du chemin de Corcelles.
\odot 8 — \odot 7	0,40	+30,6973	+30,6897	+30,6935	\odot 7 r sur une boute-roue à gauche de la route, à l'extrémité d'une profonde tranchée au delà de St-Joseph (Gänsbrunnen).
\odot 9 — \odot 8	0,42	+48,4711	+48,4639	+48,4675	\odot 8 r sur une borne à gauche du chemin du Weissenstein, à 130 mètres environ de son origine.
\odot 10 — \odot 9	0,67	+79,4731	+79,4809	+79,4770	\odot 9 r sur une borne à droite du chemin, à environ 30 mètres d'un passoir (Gatter).
\odot 11 — \odot 10	0,55	+75,7800	+75,7731	+75,7766	\odot 10 r sur une borne à droite du chemin.
\odot 12 — \odot 11	0,53	+77,2105	+77,2099	+77,2102	\odot 11 r sur une borne à gauche du chemin ; à peu près vis-à-vis et au sommet du talus se trouve une autre borne très visible marquée 1850-10.
\odot 13 — \odot 12	0,61	+83,2616	+83,2556	+83,2586	\odot 12 r sur une borne à gauche du chemin.
\odot 14 — \odot 13	0,46	+78,4278	+78,4098	+78,4188	\odot 13 r sur un rocher à droite du chemin, environ 300 pas plus haut qu'une groisière.
\odot 15 — \odot 14	0,43	+62,2753	+62,2719	+62,2736	\odot 14 r sur le rocher à droite du chemin.
					\odot 15 r sur le rocher à droite dans le contour au point culminant du chemin à 14 ^m ,5 d'une paroi verticale marquée d'une croix taillée.

REPÈRES.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence d'un repère à l'autre.			DÉSIGNATION DES REPÈRES.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
⊙ 16 — ⊙ 15	km 0,71	^m +10,8641	^m +10,8571	^m +10,8606	⊙ 16 <i>r</i> sur la pierre de fondation du pilier astronomique au Weissenstein ¹ . NF252 <i>r</i> en bronze, scellé sur une tête de rocher dans le prolongement de la façade principale de l'hôtel, à 10 ^m ,40 du pilier astronomique et 96 ^m ,92 de l'angle extrême des constructions.
NF252 — ⊙ 16	0,02	— 0,1803	— 0,1803	— 0,1803	
NF252 — NF 43	13,82	+758,6371	+758,5620	+758,5996	
<i>Raccordement.</i>					
<i>p</i> — NF252	km 0,15	^m — 5,7045	^m — 5,7055	^m — 5,7050	<i>p</i> plancher du salon des Dames où était le pilier du pendule.

¹ Le pilier astronomique du Weissenstein est démolí, il n'en reste que la pierre de fondation; le maître d'hôtel a pris soin des pierres qui formaient les différentes assises, ainsi que du couvercle. Il résulte des mesures prises que le couvercle de l'ancien pilier se trouvait de 0^m,697 plus haut que le repère ⊙ 16.

B. Double nivellement entre Goldau et le Righi.

Exécuté par M. Redard en 1884, avec l'instrument I et la mire II.

REPÈRES.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence d'un repère à l'autre.			DÉSIGNATION DES REPÈRES.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
⊙ 1 — NF 97	km 0,73	^m +47,1831	^m +47,1727	^m +47,1779	NF 97 <i>r</i> en bronze, scellé sur le seuil du portail principal de l'église de Goldau (v. p. 213).
⊙ 2 — ⊙ 1	0,46	+71,6387	+71,6227	+71,6307	⊙ 1 <i>r</i> sur le dernier bloc de nagelfluh d'une rangée qui borde le chemin à gauche. De l'autre côté, le chemin est bordé par des dalles de gneiss.
⊙ 3 — ⊙ 2	0,60	+72,5379	+72,5250	+72,5314	⊙ 2 <i>r</i> sur un bloc de granit qui fait saillie dans le chemin, au sommet d'une forte rampe.
⊙ 4 — ⊙ 3	0,59	+50,2975	+50,2947	+50,2961	⊙ 3 <i>r</i> sur un rocher de nagelfluh à droite du chemin, au sommet d'une forte rampe, près de l'extrémité d'une petite forêt qui longe le chemin à droite.
⊙ 5 — ⊙ 4	0,33	+70,7409	+70,7401	+70,7450	⊙ 4 <i>r</i> sur un rocher à gauche du chemin, dans le second lacet d'une partie qui monte en serpentant avec une rampe extrêmement raide.
⊙ 6 — ⊙ 5	0,35	+74,1700	+74,1650	+74,1675	⊙ 5 <i>r</i> sur un rocher à droite, dans la partie du chemin qui serpente, près d'un filet d'eau.
⊙ 7 — ⊙ 6	0,27	+54,1755	+54,1715	+54,1735	⊙ 6 <i>r</i> sur un rocher à gauche du chemin. ⊙ 7 <i>r</i> sur une paroi de rocher inclinée, à gauche du chemin, 70 pas au delà de l'auberge de « Righidächli »

REPÈRES.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence d'un repère à l'autre.			DÉSIGNATION DES REPÈRES.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
⊙ 8 — ⊙ 7	km 0,25	^m +51,8535	^m +51,8471	^m +51,8503	⊙ 8 r sur un bloc de pierre à gauche du chemin, dans un lacet près de la bifurcation d'un sentier.
⊙ 9 — ⊙ 8	0,33	+67,6475	+67,6383	+67,6429	⊙ 9 r sur le rocher à droite du chemin, au delà d'une passerelle sur un ruisseau.
⊙ 10 — ⊙ 9	1,14	+102,1512	+102,1472	+102,1492	⊙ 10 r sur un bloc de nagelfluh sur la rive droite du Restibach, près de la passerelle du chemin du Righi.
⊙ 11 — ⊙ 10	0,60	+78,6014	+78,5944	+78,5979	⊙ 11 r sur un rocher à droite, à 20 pas au delà de la bifurcation d'un sentier conduisant à une maison isolée.
⊙ 12 — ⊙ 11	0,82	+60,3748	+60,3706	+60,3727	⊙ 12 r sur un caillou jaune incrusté dans un rocher de nagelfluh, dans l'angle des deux chemins, près d'un petit pont à la sortie de Righiklösterli.
⊙ 13 — ⊙ 12	0,43	+73,0322	+73,0306	+73,0314	⊙ 13 r sur un affleurement de rocher à droite du chemin, à 17 pas avant la bifurcation d'un sentier.
⊙ 14 — ⊙ 13	0,34	+72,9352	+72,9382	+72,9367	⊙ 14 r sur un rocher à droite du chemin, vis-à-vis de l'extrémité d'un mur de soutènement du chemin de fer Arth-Righi.
⊙ 15 — ⊙ 14	0,36	+73,0486	+73,0568	+73,0527	⊙ 15 r sur une borne au pied du talus du chemin de fer, près du passage à niveau.
⊙ 16 — ⊙ 15	0,52	+62,1079	+62,1101	+62,1090	⊙ 16 r sur la bordure en granit du quai de la station du chemin de fer de la ligne Arth-Righi à Righistaffel, à 0 ^m ,45 de l'angle NE. du bâtiment.
⊙ 17 — ⊙ 16	0,25	+35,9994	+35,9988	+35,9991	⊙ 17 r sur un rocher à droite, avant une forte courbe du chemin.
⊙ 18 — ⊙ 17	0,27	+57,8734	+57,8698	+57,8716	⊙ 18 r sur une base en pierre, à 6 pas du bord du chemin et au pied d'une barrière qui borde le précipice du côté du Seeboden.
⊙ 19 — ⊙ 18	0,42	+51,3665	+51,3665	+51,3665	⊙ 19 r sur la bordure du quai de la gare du Righi-Kulm, à 0 ^m ,33 de l'angle NE. du bâtiment des voyageurs.
NF245 — ⊙ 19	0,27	+48,0570	+48,0510	+48,0540	NF245 r en bronze, scellé dans le rocher, à 16 ^m ,70 à l'Ouest du point trigonométrique.
NF245 — NF97	9,33	+1275,8012	+1275,7111	+1275,7561	
<i>Raccordements.</i>					
S — NF 245		^m + 0,3807		^m + 0,3807	S est la pointe de la borne du point trigonométrique.
b — NF 245		—10,9332		—10,9332	b niveau du plancher du bureau du petit hôtel du Righi-Kulm. Le niveau du mercure dans la cuvette du baromètre est de 146 ^{cm} ,75 plus élevé, augmenté de la longueur de l'éperon de la mire 2 ^{cm} ,90; il en résulte que le niveau du mercure du baromètre est de 1 ^m ,1965 plus élevé que b.
p — NF 245		—12,6199		—12,6199	p sur le sol devant la fenêtre à l'angle du rez-de-chaussée de la dépendance de l'hôtel. Le plancher de la salle où était le pendule à réversion est au niveau du sol extérieur; le plancher du pendule est donc de — 14 ^{cm} ,50 au-dessous de p.

C. Double nivellement entre Altstætten et Gæbris.

Exécuté par M. Redard en 1884, avec la mire II et l'instrument I.

REPÈRES.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence d'un repère à l'autre.			DÉSIGNATION DES REPÈRES.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
⊙ 1 — NF143	km 1,21	^m +63,3535	^m +63,3597	^m +63,3566	NF143 <i>r</i> en bronze, scellé sur l'angle Sud-Ouest du soubassement de l'église d'Altstætten (v. p. 383).
⊙ 2 — ⊙ 1	0,79	+60,8899	+60,8929	+60,8914	⊙ 1 <i>r</i> sur une dalle qui recouvre le fossé de la route, à la traversée d'un chemin de piétons.
⊙ 3 — ⊙ 2	1,27	+95,8209	+95,8243	+95,8226	⊙ 2 <i>r</i> sur une pierre à gauche de la route, au bord d'un ravin, avant une groisière.
⊙ 4 — ⊙ 3	1,40	+101,1102	+101,1058	+101,1080	⊙ 3 <i>r</i> sur une chambre d'eau, à droite de la route.
⊙ 5 — ⊙ 4	1,25	+89,1185	+89,1131	+89,1158	⊙ 4 <i>r</i> sur une pierre, à 5 ^m ,60 de l'angle de l'auberge « Zur frohen Aussicht. »
⊙ 6 — ⊙ 5	1,94	+87,8949	+87,8905	+87,8927	⊙ 5 <i>r</i> sur la borne frontière entre les cantons de St-Gall et d'Appenzell.
⊙ 7 — ⊙ 6	1,59	-33,3066	-33,3160	-33,3113	⊙ 6 <i>r</i> sur la couverture d'un canal au pied du talus de la route, à la bifurcation d'un chemin de dévestiture près de la « Wirtschaft Sternen. »
⊙ 8 — ⊙ 7	1,31	+38,6189	+38,6147	+38,6168	⊙ 7 <i>r</i> sur l'extrémité d'amont, rive droite du pont sur le Rothbach à Gais.
⊙ 9 — ⊙ 8	1,27	+88,4151	+88,4069	+88,4110	⊙ 8 <i>r</i> sur la dalle devant la porte d'entrée d'une maison isolée à Rothenwyss, à 20 pas à droite du chemin.
⊙ 10 — ⊙ 9	0,27	+24,0965	+24,0955	+24,0960	⊙ 9 <i>r</i> sur la deuxième marche d'une maison isolée, à gauche du chemin.
⊙ 11 — ⊙ 10	0,49	+50,2982	+50,2930	+50,2956	⊙ 10 <i>r</i> sur un bloc de pierre à 20 pas à droite du chemin, sur un sentier menant à deux fermes dites « Im Hofgut. »
⊙ 12 — ⊙ 11	1,37	+69,5096	+69,5038	+69,5067	⊙ 11 <i>r</i> sur une pierre, à 13 pas à droite du chemin, au delà d'une petite forêt, sur le sentier qui conduit à une fontaine dépendant de la ferme dite « Zum Schwanberg. »
⊙ 13 — ⊙ 12	0,69	+50,2130	+50,2124	+50,2127	⊙ 12 <i>r</i> sur une dalle en pierre devant une porte de remise au « Gasthaus zum untern Gæbris. »
⊙ 14 — ⊙ 13	0,25	- 2,3327	- 2,3339	- 2,3333	⊙ 13 <i>r</i> sur la dalle formant palier devant l'escalier de la « Wirtschaft zum Gæbris. »
⊙ 15 — ⊙ 14	0,03	- 0,2719	- 0,2731	- 0,2725	⊙ 14 <i>r</i> sur le pilier du pendule.
S — ⊙ 15	0,23	+ 5,7811	+ 5,7855	+ 5,7833	⊙ 15 <i>r</i> sur le pilier astronomique. C'est le niveau de l'ancien couvercle du pilier. En 1885 on a reconstruit le pilier, dont le sommet porte le repère ⊙ 15 ^{bis} , lequel est de 422 ^{mm} plus élevé que ⊙ 15.
S — NF143	15,27	+789,2071	+789,1731	+789,1901	S est la pointe de la borne du signal trigonométrique du Gæbris.
<i>Raccordement.</i>					
<i>b</i> — ⊙ 13				+ 0,4685 ^m	<i>b</i> sur le terrain sous le baromètre; le niveau du mercure dans la cuvette du baromètre est de 302 ^{cm} ,90 plus élevé que <i>b</i> . Il s'ensuit que le baromètre de Gæbris se trouve de 3 ^m ,4975 plus haut que le repère ⊙ 13.

D. Double nivellement entre la mire méridienne de Chaumont et le Signal du Chaumont.

Exécuté par M. Aufran en 1887, avec la mire II et l'instrument II.

REPÈRES.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence d'un repère à l'autre.			DÉSIGNATION DES REPÈRES.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
⊙ 253—NF253	km 0,02	+ 3,0204	+ 3,0195	+ 3,0200	NF253 <i>r</i> en bronze, scellé sur le soubassement de la mire méridienne Nord de l'Observatoire de Neuchâtel, au Chaumont de Pury ¹ . ⊙ 233 <i>r</i> contre-repère, sur un gros bloc erratique au bord du chemin, à 15 ^m environ au Nord-Est de la mire, à l'angle de la prairie.
⊙ 1 — ⊙ 253	0,31	+45,1877	+45,1876	+45,1876	⊙ 1 <i>r</i> sur une borne, à l'angle Nord-Ouest de l'ancien hôtel de Chaumont (v. p. 56).
⊙ 9 — ⊙ 1	1,16	+68,1093	+68,1099	+68,1096	⊙ 9 <i>r</i> sur un rocher, à l'endroit où le sentier du Signal rejoint la route de Chaumont à Chuffort (v. p. 57).
NF 3 — ⊙ 9	0,22	+16,4278	+16,4270	+16,4274	NF 3 <i>r</i> en bronze, scellé sur la borne du Signal de Chaumont (Terrasse Sud). (V. p. 56.)
NF 3—NF253	1,71	+132,7452	+132,7440	+132,7446	

¹ Le niveau du couvercle du pilier astronomique se trouve de 20^m,33 plus bas que le repère NF 253. Centre de la mire — NF253 = - 1^m,50.

E. Double nivellement entre la mire méridienne de Portalban et Morat.

Exécuté par M. AuTRAN en 1887, avec la mire II et l'instrument II.

REPÈRES	Distance d'un repère à l'autre.	Différence d'un repère à l'autre.			DÉSIGNATION DES REPÈRES.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
⊙ 1 — NF17	km 1,89	^m -13,2126	^m -13,2175	^m -13,2150	NF 17 r en bronze, scellé sur le seuil de la porte de l'école de Morat, en face de la fontaine (v. p. 51).
⊙ 2 — ⊙ 1	2,43	- 6,3122	- 6,3163	- 6,3142	⊙ 1 r sur la marche supérieure du soubassement de l'obélisque de Morat, du côté Nord-Est.
⊙ 3 — ⊙ 2	1,58	- 0,5781	- 0,5794	- 0,5787	⊙ 2 r sur la cadette du mur de la rampe de chargement à la gare des marchandises de Faoug, du côté de la route, près d'un petit escalier.
⊙ 4 — ⊙ 3	0,91	+ 0,2661	+ 0,2674	+ 0,2667	⊙ 3 r sur la culée droite amont du pont en fer du Chaudon, en dehors du garde-corps, au niveau de la route.
⊙ 5 — ⊙ 4	2,31	- 0,4921	- 0,4934	- 0,4927	⊙ 4 r sur la culée gauche aval du pont sur l'Eau-Noire, en dehors du garde-corps, au niveau de la route.
⊙ 6 — ⊙ 5	3,06	+38,5341	+38,5352	+38,5346	⊙ 5 r sur la culée gauche aval d'un petit pont sur un ruisseau, à l'entrée de Salavaux, après le pont sur la Broye, à 0 ^m ,34 en dessous du niveau de la route.
⊙ 7 — ⊙ 6	2,12	+24,0890	+24,0897	+24,0893	⊙ 6 r sur l'encadrement du poids public à Villars.
⊙ 8 — ⊙ 7	1,35	-62,3484	-62,3494	-62,3489	⊙ 7 r sur une pierre en saillie du soubassement de l'église de Delley, à l'angle Sud-Est, à 0 ^m ,23 au-dessus du sol.
⊙268 — ⊙ 8	0,67	+28,1607	+28,1597	+28,1602	⊙ 8 r sur la culée droite aval du pont sur le ruisseau à Portalban, à 1 ^m ,23 en dessous du sommet du parapet.
NF268 — ⊙268	0,00	+ 0,0076	+ 0,0078	+ 0,0077	⊙268 r contre-repère à l'angle Sud-Ouest du soubassement de la mire méridienne à Portalban.
NF268 — NF 17	16,32	+ 8,1141	+ 8,1038	+ 8,1090	NF268 r en bronze, scellé sur le soubassement, angle Nord-Ouest, de la mire méridienne Sud de l'Observatoire de Neuchâtel à Portalban ¹ .

¹ Hauteur du centre du losange, constituant la mire proprement dite, au-dessus du repère en bronze NF268.
Centre de la mire — NF268 = + 2^m,339.

F. Double nivellement entre Moillesulaz (frontière française) et Genève (Pierre du Niton).

Exécuté par M. Autran en 1887 avec la mire II et l'instrument II jusqu'au $\odot 2$, à partir de là avec l'instrument I.

REPÈRES.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence d'un repère à l'autre.			DÉSIGNATION DES REPÈRES.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
CR — RF	km 0,01	m — 0,3554	m — 0,3540	m — 0,3547	RF Repère du Nivellement général de la France, en métal, scellé contre la face extérieure du dé rive gauche, aval du pont sur le Foron. CR Rivet contre-repère, scellé dans la bordure du trottoir, sur la culée rive droite, amont, du même pont.
NF258 — CR	0,01	+ 0,0224	+ 0,0229	+ 0,0226	NF258 r en bronze, scellé sur la culée rive droite, aval du même pont, près du dé, au niveau du trottoir.
$\odot 1$ — NF258	1,97	— 9,4197	— 9,4178	— 9,4187	$\odot 1$ r sur la corniche en roche du pont sur la Seymaz, servant au passage de la route de Thônex à Genève par Malagnou, vers la culée rive gauche amont, au niveau de la route.
$\odot 2$ — $\odot 1$	3,04	— 1,6262	— 1,6280	— 1,6271	$\odot 2$ r à l'Observatoire de Genève, sur une bordure en granit, vers l'angle rentrant du mur de la façade Sud.
RPN — $\odot 2$	0,85	— 30,5136	— 30,5143	— 30,5140	RPN r en bronze, scellé sur le sommet de la Pierre du Niton (v. p. 43).
RPN — RF	5,88	— 41,8925	— 41,8912	— 41,8918	
<i>Raccordement.</i>					
S — $\odot 2$	km —	m + 0,0563	m + 0,0557	m + 0,0560	S sur le sol de la salle de l'Observatoire à côté du baromètre; le point est constitué par une petite croix, taillée au ciseau dans l'asphalte. Le zéro du baromètre est situé à 0 ^m ,808 au-dessus du repère S. (V. p. 149).

G. Nivellement à Neuchâtel.

Exécuté par M. Redard en 1886 avec la mire I et l'instrument I.

REPÈRES.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence d'un repère à l'autre.			DÉSIGNATION DES REPÈRES.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
NF168—⊙ 6	km 1,14	— ^m 1,2278	^m	— ^m 1,2278	NF168 <i>r</i> en bronze, sur le seuil de la deuxième porte depuis le Sud à la façade principale de l'Hôtel de Ville de Neuchâtel.
NF2 —NF168	1,02	+43,5710		+43,5710	⊙ 6 <i>r</i> sur le seuil de la petite porte d'entrée, à l'Est, de l'hôpital Pourtalès (v. p. 49).
NF168—NF1	0,28	+ 2,4165	+ 2,4160	+ 2,4162	NF 2 <i>r</i> en bronze, dans le rocher, à l'extrémité Nord-Est de la gare (v. p. 49).
NF2 —NF1				+45,9872	NF 1 <i>r</i> en bronze, scellé sur le socle de la colonne météorologique, môle de Neuchâtel. Le repère s'est affaissé ; on attribue ce fait à l'abaissement du niveau du lac.

H. Nivellement de la gare de Neuchâtel à Pierrabot.

Exécuté par M. Autran en 1887 avec la mire II et l'instrument II.

REPÈRES.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence d'un repère à l'autre.			DÉSIGNATION DES REPÈRES.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
NF260—⊙ 260	km 0,00	+ ^m 0,0024	+ ^m 0,0034	+ ^m 0,0029	NF260 <i>r</i> en bronze, scellé sur le couronnement de la culée du passage sous-voie avant la gare de Neuchâtel, du côté d'Yverdon, à la sortie Sud du passage.
⊙ 260—NF2	0,37	— 1,1977	— 1,1964	— 1,1970	⊙ 260 <i>r</i> contre-repère, sur le couronnement de la culée du passage sous-voie avant la gare de Neuchâtel, du côté de Neuchâtel, à la sortie Sud du passage.
⊙ 10 —NF260	0,36	— 0,7802	— 0,7831	— 0,7816	NF 2 <i>r</i> en bronze, dans le rocher, à l'extrémité Nord-Est de la gare (v. p. 49).
NF260—⊙ 7 ^a	0,78	—50,0329	—50,0319	—50,0324	⊙ 10 <i>r</i> sur une dalle, à droite de la ligne, à la traversée de la ruelle Saint-Jean, sous le chemin de fer (v. p. 48).
⊙ 7 ^a —⊙ 54	2,77	-231,2437	-231,2432	-231,2434	⊙ 7 ^a <i>r</i> sur un banc en pierre, à gauche de la fontaine (nouveau) située au bord droit de la route, près de la chapelle de l'Ermitage, à la bifurcation du chemin conduisant à Chaumont.

I. Nivellement à Zollikofen.

Exécuté par M. Aufran en 1887 avec la mire II et l'instrument II.

REPÈRES.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence d'un repère à l'autre.			DÉSIGNATION DES REPÈRES.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
⊙ 12 — ⊙ 13	km 2,07	m — 1,8250	m — 1,8317	m — 1,8283	⊙ 12 r sur la première marche du perron de l'hôtel du Rössli à Schwanden (v. p. 90).
⊙ 13 — ⊙ 15	4,49	— 28,3665	— 28,3695	— 28,3680	⊙ 13 r sur la borne Sud de l'indicateur de routes, à l'embranchement de Schönbrunnen.
⊙ 15 — ⊙ 254	0,31	— 3,3585	— 3,3595	— 3,3590	⊙ 15 r sur le banc de pierre à l'indicateur des routes de Soleure et de Berne, avant la station de Zollikofen.
⊙ 254 — NF254		— 0,0905	— 0,0901	— 0,0903	⊙ 254 contre-repère, sur la pierre de soubassement de la grue de chargement dans la gare de Zollikofen, du côté opposé à la voie.
NF254 — ⊙ 1 ^a	1,06	+ 15,7038	+ 15,6993	+ 15,7015	NF254 r en bronze, scellé sur le seuil de la porte d'entrée de droite de la station de Zollikofen, du côté opposé à la voie.
⊙ 1 ^a — ⊙ 17	1,65	+ 25,2155	+ 25,2159	+ 25,2157	⊙ 1 ^a r sur le mur du jardin de la pinte et de la boulangerie, à Zollikofen, à droite de la route.
					⊙ 17 r sur le parapet gauche (pile de la rive droite) du pont sur l'Aar de la Tiefenau.

K. Nivellement à Münsingen.

Exécuté par M. Aufran en 1887 avec la mire II et l'instrument II.

REPÈRES.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence d'un repère à l'autre.			DÉSIGNATION DES REPÈRES.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
⊙ 10 — NF257	km 1,94	m + 0,8203	m + 0,8190	m + 0,8196	NF257 r en bronze, scellé sur le soubassement de la gare de Münsingen, du côté de la voie, près de la porte du bureau du chef de gare.
⊙ 11 — ⊙ 10	0,91	+ 4,9597	+ 4,9594	+ 4,9595	⊙ 10 r sur une borne, à gauche de la route, à 50 ^m au delà des trois maisons (Neuhaus), à moitié chemin entre Münsingen et Wichtrach.
⊙ 12 — ⊙ 11	2,31	— 0,0424	— 0,0446	— 0,0435	⊙ 11 r sur le soubassement, à droite de la grande porte de la grange, à gauche de la route ; cette grange est la première maison de Wichtrach.
NF182 — ⊙ 12	1,60	+ 12,1163	+ 12,1163	+ 12,1163	⊙ 12 r sur la première borne à droite de la route, à 110 ^m environ au delà de la grande ferme isolée entre Wichtrach et Kiesen.
					NF182 r en bronze, scellé sur la troisième marche de l'escalier de la cave de la dernière maison de Kiesen, appartenant à M. Rubin, à droite de la route (v. p. 408).
NF182 — NF257	6,76	+ 17,8539	+ 17,8501	+ 17,8520	

L. Nivellement à Guttannen.

Exécuté par M. Autran en 1887, avec la mire II et l'instrument II.

REPÈRES.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence d'un repère à l'autre.			DÉSIGNATION DES REPÈRES.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
⊙ 14 — NF237	km 1,11	^m -27,9761	^m -27,9763	^m -27,9762	⊙ 14 r sur un rocher en plate-forme, à 0 ^m ,30 au-dessus et à gauche du chemin, à la sortie d'une forêt et au sommet d'une contre-pente (v. p. 526). NF237 r en bronze, scellé dans le roc près de la porte d'un (nouveau) chalet à gauche de la route, vis-à-vis de l'hôtel de l'Ours, à Guttannen.
NF237 — ⊙ 15	0,90	+20,5178	+20,5158	+20,5168	⊙ 15 r sur un rocher au pied du talus, à 10 ^m à droite du chemin, au delà du point où la chaussée est resserrée entre l'Aar et une paroi de rocher.

M. Nivellement à Oberwald.

Exécuté par M. Autran en 1887, avec la mire II et l'instrument II.

REPÈRES.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence d'un repère à l'autre.			DÉSIGNATION DES REPÈRES.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
⊙ 37 — NF160	km 0,28	^m -12,5632		^m -12,5632	⊙ 37 r sur un bloc de granit en forme de toit, pénétrant partiellement dans la route, au Sud, à 250 ^m environ du tournant près de la chapelle de St-Nicolas NF160 r en bronze, scellé sur le rocher de fondation, à l'angle Nord-Ouest de la chapelle de St-Nicolas, à 1200 ^m environ à l'Est d'Oberwald.

N. Nivellement à Münster.

Exécuté par M. Autran en 1887, avec la mire II et l'instrument II.

REPÈRES.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence d'un repère à l'autre.			DÉSIGNATION DES REPÈRES.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
⊙ 46 — ⊙ 45 _a	km 0,56	^m -33,2702		^m -33,2702	⊙ 46 r sur un bloc de rocher, à 5 ^m environ au Nord de la route, à l'Ouest du dernier jardin, près de la dernière maison de Münster. ⊙ 45 _a r sur le soubassement, côté Sud de l'église de Münster.

O. Nivellement à Kupferboden.

Exécuté par M. Autran en 1887, avec la mire II et l'instrument II.

REPÈRES.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence d'un repère à l'autre.			DÉSIGNATION DES REPÈRES.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
⊙ 63 — ⊙ 62 _a	km 1,53	^m —50,2541		^m —50,2541	<p>⊙ 63 <i>r</i> sur un gros rocher près de la route, dans le lit du Rhône, à environ 45^m en aval du pont de Nussbaum sur le Rhône.</p> <p>⊙ 62_a <i>r</i> sur un gros rocher au Nord de la route, près de la borne kilométrique n° 12 au Kupferboden, soit à environ 300^m en aval du pont de Grengiols, entre Deisch et Mörel. (Ce repère se trouve à côté du trou où était scellé le repère en bronze NF 166).</p>

P. Nivellement à Moërel.

Exécuté par M. Autran en 1887, avec la mire II et l'instrument II.

REPÈRES.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence d'un repère à l'autre.			DÉSIGNATION DES REPÈRES.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
⊙ 64 _a — ⊙ 64	km 1,50	^m —14,4232	^m —14,4288	^m —14,4260	⊙ 64 _a <i>r</i> sur la bordure du trottoir, devant l'hôtel des Alpes, à Mörel, près de l'angle Nord de la maison.
⊙ 65 — ⊙ 64 _a	1,45	—41,4432		—41,4432	⊙ 64 <i>r</i> sur la borne kilométrique n° 9.
⊙ 64 _a — NF261	0,14	— 9,6833	— 9,6823	— 9,6828	⊙ 65 <i>r</i> sur un rocher à 4 ^m ,50 à l'Ouest de la borne kilométrique n° 6, et à 0 ^m ,85 du bord Nord de la route. NF261 <i>r</i> en bronze, scellé sur le soubassement, façade Nord, du clocher de l'église à Mörel.

Q. Nivellement à Andermatt.

Exécuté par M. Autran en 1887, avec la mire II et l'instrument II.

REPÈRES.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence d'un repère à l'autre.			DÉSIGNATION DES REPÈRES.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
⊙ 53 — NF53	km	+ 0,1099 ^m	+ 0,1097 ^m	+ 0,1098 ^m	NF 53 r en bronze, scellé dans le roc au pied du talus, près de l'ancienne église d'Andermatt, à 15 ^m environ à l'Est de la route.
⊙ 1(G) — ⊙ 53	0,40	+ 4,3332	+ 4,3354	+ 4,3343	⊙ 53 contre-repère, sur le même rocher que NF 53, à 0 ^m ,22 au Sud-Est du repère en bronze.
⊙ 1(O) — ⊙ 1(G)	0,37	+ 12,2874	+ 12,2868	+ 12,2871	⊙ 1(G) r sur un pilier en granit, à l'angle Nord-Est d'une grange, à gauche de la route, au delà d'Andermatt.
⊙ 1(II) — ⊙ 1(O)	1,59	— 11,5388	— 11,5449	— 11,5418	⊙ 1(O) r sur le rocher à gauche de la route, à l'angle du premier lacet (Oberalp).
⊙ 2(H) — ⊙ 1(H)	0,57	+ 5,0248	+ 5,0261	+ 5,0254	⊙ 1(II) r sur la borne kilométrique n° 37 (Hospenthal).
NF54 — ⊙ 2(H)	0,65	+ 18,0713	+ 18,0725	+ 18,0719	⊙ 2(H) r sur un rocher de granit, à 2 ^m à gauche de la route, à 20 ^m de la chapelle Sainte-Anne.
					NF 54 r en bronze, scellé sur le perron, près de la colonne la plus occidentale du Meierhof à Hospenthal.

R. Nivellement à Daziogrande.

Exécuté par M. Autran en 1887, avec la mire II et l'instrument II.

REPÈRES.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence d'un repère à l'autre.			DÉSIGNATION DES REPÈRES.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
⊙ 262 — NF59	km	— 13,8827 ^m	— 13,8842 ^m	— 13,8834 ^m	NF 59 r en bronze, scellé sur le pilier de droite du pont sur le premier ruisseau au delà de Fiesso.
NF262 — ⊙ 262		+ 0,1720	+ 0,1719	+ 0,1719	NF262 r en bronze, scellé dans le roc, près de la culée droite aval du pont de la route du St-Gothard sur le Tessin, à 0 ^m ,65 en arrière du dé qui traverse le parapet.
					⊙ 262 contre-repère, sur le même rocher, à 0 ^m ,96 en arrière du précédent.
NF262 — NF59	1,01	— 13,7107	— 13,7123	— 13,7115	

S. Nivellement au Monte-Cenere.

Exécuté par M. Autran en 1887, avec la mire II et l'instrument II.

REPÈRES.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence d'un repère à l'autre.			DÉSIGNATION DES REPÈRES.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
⊙ 263—⊙ 12	km 1,70	+47,5847	+47,5827	+47,5837	⊙ 12 <i>r</i> sur un rocher à gauche et au niveau de la route ; il est marqué CS 27. NF263 <i>r</i> en bronze, sur le rocher du côté Nord de la caserne de la gendarmerie au Monte-Cenere. (Le nouveau repère a été scellé dans le même trou que le précédent NF 191.)
NF263—⊙ 263		+ 0,3597	+ 0,3597	+ 0,3597	
⊙ 14 —NF263	1,06	-13,7966	-13,8010	-13,7988	⊙ 263 contre-repère, sur le même rocher, à 1 ^m ,50 du précédent. ⊙ 14 <i>r</i> sur le radier d'une coulisse, à gauche de la route.

T. Nivellement à Rorschach.

Exécuté par M. Autran en 1887, avec la mire II et l'instrument II.

REPÈRES.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence d'un repère à l'autre.			DÉSIGNATION DES REPÈRES.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
⊙ 54 _a —NF264	km 0,07	- 0,3178	- 0,3172	- 0,3175	NF264 <i>r</i> en bronze, scellé dans le vestibule de la gare des voyageurs à Rorschach (Port), du côté opposé à la voie, sur la bordure de l'escalier, à gauche de l'entrée. ⊙ 54 _a <i>r</i> sur le perron de la gare de Rorschach, extrémité Est, entre la première colonne de fonte et le mur. ⊙ 52 <i>r</i> sur le parapet d'aval du pont sur le Bächeli, en deçà de Horn.
NF264—⊙ 52	3,67	+ 0,4748	+ 0,4741	+ 0,4744	

U. Nivellement de la base de Weinfelden.

Exécuté par M. Autran en 1887, avec la mire II et l'instrument II.

REPÈRES.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence d'un repère à l'autre.			DESIGNATION DES REPÈRES.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
Rep. prov. BA — BA Rep. prov. BE — BE	km	+ 0,0631	+ 0,0633	+ 0,0632	On a mis à découvert les points terminaux de la base BA et BE, constitués par un cylindre en bronze dont l'axe est marqué par une croix, et on a déterminé par deux doubles opérations la différence de niveau entre chacun de ces points et un repère provisoire gravé au ciseau sur l'une des deux bornes indiquant l'extrémité de la base, sur le bord Nord de la route. Cela fait, on a placé sur les cylindres en bronze une petite pierre creuse en dessous, et on l'a garnie de ciment tout le tour afin qu'on puisse détacher la pierre d'un coup de marteau sans détériorer le bronze.
		+ 0,1361	+ 0,1353	+ 0,1357	
⊙ 265 — NF265		— 0,0014	— 0,0015	— 0,0014	NF265 r en bronze, scellé sur la culée droite amont du pont du chemin de fer sur le ruisseau qui traverse la ville de Weinfelden, près d'un passage à niveau entre Weinfelden et Märstetten. ⊙ 265 contre-repère sur la culée droite aval du même pont.
Rep. prov. BA — ⊙ 265 Rep. prov. BE — Rp. pr. BA ⊙ 4 — Rep. prov. BE	0,40 2,54 0,43	— 1,2363 — 8,8777 + 0,3177	— 1,2358 — 8,8743 + 0,3130	— 1,2360 — 8,8760 + 0,3153	⊙ 4 r sur une pierre de fondement, dans l'angle Nord-Est du bâtiment de la gare de Märstetten. ⊙ 3 _a r sur la première coulisse au delà du pont sur la Thur, du côté gauche de la route. ⊙ 3 r sur le pont de la route à Heschikofen. ⊙ 2 r sur la dalle couvrant le mur le long du ruisseau, à 3 ^m du bord à droite de la route, à Hüttlingen, tout près d'un petit escalier.
⊙ 3 _a — ⊙ 4 ⊙ 3 — ⊙ 3 _a ⊙ 2 — ⊙ 3	3,52 0,83 2,00	— 7,8133 + 0,3346 + 0,8962	— 7,8124 + 0,3370 + 0,9061	— 7,8128 + 0,3358 + 0,9011	⊙ 3 r sur la coulisse voutée, à Mettendorf, à droite de la route. ⊙ 1 r sur le pont dans le village de Wellhausen. ⊙ 20 r sur l'angle Sud-Ouest du soutènement de la ligne, près de la coulisse, au passage de la route romaine, en deçà de Frauenfeld.
⊙ * — ⊙ 2 ⊙ 1 — ⊙ * ⊙ 20 — ⊙ 1	0,80 1,87 1,93	— 7,3402 + 1,1573 — 12,5797	— 7,3451 + 1,1507 — 12,5719	— 7,3426 + 1,1540 — 12,5758	NF130 r en bronze, scellé sur le soubassement de la tour de l'église protestante, à Frauenfeld, à l'angle Nord, à gauche de l'entrée principale.
NF130 — ⊙ 20	2,44	+ 24,6887	+ 24,6776	+ 24,6831	
NF130 — NF265	16,76	— 10,4541	— 10,4566	— 10,4553	

La ligne ⊙ 4 — NF130 a été nivelée pour la première fois en 1882 (v. page 549).

V. Nivellement à Pfy. n.

Exécuté par M. Aufran en 1887, avec la mire II et l'instrument II.

REPÈRES.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence d'un repère à l'autre.			DÉSIGNATION DES REPÈRES.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
⊙ 22—NF266	km 0,60	+ ^m 4,3520	+ ^m 4,3493	+ ^m 4,3506	NF266 <i>r</i> en bronze, scellé sur la culée droite aval du grand pont métallique sur la Thur, entre Felben et Pfy. n, à côté du chariot de dilatation sur lequel repose la poutre, à 0 ^m ,85 en dessous du niveau de la chaussée. ⊙ 22 <i>r</i> sur le parapet d'amont du pont sur l'Erlenbach, à la bifurcation de la route de Weiningen.

W. Nivellement à Kempthal.

Exécuté par M. Aufran en 1887, avec la mire II et l'instrument II.

REPÈRES.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence d'un repère à l'autre.			DÉSIGNATION DES REPÈRES.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
⊙ 12—NF125	km 1,32	+ ^m 7,8120	+ ^m 7,8064	+ ^m 7,8092	NF125 <i>r</i> en bronze, scellé sur la corniche du pont sur la Töss à Töss, côté d'aval, au-dessus du sommet de la voûte.
NF124 — ⊙ 12	2 88	+26,4016	+26,4051	+26,4033	⊙ 12 <i>r</i> sur la tablette d'une fenêtre du moulin de M. Reinhard (Steigemühle), à droite de la porte. NF124 <i>r</i> en bronze, scellé sur le pont du chemin de fer sur la Kempt, près de la gare de Kempthal, côté amont, au-dessus de la route. Le repère a été déplacé avec la pierre dans laquelle il était scellé, à l'occasion de l'élargissement du pont du chemin de fer, lors de la construction de la Nationalbahn.
NF124—NF125	4,20	+34,2136	+34,2115	+34,2125	

X. Nivellement à Brugg.

Exécuté par M. Autran en 1887, avec la mire II et l'instrument II.

REPÈRES.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence d'un repère à l'autre.			DÉSIGNATION DES REPÈRES.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
⊙267—NF267	km 0,43	^m — 0,3615	^m — 0,3581	^m — 0,3598	NF267 r en bronze, scellé sur l'encadrement d'un soupirail, au niveau du trottoir, devant la gare de Brugg, du côté de la voie, sous la fenêtre du bureau du chef de gare. ⊙267 r contre-repère, sur la clef de voûte, côté d'amont, du passage voûté sur le Süssbach, à l'extrémité de la gare de Brugg.
NF115—NF267	5,30	—10,8101	—10,8168	—10,8134	NF115 r en bronze, scellé sur le couronnement de la culée d'amont du pont du chemin de fer sur la Limmat, ligne Turgi-Waldshut.

§ XL

Compensation du réseau.

Antérieurement déjà, nous avons entrepris des recherches sur le degré d'exactitude auquel peut prétendre notre nivellement de précision ainsi que sur l'importance relative des différentes causes d'erreurs pour cette exactitude. Après avoir terminé toutes les opérations sur le terrain pour le réseau projeté, il s'agissait de les calculer de façon à faire disparaître les contradictions existant entre plusieurs résultats immédiats d'observations de la même quantité et à trouver pour la hauteur de chaque point une seule valeur, la plus probable: enfin il fallait faire la compensation du réseau. Ce travail long et difficile a été exécuté avec beaucoup de soin par M. Scheiblauer, d'après les principes admis par la Commission.

Par l'arrangement même des observations, nous avons cherché, dès l'origine, à éliminer autant que possible les erreurs constantes, et puisque les corrections instrumentales se trouvent déjà appliquées aux différences de niveau publiées, il ne s'agissait plus que d'examiner les autres erreurs qui pouvaient exercer quelque influence.

Dans cet ordre d'idées, il faut en premier lieu s'occuper de l'unité de longueur employée, en d'autres termes établir la valeur des mires utilisées. Après avoir donné, dans des livraisons antérieures (v. § II, VIII, XIV, XVII, XXI, XXVI), plusieurs recherches sur la variabilité et les équations des mires, nous venons de déduire, dans les § XXXV et XXXVIII leur correction exacte, et nous avons démontré qu'on peut réduire les différences de niveau publiées dans les livraisons I-VIII à l'unité métrique internationale, en multipliant les hauteurs par un seul facteur. Quant aux différences de niveau contenues dans la IX^{me} livraison, qui du reste n'entrent pas dans la compensation du réseau, puisqu'elles ne concernent que des opérations de contrôle et de rattachement,

ment, elles sont déjà exprimées en unités définitives des mires et par conséquent n'ont plus besoin d'être corrigées à ce titre.

Puisqu'à l'époque où le calcul de compensation a été entrepris on ne connaissait pas encore les corrections définitives des mires, il n'était pas possible d'en tenir compte; mais comme l'examen des mires nous avait montré que, sauf à multiplier finalement les résultats par un même facteur on pouvait exprimer toutes les hauteurs faisant partie du réseau dans les valeurs provisoires des mires déterminées au § XVII, on a formé les polygones avec ces valeurs. Cette manière de procéder se justifie parfaitement par les résultats obtenus dans le § XXXVIII pour les équations définitives des mires. C'est au réseau des cotes ainsi exprimées, pour lesquelles, du reste, la Pierre du Niton sert, comme jusqu'à présent de point de départ, que s'applique le calcul de compensation. Pour préparer ce travail, il a fallu d'abord entreprendre quelques recherches générales que nous allons exposer :

A. Calcul des erreurs probables des lignes de nivellement.

Afin de se rendre compte des erreurs auxquelles on doit s'attendre, le meilleur moyen consiste dans l'examen des différences obtenues pour les lignes nivelées à double. Si l'on se reporte à ce que nous avons développé aux §§ XI, XIX, XXIII et XXVIII, ces différences s'expliquent par les trois sources d'erreurs que voici :

1^o *Les erreurs accidentelles.* — Ces erreurs s'accroissent proportionnellement à la racine carrée du nombre des stations d'instrument ou, si l'on veut, de la longueur (k) des lignes parcourues, exprimée en kilomètres. Si l'on désigne par x l'erreur accidentelle d'observation par kilomètre parcouru, on peut, puisque les erreurs positives et négatives sont également probables, exprimer l'influence des erreurs de cette catégorie sur les nivellements simples par la formule.

$$\pm x^{mm} \sqrt{k}$$

2^o *Les écarts systématiques de la longueur de la mire par rapport à sa valeur normale employée pour les calculs.* — Les recherches déjà citées, qui ont

été étendues plus tard sur l'ensemble du réseau, ont démontré que pour les lignes à grandes différences de niveau, les écarts entre les résultats d'un nivellement double sont sensiblement influencés par les longueurs actuelles des mires. Si l'on désigne par y^{mm} la quantité dont la mire, pendant la durée du nivellement d'une ligne, s'écarte de la longueur des mires employée aux calculs de réduction, et par H , comme jusqu'ici, la différence de niveau mesurée, l'incertitude d'un nivellement simple devient de ce chef

$$\pm y^{\text{mm}} \times H$$

3° *Le tassement des mires et des instruments.* — Puisque, par suite de la nature du sol, on ne peut pas toujours obtenir une fixité absolue des instruments, le tassement de la mire ayant lieu dans l'intervalle entre la première et la seconde station de l'instrument, a pour effet de rendre trop grande la lecture en arrière, ce qui fait paraître la station d'arrière trop haute dans le sens algébrique. Par le tassement possible de l'instrument pendant les observations, la visée d'avant devient trop petite; par conséquent la différence de niveau devient encore trop grande dans le sens algébrique. Comme ces effets de tassement s'opèrent ainsi toujours dans le même sens, on peut s'attendre, malgré la faible valeur des tassements individuels et en raison de leur accumulation, à une erreur finale assez sensible. En général, l'influence du tassement de la mire sera plus forte que celle du tassement de la lunette, mais il n'est guère possible de séparer ces deux éléments.

La valeur des tassements est naturellement proportionnelle au nombre de stations des mires ou, si l'on veut, des instruments. On pourrait relever ces nombres dans les carnets d'observation, mais ici, comme pour les erreurs accidentelles d'observation, il semble préférable d'introduire la longueur k , en kilomètres, des chemins parcourus.

En appelant z l'influence du tassement sur une longueur de 1. kilomètre, un nivellement simple, conduit de A à B , dont la différence de niveau est prise dans le sens $H = B - A$, doit être corrigé de la quantité

$$- z \times k$$

où z est une quantité essentiellement positive.

Afin de tenir compte de l'augmentation du nombre de stations d'instrument résultant de pentes plus prononcées, il faudrait introduire, pour l'influence du tassement aussi bien que pour celle des erreurs accidentelles d'observation, encore un terme qui serait une fonction de la différence de niveau. Mais il est évident que l'effet de ce terme se confond avec celui de la seconde formule d'erreur $\pm y \times H$; on peut donc, eu égard au caractère nécessairement approximatif de tout le problème, faire abstraction de ce nouveau terme.

Le véritable résultat d'un nivellement simple, conduit dans la direction de A à B , et dont la différence de niveau mesurée est $H = B - A$, s'exprime par la formule

$$H = H_1 \pm \sqrt{k} \times x_1 \pm H \times y_1 - k \times z_1$$

Si la ligne a été nivelée une seconde fois dans le même sens, il faut écrire, pour cette seconde opération

$$H = H_2 \pm \sqrt{k} \times x_2 \pm H \times y_2 - k \times z_2$$

En général, les résultats des deux nivellements ne seront pas exactement égaux, mais montreront une différence d qui devient

$$d = H_1 - H_2 = \pm \sqrt{k} (x_2 - x_1) \pm H (y_2 - y_1) - k (z_2 - z_1)$$

Comme les valeurs des coefficients $x_1, x_2, y_1, y_2, z_1, z_2$ sont inconnues, on peut les réunir dans des valeurs moyennes et, puisque les x_1, x_2 et y_1, y_2 peuvent être aussi bien positifs que négatifs, on peut mettre :

$$\begin{aligned} x_2 - x_1 &= x \sqrt{2} \\ y_2 - y_1 &= y \sqrt{2} \end{aligned}$$

Enfin, comme la différence $z_2 - z_1$ peut également être affectée de l'un ou de l'autre signe, on a aussi :

$$z_2 - z_1 = \pm z \times \sqrt{2}$$

Il s'ensuit que, pour une *ligne nivelée à double dans le même sens*,

l'écart entre le premier et le second nivellement s'exprime par la formule suivante :

$$d = \pm \sqrt{2k} \times x \pm \sqrt{2} \times H \times y \pm \sqrt{2} \times k \times z \quad (1)$$

Passant aux *lignes nivelées à double en sens inverse*, la véritable différence de niveau de la seconde opération, prise algébriquement dans le même sens que pour le premier, est :

$$H = H_2 \pm \sqrt{k} \times x_2 \pm H \times y_2 + k \times z_2$$

ce qui donne, pour la différence des deux nivellements :

$$H_1 - H_2 = \pm \sqrt{k} (x_2 - x_1) \pm H (y_2 - y_1) + k (z_2 + z_1)$$

Comme ici $z_2 + z_1$ est une quantité essentiellement positive, on peut écrire

$$z_2 + z_1 = 2z$$

tandis que les deux autres coefficients restent les mêmes que dans le cas précédent. Par conséquent, on obtient cette fois :

$$d = \pm \sqrt{2k} \times x \pm \sqrt{2} \times H \times y + 2k \times z \quad (2)$$

Détermination des coefficients x , y , z .

On sait, par les recherches antérieures (§§ XI, XIX, XXIII et XXVIII), que les valeurs de x et de y , résultant des écarts entre les deux résultats trouvés pour les sous-sections, ne suffisent pas pour expliquer d'une manière satisfaisante les différences entre les deux valeurs des lignes totales, ou les contradictions des polygones. En outre, l'effet du tassement ne disparaît pas dans les moyennes des doubles nivellements, qu'ils soient faits dans le même sens ou dans le sens inverse. Enfin, on comprend que, pour déterminer l'importance relative des différentes sources d'erreur, il convient d'avoir recours aux écarts des grandes lignes, pour lesquelles on prend naturellement les côtés des polygones.

Pour cette raison, nous donnons d'abord le relevé des lignes nivelées

à double, au nombre de 49, dont 17 ont été nivelées dans le même sens et 32 en sens inverse. Dans le tableau suivant, d indique la différence entre les deux nivellements, dans le sens 2^{me}-1^{er} et exprimée en millimètres; k désigne la distance en kilomètres entre le point de départ et le point d'arrivée des lignes; enfin H est la différence de niveau exprimée en mètres. L'explication des autres colonnes de nombres sera donnée dans la suite.

Tableau des lignes nivelées à double dans le même sens.

LIGNE	d	k	H	d'	$\left(\frac{H}{100}\right)^2$	$\left(\frac{k}{10}\right)^2$	Σh
		mm	km	m			m
De Neuchâtel gare à Neuchâtel môle...	- 3,0	0,9	- 44,8	9,0	0,2	0,0	45
Neuchâtel môle à Saint-Blaise.....	+ 1,0	5,3	+ 1,5	1,0	0,0	0,3	16
Neuchâtel gare à Pierrabot.....	- 2,0	2,2	+ 144,6	4,0	2,2	0,0	145
Pierrabot à Chaumont.....	+ 1,0	6,2	+ 547,6	1,0	30,2	0,4	548
Chuffort au Pâquier.....	- 39,0	3,6	- 328,2	1521,0	10,9	0,1	328
Saint-Blaise à Bienne.....	+ 1,2	25,8	+ 3,3	1,4	0,0	6,7	31
Pâquier à Dombresson.....	- 8,0	4,7	- 157,7	64,0	2,5	0,2	158
Bienne à Zollikofen.....	+ 53,0	33,5	+ 118,5	2809,0	1,4	11,2	326
Fribourg à Berne.....	- 11,0	31,5	- 17,0	121,0	0,2	9,9	193
Aarbourg à Brugg.....	+ 6,8	36,4	- 61,1	46,2	0,4	13,3	131
Zollikofen à Aarbourg.....	- 28,5	59,2	- 145,8	812,3	2,2	35,0	499
Zurich à Brugg.....	- 38,8	33,0	- 57,5	1505,4	0,4	10,9	150
Schwyz à Meggen.....	- 44,4	26,7	- 58,8	1971,4	0,4	7,1	498
Aarberg à Lucerne.....	+ 22,9	48,9	+ 34,0	524,4	0,1	23,9	403
Hospenthal à Bellinzona.....	- 101,8	81,8	- 1232,1	10363,2	151,3	66,9	2630
Amsteg à Schwyz.....	- 50,9	34,8	+ 9,9	2590,8	0,0	12,1	463
Andermatt à Hospenthal.....	+ 4,1	1,4	+ 19,2	16,8	0,0	0,0	27

Tableau des lignes nivelées à double en sens inverse.

LIGNE	d	k	H	d^2	$\left(\frac{H}{100}\right)^2$	$\left(\frac{k}{10}\right)^2$	Σh
	mm	km	m				m
De Genève à Nyon	- 4,0	24,2	+ 1,3	16,0	0,0	5,9	50
Nyon à Morges	0,0	26,6	+ 0,7	0,0	0,0	7,1	124
Nyon à La Cure	+ 26,9	22,5	+ 783,6	723,6	62,4	5,1	897
Ouchy à Morges	- 10,0	11,2	- 37,6	100,0	0,2	1,3	83
Sonceboz à Saint-Imier	+ 13,0	15,5	+ 158,5	169,0	2,5	2,4	158
Bienne à Sonceboz ¹	- 2,8	13,3	+ 213,3	7,8	4,2	1,8	213
La Chaux-de-Fonds à Morteau	- 8,0	23,2	- 216,4	64,0	4,8	5,4	312
Zollikofen à Berne	+ 4,4	6,6	- 17,0	19,4	0,0	0,4	58
Sonceboz à Bâle	- 55,2	75,6	- 373,4	3047,0	13,7	57,2	773
Bâle à Saint-Louis	+ 6,0	5,7	- 25,1	36,0	0,1	0,3	25
Bâle à la gare badoise	- 1,0	3,2	- 22,4	1,0	0,0	0,1	37
Stein à Bâle	+ 12,9	29,6	- 17,6	166,4	0,0	8,8	267
Zurich à Steckborn	- 84,7	59,6	- 5,5	7174,1	0,0	35,5	814
Pfäffikon à Zurich	- 14,9	33,0	- 7,5	222,0	0,0	13,7	103
Schwyz à Pfäffikon ¹	- 31,9	29,3	- 112,9	1017,6	1,2	8,6	900
Lucerne à Meggen	- 15,3	7,8	+ 24,2	234,1	0,0	0,6	47
Brienz au Glacier du Rhône ²	- 399,5	39,7	+ 1144,7	—	—	—	1684
Du Glacier du Rhône à Brigue	- 145,2	48,8	- 1077,1	21083,0	166,6	23,8	1228
D'Ouchy à Brigue	- 187,9	153,1	+ 267,8	35306,4	7,3	234,4	646
De Brigue à Bellinzona	- 21,5	144,9	- 453,1	462,2	20,1	210,0	5222
D'Andermatt à Amsteg	- 2,2	22,5	- 921,3	4,8	84,6	5,1	987
De Steckborn à Constance	- 5,7	15,9	+ 2,0	32,5	0,0	2,5	23
Constance à Rheineck	- 69,3	45,1	- 5,1	4802,5	0,0	20,3	109
Rheineck à Sargans	+ 45,6	62,6	+ 107,1	2079,4	1,2	39,2	226
Sargans à Pfäffikon	- 117,8	58,9	- 90,9	13876,8	0,8	34,7	268
Sargans à Landquart	- 22,6	14,8	+ 16,6	510,8	0,0	2,2	90
Landquart à Reichenau	+ 36,2	25,0	+ 76,4	1310,4	0,6	6,3	214
Landquart à Sûs	+ 52,7	69,9	+ 899,2	2777,3	81,0	48,9	3037
Sûs à Martinsbruck	- 36,2	38,9	- 391,9	1310,4	15,2	15,1	650
Chiavenna à Sûs	+ 17,9	87,4	+ 1101,9	320,4	121,0	76,4	1996
Reichenau à Chiavenna	- 67,4	78,9	- 279,1	4542,8	7,8	62,3	3488
Bellinzona à Chiasso	- 48,9	56,0	+ 5,3	2391,2	0,0	31,4	1117

¹ Ces lignes ont été nivelées trois fois. On a réuni la moyenne des deux nivellements opérés dans le même sens, avec le résultat du nivellement dans le sens inverse dans une seule moyenne, et déterminé en conséquence la différence d . On peut donc se permettre de traiter ces lignes pour cette recherche comme celles nivelées à double en sens inverse.

² L'écart tout à fait exceptionnel de ces deux opérations, qui doit provenir de circonstances anormales, ne permet pas d'introduire cette ligne dans la détermination des erreurs et dans le calcul de compensation.

Les lignes de nivellement comprises dans les tableaux précédents fournissent (en excluant la ligne de Brienz au Glacier du Rhône), pour la détermination des quantités x , y , z , 48 équations de la forme donnée

plus haut, d'après les expressions (1) et (2). La résolution de ces équations a été faite d'après la méthode décrite par M. Helmert dans les nos 2127 et 2128 des « Astronomische Nachrichten. »

En élevant au carré les expressions (1) et (2), on obtient les équations d'erreur de la forme,

$$\left. \begin{aligned} d^2 &\equiv 2 k x^2 + 2 H^2 y^2 + 2 k^2 z^2 && (17 \text{ équations}) \\ d^2 &\equiv 2 k x^2 + 2 H^2 y^2 + 4 k^2 z^2 && (31 \text{ équations}) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

qui fournissent les conditions pour les valeurs probables de x, y, z .

Si les valeurs de x, y, z étaient connues, ces expressions seraient proportionnelles à l'incertitude moyenne d'observation d^2 . Les poids des d^2 sont donc proportionnels à $\frac{1}{d^2}$. Par conséquent, pour pouvoir établir les équations d'erreur correspondant aux équations normales, il faudrait déjà avoir déterminé les inconnues; en d'autres termes, on ne peut arriver à la connaissance des x^2, y^2, z^2 que par approximations successives.

Si l'on se représente les équations normales formées avec les vraies valeurs de x^2, y^2, z^2 , ces équations prennent la forme suivante :

$$\left. \begin{aligned} 4 \left(\frac{k}{d_1^2} \cdot \frac{k}{d_1^2} \right) x^2 + 4 \left(\frac{k}{d_1^2} \cdot \frac{H}{d_1^2} \right) y^2 + 8 \left(\frac{k}{d_1^2} \cdot \frac{k^2}{d_1^2} \right) z^2 &= 2 \left(\frac{k}{d_1^2} \cdot \frac{d^2}{d_1^2} \right) \\ 4 \left(\frac{k}{d_1^2} \cdot \frac{H^2}{d_1^2} \right) x^2 + 4 \left(\frac{H^2}{d_1^2} \cdot \frac{H^2}{d_1^2} \right) y^2 + 8 \left(\frac{H^2}{d_1^2} \cdot \frac{k^2}{d_1^2} \right) z^2 &= 2 \left(\frac{H^2}{d_1^2} \cdot \frac{d^2}{d_1^2} \right) \\ 8 \left(\frac{k}{d_1^2} \cdot \frac{k^2}{d_1^2} \right) x^2 + 8 \left(\frac{k^2}{d_1^2} \cdot \frac{H^2}{d_1^2} \right) y^2 + 16 \left(\frac{k^2}{d_1^2} \cdot \frac{k^2}{d_1^2} \right) z^2 &= 4 \left(\frac{k^2}{d_1^2} \cdot \frac{d^2}{d_1^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Si maintenant les valeurs de x^2, y^2, z^2 obtenues par la résolution correspondent aux valeurs supposées pour d^2 , on peut représenter les sommes partielles fournies par les équations d'erreur, et qui forment les termes absolus des équations normales (4), de la manière suivante :

$$\frac{2k}{d_1^2} \cdot \frac{2 k x^2 + 2 H^2 y^2 + 4 k^2 z^2}{d_1^2} = 2 \frac{k}{d_1^2} \cdot \frac{d^2}{d_1^2}$$

ou bien, en tenant compte des équations (3) :

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{k}{d_1^2}\right) &= \left(\frac{k}{d_1^2} \cdot \frac{d^2}{d_1^2}\right) \\ \left(\frac{H^2}{d_1^2}\right) &= \left(\frac{H}{d_1^2} \cdot \frac{d^2}{d_1^2}\right) \\ \left(\frac{k^2}{d_1^2}\right) &= \left(\frac{k^2}{d_1^2} \cdot \frac{d^2}{d_1^2}\right) \end{aligned} \right\} (5)$$

En multipliant la première de ces équations par $2x^2$, la deuxième par $2y^2$ et la troisième par $4k^2$, on obtient, par la somme de ces trois nouvelles équations, en vertu de (3), pour le nombre des équations d'erreurs :

$$n = \frac{d^2}{d_1^2}$$

C'est à ces quatre conditions que doit satisfaire une bonne détermination des valeurs x^2 , y^2 , z^2 et d_1^2 *

Pour arriver à la solution des équations par approximations successives, on est parti des valeurs résultant de plusieurs recherches antérieures sur les erreurs du nivellement, savoir :

$$\begin{aligned} x^2 &= 2 \\ (100 y)^2 &= 12 \\ (10 z)^2 &= 30 \end{aligned}$$

En introduisant ces valeurs dans les équations normales, leur résolution donne, comme seconde approximation :

$$\begin{aligned} x^2 &= 2,7 \\ (100 y)^2 &= 18,0 \\ (10 z)^2 &= 25,8 \end{aligned}$$

Comme ces valeurs diffèrent encore passablement des premières, il faut procéder à une nouvelle approximation; on obtient avec les secondes valeurs pour les lignes nivelées à double en sens inverse :

$$d_1^2 = 5,4 k + 36,0 \left(\frac{H}{100}\right)^2 + 103,2 \left(\frac{k}{10}\right)^2$$

et pour les lignes nivelées à double dans le même sens :

* Voir pour le développement détaillé de ces résultats le mémoire de Helmert, *Astr. Nach.* Nos 2127 et 2128.

$$d_1^2 = 5,4 k + 36,0 \left(\frac{H}{100}\right)^2 + 51,6 \left(\frac{k}{10}\right)^2$$

ce qui donne, pour les quatre conditions :

$$\begin{aligned} \left(\frac{d^2}{d_1^2}\right) &= 45,5 \text{ au lieu de } 48,0 \\ \left(\frac{k}{d_1^2}\right) &= 1,77 \quad \gg \quad \left(\frac{k}{d_1^2} \cdot \frac{d^2}{d_1^2}\right) = 1,71 \\ \left(\frac{H^2}{d_1^2}\right) &= 0,25 \quad \gg \quad \left(\frac{H^2}{d_1^2} \cdot \frac{d^2}{d_1^2}\right) = 0,22 \\ \left(\frac{k^2}{d_1^2}\right) &= 0,36 \quad \gg \quad \left(\frac{k^2}{d_1^2} \cdot \frac{d^2}{d_1^2}\right) = 0,38 \end{aligned}$$

Les équations normales deviennent :

$$\begin{array}{rcccl} x^2 + (100 y)^2 + (10 z)^2 & & & & \\ \hline 0,4823 & 0,0187 & 0,0740 & = & 3,4252 \\ 0,0187 & \underline{0,0188} & 0,0045 & = & 0,4390 \\ 0,0740 & 0,0045 & \underline{0,0335} & = & 1,1060 \end{array}$$

et leur résolution donne :

$$\left. \begin{array}{l} x^2 = 2,66 \pm 2,2 \\ (100 y)^2 = 14,60 \pm 8,9 \\ (10 z)^2 = 25,2 \pm 8,1 \end{array} \right\} \text{ soit } \begin{array}{l} x = \pm 1,65 \pm 0,80 \\ y = \pm 0,038 \pm 0,012 \\ z = \pm 0,50 \pm 0,08 \end{array}$$

Comme ces valeurs s'accordent bien, dans les limites de leur incertitude, avec les précédentes, il est inutile de pousser plus loin l'approximation. Par conséquent, on s'en est servi pour le calcul des poids dans la compensation du réseau.

Le carré de l'erreur moyenne de l'unité du poids est, d'après la théorie de M. Helmert,

$$\frac{62,4}{48-3} = 1,4$$

B. Calcul des erreurs moyennes à craindre pour les lignes du réseau.

La véritable différence de niveau entre les points extrêmes d'une ligne nivelée une fois s'exprime, d'après ce qui a été exposé plus haut, par la formule

$$H = H_1 \pm x_1 \sqrt{k} \pm y_1 H - z_1 k$$

a) Par conséquent, l'incertitude moyenne à laquelle on doit s'attendre pour un nivellement simple devient, en introduisant les valeurs numériques trouvées précédemment pour x , y , z ,

$$\delta^2 = + 2,66 k + 14,6 \left(\frac{H}{100} \right)^2 + 0,252 k^2$$

b) Si l'on nivelle la ligne une seconde fois dans la même direction, la véritable différence de niveau résultant de cette seconde opération s'exprime par :

$$H = H_2 \pm x_2 \sqrt{k} \pm y_2 H - z_2 k$$

Pour la moyenne des deux nivellements on a :

$$H = \frac{H_1 + H_2}{2} \pm \frac{x_1 + x_2}{2} \sqrt{k} \pm \frac{y_1 + y_2}{2} H - \frac{z_1 + z_2}{2} k$$

et son incertitude moyenne est :

$$\delta^2 = 1,33 k + 7,3 \left(\frac{H}{100} \right)^2 + 0,252 k^2$$

c) Si le second nivellement est conduit dans le sens inverse, il fournit, pour la véritable différence de niveau :

$$H = H_2 \pm x_2 \sqrt{k} \pm y_2 H + z_2 k$$

et la moyenne des deux nivellements donne :

$$H = \frac{H_1 + H_2}{2} \pm \frac{x_1 + x_2}{2} \sqrt{k} \pm \frac{y_1 + y_2}{2} H - \frac{z_1 - z_2}{2} k$$

Comme, d'après ce que nous avons vu, la valeur de z , $-z$, peut devenir aussi bien positive que négative, on peut écrire : $z_1 - z_2 = \pm \sqrt{2}$ et par conséquent l'expression de l'incertitude de la moyenne des deux nivellements devient :

$$\delta = \pm \frac{x}{\sqrt{2}} \sqrt{k} \pm \frac{y}{\sqrt{2}} H \pm \frac{z}{\sqrt{2}} k$$

ou, en introduisant les valeurs numériques :

$$\delta^2 = 1,33 k + 7,3 \left(\frac{H}{100} \right)^2 + 0,126 k^2$$

d) Lorsqu'une section a été nivelée trois fois, parmi lesquelles une fois dans le sens inverse des deux autres, on a d'abord, pour l'erreur moyenne des deux opérations faites dans le même sens :

$$\delta^2 = \frac{x^2}{2} k + \frac{y^2}{2} H + z^2 k^2$$

et pour l'incertitude du simple nivellement en sens inverse :

$$\delta^2 = x^2 k + y^2 H + z^2 k^2$$

Dans les deux cas dont il s'agit ici, savoir des lignes Bienne-Sonceboz et Schwyz-Pfäffikon, le terme qui exprime le tassement est prépondérant, et on voit que la valeur des deux nivellements conduits dans le même sens est assez égale à celle du nivellement en sens inverse, pour qu'on soit justifié de représenter la moyenne générale des trois nivellements par la formule :

$$H = \frac{1}{2} \left(\frac{H_1 + H_2}{2} + H_3 \right)$$

ainsi qu'on l'a déjà fait auparavant (Voir pp. 522 et 529).

L'incertitude de cette moyenne devient donc :

$$\begin{aligned} \delta &= \pm \frac{1}{2} \left(\frac{x}{\sqrt{2}} + x_3 \right) \sqrt{k} \pm \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\sqrt{2}} + y_3 \right) H + \frac{1}{2} (z_3 - z) k \\ &= \pm x \sqrt{\frac{3}{8}} \sqrt{k} \pm y \sqrt{\frac{3}{8}} H + \frac{z}{\sqrt{2}} k \end{aligned}$$

Si l'on introduit les valeurs numériques déjà trouvées pour x , y , z ,

qu'on mette, pour simplifier, $\frac{1}{3}$ pour $\frac{3}{8}$, et qu'on élève au carré, il vient :

$$\delta^2 = 0,89 k + 4,9 \left(\frac{H}{100}\right)^2 + 0,126 k^2$$

e) Une ligne (Berne-Zollikofen) a été nivelée quatre fois, dont deux fois dans le même sens et deux fois en sens inverse. Dans ce cas, l'incertitude devient :

$$\delta^2 = 0,66 k + 3,65 \left(\frac{H}{100}\right)^2 + 0,126 k^2$$

f) Deux lignes, savoir Morges-Neuchâtel-Gare et Reichenau-Andermatt, ont été nivelées en partie deux fois en sens inverse, pour le reste une seule fois. L'influence des erreurs accidentelles et de celles des mires se calcule comme si toute la longueur était nivelée d'un seul trait. Quant au tassement d'une ligne composée des sections k_1, k_2, k_3 , on ne peut pas écrire :

$$\text{tassement} = z (-k + k_2 - k_3 + \dots)$$

puisque, si les sections étaient à peu près d'égale longueur, l'influence du tassement disparaîtrait, ce qui n'est pas conforme à la réalité. Il faut mettre plutôt :

$$\text{tassement} = z \sqrt{k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 + \dots}$$

de cette manière l'influence du tassement se trouve amoindrie, mais non supprimée. Mais, comme on ignore complètement le degré de cette diminution, on ne s'exposera pas à de sérieux inconvénients en traitant ces lignes comme des nivellements simples dont l'incertitude moyenne est celle indiquée sous litt. a.

Les carrés des erreurs moyennes (δ^2) des lignes comprises dans la compensation, calculés d'après ces formules, se trouvent indiqués plus loin dans le tableau des équations de condition, tandis que les valeurs des quantités $k, \left(\frac{H}{100}\right)$ et k^2 sont empruntées aux tableaux précédents des pages 608 et 609.

C. Établissement des équations de condition.

Parmi les 74 lignes nivelées, il y en a 58 qui entrent dans le réseau du Nivellement, formé de 16 polygones contigus. Les lignes nivelées deux ou plusieurs fois se trouvent déjà indiquées dans les tableaux des pages 608 et 609. Les autres lignes forment les nivellements de jonction avec les pays voisins et avec les stations astronomiques, qui ont été rattachés au réseau par l'intermédiaire de ses points les plus rapprochés. Comme les résultats du nivellement double de la ligne Brienz-Glacier du Rhône s'écartent trop entre eux (de $399^{\text{mm}},5$), et que les polygones XI et XIII, formés avec la valeur moyenne de cette ligne, montraient des contradictions inadmissibles ($- 280^{\text{mm}},8$ et $+ 101^{\text{mm}},4$), on a renoncé à introduire cette ligne dans la compensation du réseau et on a réuni en un seul les polygones XI et XIII. Les indices qui s'y rapportent sont désignés par (11 + 13). Il n'y reste donc que 15 polygones pour la compensation.

Pour désigner les lignes, on leur a donné des numéros d'ordre allant de (1) à (58), comme on le verra plus loin par la liste des polygones. Le numéro (40), correspondant à la ligne Brienz \odot 47 — Glacier du Rhône \odot 32, ne s'y trouve pas pour les raisons qu'on vient d'exposer.

Nous donnons d'abord la liste des polygones du réseau. La première colonne contient les numéros d'ordre des lignes indiquées dans la deuxième colonne; la troisième désigne les repères terminaux de ces mêmes lignes. On doit comprendre ces indications, comme par exemple Morges-Ouchy, NF 15 — \odot 4, dans le sens algébrique.

La quatrième colonne fait voir combien de fois et dans quel sens chaque ligne a été nivelée. Nous désignons par les lettres

	<i>s</i>		les lignes nivelées une fois;
<i>dm</i>	«	«	deux fois dans le même sens;
<i>dr</i>	«	«	deux fois dans le sens inverse;
<i>t</i>	«	«	trois fois;
<i>q</i>	«	«	quatre fois.

La cinquième colonne donne la longueur des lignes en kilomètres.

La sixième contient les résultats des opérations; les signes attribués à ces différences de niveau sont ceux de la différence B-A, en admettant que le premier nivellement a été conduit du point A au point B. Les chiffres de cette colonne sont exprimés dans les valeurs provisoires des mires, d'après l'exposé du § XXXV. Ces différences de niveau reçoivent, par la compensation, la correction $+(1) + (2)...$, si la direction du premier nivellement coïncide avec celle de la fermeture du polygone, et la correction $-(1) - (2)...$, dans le cas contraire. Ces chiffres des corrections correspondent aux numéros d'ordre. Ajoutons encore que, pour l'établissement des équations de condition, les polygones ont été fermés dans le sens de gauche à droite, en d'autres termes dans le sens de la marche des aiguilles d'une montre, c'est-à-dire de l'Est, par le Sud, vers l'Ouest.

Les trois colonnes suivantes contiennent les indications sur les erreurs moyennes à craindre, savoir :

La septième colonne $(\pm \frac{d}{2})$, l'incertitude moyenne de la différence de niveau résultant de l'observation des nivellements doubles; ce n'est que pour les polygones IX, XIV et XVI qu'on peut en déduire les erreurs de clôture;

La huitième colonne $(\pm \delta)$ contient les erreurs moyennes des différences de niveau résultant du calcul;

La neuvième colonne contient les δ^2 , puisque dans la compensation on se sert de ceux-ci et non pas des poids $\frac{1}{\delta^2}$.

Ensuite, pour faciliter la vue d'ensemble du travail de compensation, nous ajoutons dès maintenant, dans les deux dernières colonnes, d'abord les corrections données par la compensation, puis les différences de niveau définitives obtenues en appliquant ces corrections. Les valeurs de cette dernière colonne doivent encore être réduites en unités métriques, d'après ce qui a été exposé dans le § XXXVIII.

Enfin, on a indiqué dans le tableau, pour chaque polygone I, II, III..., son erreur de clôture P, P_1, P_2, \dots .

Le périmètre de tout le réseau, qu'on peut désigner sous le nom de polygone de pourtour, sert d'abord au contrôle des sommes et ensuite il faut le faire entrer dans les considérations qui suivent, afin que l'influence des lignes extérieures aussi bien que celle des lignes intérieures du réseau se manifeste dans deux polygones.

N°	Lignes nivelées.	Repères.	Distance	Différence de niveau d'un repère à l'autre.	$\pm \frac{d}{2}$	$\pm \delta$	δ^2	Correction.	Différence de niveau corrigée.	
Polygone I.										
			km	m	mm	mm		mm	m	
+ (1)	Morges — Ouchy.....	NF 15 — ⊙ 4	dr	11,2	— 37,581 ₀	5,0	5,6	32	+ 3,38	— 37,577 ₆
— (2)	Lausanne — Morges....	NF 23 — NF 15	s	11,9	+ 166,471 ₅	.	10,4	108	+ 10,26	+ 166,481 ₇
+ (3)	Ouchy — Lausanne.....	⊙ 4 — NF 23	s	3,1	— 128,907 ₂	.	5,9	35	+ 3,06	— 128,904 ₁
				26,2	$P_1 = -16,7$		$\pm 13,2$	175	+ 16,70	0
Polygone II.										
+ (2)	Morges — Lausanne.....	NF 15 — NF 23	s	11,9	— 166,471 ₅	.	10,4	108	— 10,26	— 166,481 ₇
+ (4)	Neuchâtel gare — Morges	⊙ 3 — NF 15	s	76,5	+ 103,804 ₃	.	36,4	1321	+ 14,01	+ 103,818 ₃
+ (5)	Neuchâtel môle — Neuch. g.	NF 1 — ⊙ 3	dm	0,9	— 44,832 ₂	1,5	1,7	3	+ 0,42	— 44,832 ₂
+ (6)	St-Blaise — Neuchâtel môle	⊙ 3 — NF 1	dm	5,3	+ 1,529 ₉	0,5	3,8	14	+ 1,98	+ 1,531 ₁
+ (7)	Fribourg — St-Blaise....	NF 18 — ⊙ 3	s	38,0	+ 152,092 ₃	.	22,3	499	+ 10,86	+ 152,103 ₈
+ (8)	Lausanne — Fribourg....	NF 23 — NF 18	s	64,2	— 46,130 ₀	.	34,8	1213	— 9,40	— 46,139 ₄
				196,8	$P_2 = -7,6$		$\pm 56,2$	3158	+ 7,61	0
Polygone III.										
+ (9)	Pierrabot — Neuch. gare.	⊙ 51 — ⊙ 3	dm	2,2	+ 144,591 ₄	1,0	4,4	19	— 2,48	+ 144,588 ₆
+ (10)	Chaumont — Pierrabot...	NF 3 — ⊙ 51	dm	6,2	+ 547,632 ₃	0,5	15,4	237	+ 2,63	+ 547,635 ₁
+ (11)	Chuffort — Chaumont....	⊙ 17 — NF 3	s	8,5	+ 54,136 ₉	.	6,7	45	+ 0,50	+ 54,137 ₄
+ (12)	Pâquier — Chuffort.....	NF 5 — ⊙ 17	dm	3,6	— 328,228 ₉	19,5	9,3	87	+ 0,97	— 328,227 ₁
+ (13)	St-Imier — Pâquier.....	NF 6 — NF 5	s	9,3	— 86,270 ₄	.	7,6	57	— 4,92	— 86,275 ₃
— (14)	Sonceboz — St-Imier....	NF 22 — NF 6	dr	15,5	— 158,471 ₁	6,5	8,3	69	— 9,01	— 158,480 ₁
— (15)	Bienne — Sonceboz.....	NF 21 — NF 22	t	13,3	— 213,345 ₀	1,4	7,5	56	— 5,65	— 213,350 ₇
— (16)	St-Blaise — Bienne.....	⊙ 3 — NF 21	dm	25,8	— 3,305 ₅	0,6	14,2	202	— 2,13	— 3,329 ₀
— (6)	Neuchâtel môle — St-Blaise	NF 1 — ⊙ 3	dm	5,3	+ 1,529 ₉	0,5	3,8	14	— 1,98	+ 1,531 ₁
— (5)	Neuchâtel gare — Neuch. m.	⊙ 3 — NF 1	dm	0,9	+ 44,832 ₂	1,5	1,7	3	— 0,42	+ 44,832 ₂
				90,6	$P_3 = +44,5$		$\pm 28,1$	789	— 44,49	0
Polygone IV.										
— (17)	Dombresson — Pierrabot.	⊙ 43 — ⊙ 51	s	11,5	+ 115,868 ₂	.	9,1	83	— 8,08	+ 115,860 ₁
— (18)	Pâquier — Dombresson..	NF 5 — ⊙ 43	dm	4,7	+ 157,688 ₅	4,0	5,6	30	— 2,92	+ 157,685 ₆
— (12)	Chuffort — Pâquier.....	⊙ 17 — NF 5	dm	3,6	+ 328,228 ₉	19,5	9,3	87	— 0,97	+ 328,227 ₁
— (11)	Chaumont — Chuffort....	NF 3 — ⊙ 17	s	8,5	+ 54,136 ₉	.	6,7	45	+ 0,50	+ 54,137 ₄
— (10)	Pierrabot — Chaumont...	⊙ 51 — NF 3	dm	6,2	— 547,632 ₃	0,5	15,4	237	— 2,63	— 547,635 ₁
				34,5	$P_4 = +15,1$		$\pm 22,0$	482	— 15,10	0

N°	Lignes nivelées.	Repères.	Distance	Différence de niveau d'un repère à l'autre.	$\pm \frac{d}{2}$	$\pm \delta$	δ^2	Correction.	Différence de niveau corrigée.	
Polygone V.										
-(13)	Pâquier — St-Imier.	NF 5 — NF 6	s	9,3	+	86,270 ₅	mm	7,6	57 + 4,92 + 86,275 ₅	
+(18)	Dombresson — Pâquier ..	⊙ 43 — NF 5	dm	4,7	-	157,688 ₅	4,0	5,6	30 + 2,92 - 157,685 ₅	
+(17)	Pierrabot — Dombresson.	⊙ 51 — ⊙ 43	s	11,5	-	115,868 ₅	.	9,1	83 + 8,08 - 115,860 ₁	
-(19)	Chaux-de-Fon ^{as} — Pierrabot	NF 7 — ⊙ 51	s	19,7	+	364,959 ₅	.	18,6	345 - 15,30 + 364,944 ₂	
-(20)	St-Imier — Chaux-de-Fonds	NF 6 — NF 7	s	15,4	-	177,667 ₅	.	12,1	147 - 6,52 - 177,673 ₈	
				60,6	$P_5 = +5,9$			$\pm 25,7$	662 - 5,90	0
Polygone VI.										
-(7)	St-Blaise — Fribourg.	⊙ 3 — NF 18	s	38,0	-	152,092 ₈	.	22,3	499 - 10,86 - 152,103 ₆	
+(16)	Bienne — St-Blaise.	NF 21 — ⊙ 3	dm	25,8	+	3,305 ₅	0,6	14,2	202 + 24,13 + 3,329 ₅	
+(2)	Zollikofen — Bienne.	⊙ 15 — NF 21	dm	33,5	+	118,465 ₅	26,5	18,4	338 + 6,26 + 118,472 ₁	
+(22)	Berne — Zollikofen.	NF 26 — ⊙ 15	q	6,6	-	16,975 ₅	2,2	3,2	10 - 0,06 - 16,975 ₇	
-(23)	Fribourg — Berne.	NF 18 — NF 26	dm	31,5	+	47,280 ₆	5,5	17,1	294 - 8,68 + 47,277 ₅	
				135,4	$P_6 = -10,8$			$\pm 36,6$	1343 + 10,79	0
Polygone VII.										
-(21)	Bienne — Zollikofen.	NF 21 — ⊙ 15	dm	33,5	-	118,465 ₅	26,5	18,4	338 - 6,26 - 118,472 ₁	
+(15)	Sonceboz — Bienne.	NF 22 — NF 21	t	13,3	+	213,345 ₅	1,4	7,5	56 + 5,65 + 213,350 ₇	
+(24)	Bâle — Sonceboz.	NF 46 — NF 22	dr	75,6	-	373,362 ₇	27,6	30,4	923 - 27,39 - 373,390 ₁	
-(25)	Stein — Bâle.	NF 37 — NF 46	dr	29,6	+	17,618 ₅	6,5	12,3	150 - 4,45 + 17,614 ₀	
-(26)	Brugg — Stein.	NF 35 — NF 37	s	22,3	+	54,142 ₀	.	13,7	189 - 8,23 + 54,133 ₅	
-(27)	Aarbourg — Brugg.	⊙ 50 — NF 35	dm	36,4	+	61,054 ₅	3,4	19,6	385 - 26,60 + 61,027 ₅	
-(28)	Zollikofen — Aarbourg.	⊙ 15 — ⊙ 50	dm	59,2	+	145,759 ₅	14,3	31,3	977 - 23,64 + 145,735 ₈	
				269,9	$P_7 = +90,9$			$\pm 54,9$	3018 - 90,92	0
Polygone VIII.										
+(26)	Stein — Brugg.	NF 37 — NF 35	s	22,3	-	54,142 ₀	.	13,7	189 + 8,23 - 54,133 ₅	
-(29)	Steckborn — Stein.	NF132 — NF 37	s	107,5	+	106,029 ₆	.	56,7	3215 + 44,54 + 106,074 ₁	
-(30)	Zurich — Steckborn.	NF109 — NF132	dr	59,6	+	5,523 ₅	42,3	22,9	527 + 29,34 + 5,552 ₇	
+(31)	Brugg — Zurich.	NF 35 — NF109	dm	33,0	-	57,484 ₈	19,4	17,9	321 - 8,21 - 57,493 ₀	
				222,4	$P_8 = -73,9$			$\pm 65,2$	4252 + 73,90	0
Polygone IX.										
+(27)	Brugg — Aarbourg.	NF 35 — ⊙ 50	dm	36,4	-	61,054 ₅	3,4	19,6	385 + 26,60 - 61,027 ₅	
-(31)	Zurich — Brugg.	NF109 — NF 35	dm	33,0	+	57,484 ₈	19,4	17,9	321 + 8,21 + 57,493 ₀	
-(32)	Pfäffikon — Zurich.	NF104 — NF109	dr	33,0	+	7,540 ₀	7,5	13,5	181 + 14,70 + 7,554 ₇	
-(33)	Schwyz — Pfäffikon.	NF 10 — NF104	t	29,3	+	112,934 ₈	15,9	11,9	141 + 8,26 + 112,943 ₁	
+(34)	Meggen — Schwyz.	⊙ 29 — ⊙ 10	dm	26,7	-	58,774 ₅	22,2	14,7	218 + 4,59 - 58,769 ₅	
-(35)	Lucerne — Meggen.	NF 51 — ⊙ 29	dr	7,8	-	24,213 ₅	7,6	4,3	19 + 0,40 - 24,213 ₁	
-(36)	Aarbourg — Lucerne.	⊙ 50 — NF 51	dm	48,9	-	34,009 ₅	11,5	25,9	669 + 30,04 - 33,979 ₅	
				215,1	$P_9 = -92,8$		$\pm 37,2$	$\pm 44,0$	1934 + 92,80	0

N°	Lignes nivelées.	Repères.	Distance	Différence de niveau d'un repère à l'autre.	$\pm \frac{d}{m}$	$\pm \delta$	δ^2	Correction.	Différence de niveau corrigée.
Polygone X.									
-(22)	Zollikofen — Berne.....	⊙ 15 — NF 26	q	6,6 + 16,975 ₆	2,2	3,2	10	+ 0,06	+ 16,975 ₇
+(28)	Aarbourg — Zollikofen...	⊙ 50 — ⊙ 15	dm	59,2 — 145,759 ₄	14,3	31,3	977	+23,64	+ 145,735 ₈
+(36)	Lucerne — Aarbourg....	NF 51 — ⊙ 50	dm	48,9 + 34,009 ₉	11,5	25,9	669	-30,04	+ 33,979 ₉
-(37)	Brienz ⊙ — Lucerne.....	⊙ 47 — NF 51	s	51,5 + 128,329 ₁	.	28,8	830	-19,78	+ 128,309 ₃
-(38)	Brienz — Brienz ⊙.....	NF187 — ⊙ 47	dr	4,8 — 7,539 ₁	0,9	3,1	9	- 0,21	- 7,539 ₃
-(39)	Berne — Brienz.....	NF 26 — NF187	s	74,8 — 23,951 ₄	.	40,1	1610	-38,37	- 23,989 ₉
				245,8	$P_{10} = +64,7$	$\pm 64,1$	4105	-64,70	0
Polygone XI + XIII.									
-(3)	Lausanne — Ouchy.....	NF 23 — ⊙ 4	s	3,1 + 128,907 ₉	.	5,9	35	- 3,06	+ 128,904 ₁
-(8)	Fribourg — Lausanne...	NF 18 — NF 23	s	64,2 + 46,130 ₀	.	34,8	1213	+ 9,40	+ 46,139 ₄
+(23)	Berne — Fribourg.....	NF 26 — NF 18	dm	31,5 — 47,286 ₆	5,5	17,1	294	+ 8,68	+ 47,277 ₉
+(39)	Brienz — Berne.....	NF187 — NF 26	s	74,8 + 23,951 ₄	.	40,1	1610	+38,37	+ 23,989 ₉
+(38)	Brienz ⊙ — Brienz.....	⊙ 47 — NF187	dr	4,8 + 7,539 ₁	0,9	3,1	9	+ 0,21	+ 7,539 ₃
+(37)	Lucerne — Brienz ⊙....	NF 51 — ⊙ 47	s	51,5 — 128,329 ₁	.	28,8	830	+19,78	- 128,309 ₃
+(35)	Meggen — Lucerne.....	⊙ 29 — NF 51	dr	7,8 + 24,213 ₅	7,6	4,3	19	- 0,40	+ 24,213 ₃
-(34)	Schwyz — Meggen.....	⊙ 10 — ⊙ 29	dm	26,7 + 58,774 ₅	22,2	14,7	218	- 4,59	+ 58,769 ₉
-(46)	Amsteg — Schwyz.....	NF 66 — ⊙ 10	dm	34,8 — 9,879 ₅	25,4	18,8	352	+13,21	- 9,866 ₆
-(47)	Andermatt — Amsteg....	NF 53 — NF 66	dr	22,5 + 921,347 ₃	1,1	26,7	713	+26,75	+ 921,374 ₀
+(48)	Hospenthal — Andermatt.	NF 54 — NF 53	dm	1,4 + 19,229 ₀	2,0	1,6	3	+ 0,06	+ 19,229 ₃
+(43)	Gl du Rhône — Hospenthal	⊙ 32 — NF 51	s	28,3 + 298,110 ₉	.	20,2	407	+ 3,04	+ 298,113 ₉
+(41)	Brigue — Glacier du Rhône	NF 84 — ⊙ 32	dr	48,8 — 1077,051 ₅	72,6	34,8	1213	- 9,05	+ 1077,042 ₁
-(42)	Ouchy — Brigue.....	⊙ 4 — NF 84	dr	153,1 — 267,835 ₆	93,9	56,6	3209	+58,90	- 267,776 ₁
				553,3	$P_{11+13} = -179,4$	$\pm 100,6$	10125	+179,40	0
Polygone XII.									
-(41)	Glacier du Rhône — Brigue	⊙ 32 — NF 84	dr	48,8 + 1077,051 ₅	72,6	34,8	1213	- 9,05	+ 1077,042 ₁
-(43)	Hospenthal — Gl du Rhône	NF 54 — ⊙ 32	s	28,3 — 298,110 ₉	.	20,2	407	- 3,04	- 298,113 ₉
+(44)	Bellinzona — Hospenthal.	NF 93 — NF 54	dm	81,8 — 1232,111 ₀	50,9	53,9	2902	+31,62	- 1232,079 ₉
-(45)	Brigue — Bellinzona....	NF 84 — NF 93	dr	144,9 + 453,118 ₃	10,8	54,7	2988	+32,56	+ 453,150 ₉
				303,8	$P_{12} = -52,1$	$\pm 86,7$	7510	+52,09	0
Polygone XIV.									
+(32)	Zurich — Pfäffikon.....	NF109 — NF104	dr	33,0 — 7,540 ₀	7,5	13,5	181	-14,70	- 7,554 ₁
+(30)	Steckborn — Zurich.....	NF132 — NF109	dr	59,6 — 5,523 ₃	42,3	22,9	527	-29,34	- 5,532 ₇
+(49)	Constance — Steckborn..	NF134 — NF132	dr	15,9 + 2,045 ₀	2,9	7,3	53	- 2,22	+ 2,042 ₈
+(50)	Rheineck — Constance...	NF140 — NF134	dr	45,1 — 5,066 ₃	34,6	17,8	316	-13,21	- 5,079 ₉
+(51)	Sargans — Rheineck....	NF147 — NF140	dr	62,6 + 107,073 ₂	22,8	24,2	586	-24,50	+ 107,048 ₁
+(52)	Pfäffikon — Sargans....	NF104 — NF147	dr	58,9 — 90,892 ₃	58,9	22,9	522	-11,83	- 90,904 ₆
				275,1	$P_{14} = +95,8$	$\pm 83,9$	2185	-95,80	0

N°	Lignes nivelées.	Repères.	Distance.	Différence de niveau d'un repère à l'autre.	$\pm \frac{d}{2}$	$\pm \delta$	δ^2	Correction.	Différence de niveau corrigée.
Polygone XV.									
+ (47)	Amsteg — Andermatt....	NF 66 — NF 53	dr	22,5 — 921,347 ₃	1,1	26,7	713	-26,75	- 921,374 ₃
+ (46)	Schwyz — Amsteg	⊙ 10 — NF 66	dm	34,8 + 9,879 ₃	25,4	18,8	352	-13,21	+ 9,866 ₃
+ (33)	Pfäffikon — Schwyz	NF104 — ⊙ 10	t	29,3 — 112,931 ₃	15,9	11,9	141	- 8,26	- 112,943 ₃
- (52)	Sargans — Pfäffikon	NF147 — NF104	dr	58,9 + 90,892 ₃	58,9	22,9	522	+11,83	+ 90,904 ₃
+ (53)	Landquart — Sargans	NF208 — NF147	dr	14,8 + 16,581 ₂	11,3	6,9	48	- 0,92	+ 16,580 ₃
+ (54)	Reichenau — Landquart... Flims — Reichenau	NF200 — NF208 NF201 — NF200	dr s ¹	25,0 + 76,360 ₂ 11,3 + 480,121 ₇	18,1 .	10,8 .	116	- 1,05	+ 76,359 ₁
+ (55)	Ilanz — Flims..... Trons — Ilanz..... Dissentis — Trons..... Andermatt — Dissentis...	NF202 — NF201 NF203 — NF202 NF204 — NF203 NF 53 — NF204	s s ¹ s s ¹	11,4 — 378,431 ₁ 18,3 + 160,095 ₃ 12,0 + 284,812 ₃ 31,6 + 294,040 ₇	41,2 . . .	1694	-32,45	+ 840,606 ₃
				269,9 P ₁₅ = +70,8	mm	± 59,9	3586	-70,81	0
Polygone XVI.									
- (54)	Landquart — Reichenau..	NF208 — NF200	dr	25,0 — 76,360 ₂	18,1	10,8	116	+ 1,05	- 76,359 ₁
+ (56)	Süs — Landquart.....	NF217 — NF208	dr	69,9 + 899,207 ₀	26,4	36,0	1299	-13,07	+ 899,193 ₃
- (57)	Chiavenna — Süs.....	LPXX — NF217	dr	87,4 — 1101,915 ₇	9,0	44,3	1965	-19,77	- 1101,935 ₃
- (58)	Reichenau — Chiavenna..	NF200 — LPXX	dr	78,9 + 279,110 ₂	33,7	30,8	946	- 9,52	+ 279,100 ₇
				261,2 P ₁₆ = +41,3	mm	± 47,3	4326	-41,31	0
Polygone de pourtour.									
+ (1)	Morges — Ouchy.....	NF 15 — ⊙ 4	dr	11,2 — 37,581 ₀	5,0	5,6	32	+ 3,38	- 37,577 ₆
+ (4)	Neuchâtel gare — Morges	⊙ 3 — NF 15	s	76,5 + 103,804 ₃	.	36,4	1321	+14,01	+ 103,818 ₃
+ (9)	Pierrabot — Neuchâtel gare	⊙ 51 — ⊙ 3	dm	2,2 + 144,591 ₁	1,0	4,4	19	- 2,48	+ 144,588 ₃
- (19)	Ch.-de-Fonds — Pierrabot	NF 7 — ⊙ 51	s	19,7 + 364,959 ₃	.	18,6	345	-15,30	+ 364,944 ₂
- (20)	St-Imier — Chaux-de-Fonds	NF 6 — NF 7	s	15,4 — 177,667 ₃	.	12,1	147	- 6,52	- 177,673 ₃
- (14)	Sonceboz — St-Imier....	NF 22 — NF 6	dr	15,5 — 158,471 ₁	6,5	8,3	69	- 9,01	- 158,480 ₁
+ (24)	Bâle — Sonceboz.....	NF 46 — NF 22	dr	75,6 — 373,362 ₇	27,6	30,4	923	-27,39	- 373,390 ₁
- (25)	Stein — Bâle.....	NF 37 — NF 46	dr	29,6 + 17,618 ₅	6,5	12,3	150	- 4,45	+ 17,614 ₀
- (29)	Steckborn — Stein.....	NF132 — NF 37	s	107,5 + 106,029 ₆	.	56,7	3215	+44,54	+ 106,074 ₁
+ (49)	Constance — Steckborn..	NF134 — NF132	dr	15,9 + 2,045 ₁	2,9	7,3	53	- 2,22	+ 2,042 ₂
+ (50)	Rheineck — Constance...	NF140 — NF134	dr	45,1 — 5,066 ₃	34,6	17,8	316	-13,21	- 5,079 ₃
+ (51)	Sargans — Rheineck....	NF147 — NF140	dr	62,6 + 107,073 ₂	22,8	24,2	586	-24,50	+ 107,048 ₃
+ (53)	Landquart — Sargans...	NF208 — NF147	dr	14,8 + 16,581 ₂	11,3	6,9	48	- 0,92	+ 16,580 ₃
+ (56)	Süs — Landquart.....	NF217 — NF208	dr	69,9 + 899,207 ₀	26,4	36,0	1299	-13,07	+ 899,193 ₃
- (57)	Chiavenna — Süs.....	LPXX — NF217	dr	87,4 — 1101,915 ₇	9,0	44,3	1965	-19,77	- 1101,935 ₃
- (58)	Reichenau — Chiavenna..	NF200 — LPXX	dr	78,9 + 279,110 ₂	33,7	30,8	946	- 9,52	+ 279,100 ₇
+ (55)	Andermatt — Reichenau .	NF 53 — NF200	s	84,6 + 840,639 ₂	.	41,2	1694	-32,45	+ 840,606 ₃
+ (48)	Hospenthal — Andermatt.	NF 54 — NF 53	dm	1,4 + 19,229 ₀	2,0	1,6	3	+ 0,06	+ 19,229 ₁
+ (44)	Bellinzona — Hospenthal .	NF 93 — NF 54	dm	81,8 — 1232,111 ₀	50,9	53,9	2902	+31,62	-1232,079 ₁
- (45)	Brigue — Bellinzona.....	NF 84 — NF 93	dr	144,9 + 453,118 ₃	10,8	54,7	2988	+32,56	+ 453,150 ₃
- (42)	Ouchy — Brigue.....	⊙ 4 — NF 84	dr	153,1 — 267,835 ₈	93,9	56,6	3209	+58,90	- 267,776 ₁
				4193,6 P ₂ = -4,3	mm	± 149,0	22230	+ 4,26	0

* L'opération a été exécutée en sens inverse de celui dans lequel la différence de niveau est indiquée.

D. Comparaison des erreurs de clôture observées et calculées.

Polygone No	Longueur des lignes nivelées.	Différences de niveau parcourues.	Erreurs de clôture	
			observées. P	calculées. $\sqrt{\delta^2}$
	km	m	mm	mm
I	26,2	166	— 16,7	± 13,2
II	196,8	257	— 7,6	56,2
III	90,6	791	+ 44,5	28,1
IV	34,5	602	+ 15,1	22,0
V	60,6	451	+ 5,9	25,7
VI	135,4	169	— 10,8	36,6
VII	269,9	492	+ 90,9	54,9
VIII	222,4	112	— 73,9	65,2
IX	215,1	178	— 92,8	44,0
X	245,8	179	+ 64,7	64,1
XI+XIII	553,3	1530	— 179,4	100,6
XII	303,8	1530	— 52,1	86,7
XIV	275,1	109	+ 95,8	46,7
XV	269,9	1413	+ 70,8	59,9
XVI	261,2	1178	+ 41,3	65,8
U	1193,6	3354	— 4,3	149,0
Total . .	4354,2	12511	866,6	918,7

Il est naturel que les erreurs de clôture calculées diffèrent un peu des erreurs observées. Ensuite, le fait qu'on remarque que certains polygones, comme par exemple II et U, montrent des erreurs de clôture très faibles, tandis que d'autres, comme les polygones IX, XI + XIII, XIV, des erreurs de clôture assez fortes, nous a engagés à ne pas juger de l'exactitude des lignes simplement d'après l'accord de leur double mesure ou d'après la grandeur de l'erreur de clôture, mais plutôt à déduire une loi d'erreur de l'ensemble de toutes ces différences. On peut donc s'attendre à voir les erreurs moyennes des observations et des calculs s'accorder d'assez près. Ainsi, les sommes des valeurs absolues

des erreurs de clôture observées $866,6^{\text{mm}}$
 « « calculées $918,7$

donnent, pour la moyenne de l'erreur de clôture d'un polygone :

observée $\pm 54,2^{\text{mm}}$
 calculée $\pm 57,2$

Puis, les carrés des sommes des erreurs observées (80031) et des erreurs calculées (69880) donnent pour l'erreur moyenne de clôture d'un polygone :

$$\begin{array}{l} \text{par l'observation} \quad \pm 70,7^{\text{mm}} \\ \text{par le calcul} \quad \quad \pm 66,1 \end{array}$$

Comme la longueur moyenne d'une ligne de réseau est de $38,2^{\text{km}}$, on obtient pour la moyenne de l'erreur d'une ligne :

$$\begin{array}{l} \pm 27,8^{\text{mm}} \text{ d'après les erreurs de clôture observées} \\ \pm 22,9 \quad \quad \quad \ll \quad \quad \quad \ll \quad \quad \quad \text{calculées,} \end{array}$$

ou bien, pour l'erreur moyenne d'une ligne :

$$\begin{array}{l} \pm 26,5^{\text{mm}} \text{ d'après l'observation} \\ \pm 24,8 \quad \quad \quad \ll \quad \quad \quad \text{le calcul.} \end{array}$$

La somme de toutes les différences de niveau parcourues en montant et en descendant est de 25000 mètres environ. Si l'on attribue les erreurs de clôture aux variations des mires, on obtient pour ces variations les valeurs

$$\begin{array}{l} \pm 0,035^{\text{mm}} \text{ par } 1^{\text{m}} \text{ de mire, d'après l'observation} \\ \pm 0,037 \quad \quad \quad \ll \quad \quad \quad \ll \quad \quad \quad \text{le calcul,} \end{array}$$

ce qui s'accorde très bien avec la valeur

$$y = \pm 0,038^{\text{mm}}$$

que nous avons déduite des différences de nivellement.

E. Compensation du réseau.

Après ces explications préalables, nous pouvons maintenant établir les équations de condition dans lesquelles les corrections à déterminer, ainsi que les termes numériques, sont exprimés en millimètres.

Équations de condition.

$$\begin{aligned}
\text{I.} & + (1) - (2) + (3) - 16,7 = 0 \\
\text{II.} & + (2) + (4) + (5) + (6) + (7) + (8) - 7,6 = 0 \\
\text{III.} & - (5) - (6) + (9) + (10) + (11) + (12) + (13) - (14) - (15) - (16) \\
& \quad + 44,5 = 0 \\
\text{IV.} & - (10) - (11) - (12) - (17) - (18) + 15,1 = 0 \\
\text{V.} & - (13) + (17) + (18) - (19) - (20) + 5,9 = 0 \\
\text{VI.} & - (7) + (16) + (21) + (22) - (23) - 10,8 = 0 \\
\text{VII.} & + (15) - (21) + (24) - (25) - (26) - (27) - (28) + 90,9 = 0 \\
\text{VIII.} & + (26) - (29) - (30) + (31) - 73,9 = 0 \\
\text{IX.} & + (27) - (34) - (32) - (33) + (34) - (35) - (36) - 92,8 = 0 \\
\text{X.} & - (22) + (28) + (36) - (37) - (38) - (39) + 64,7 = 0 \\
\text{XI + XIII.} & - (3) - (8) + (23) - (34) + (35) + (37) + (38) + (39) + (41) - (42) \\
& \quad + (43) - (46) - (47) + (48) - 179,4 = 0 \\
\text{XII.} & - (41) - (43) + (44) - (45) - 52,1 = 0 \\
\text{XIV.} & + (30) + (32) + (49) + (50) + (51) + (52) + 93,8 = 0 \\
\text{XV.} & + (33) + (46) + (47) - (52) + (53) + (54) + (55) + 70,8 = 0 \\
\text{XVI.} & - (54) + (56) - (57) - (58) + 41,3 = 0
\end{aligned}$$

En additionnant toutes ces équations, on obtient pour le polygone du périmètre:

$$\begin{aligned}
\text{U.} & + (1) + (4) + (9) - (14) - (19) - (20) + (24) - (25) - (29) - (42) + (44) - (45) \\
& \quad + (48) + (49) + (50) + (51) + (53) + (55) + (56) - (57) - (58) - 4,3 = 0
\end{aligned}$$

Ces équations ont la forme générale suivante :

$$\left. \begin{aligned}
p_1 (1) + p_2 (2) + p_3 (3) + \dots + P_1 &= 0 \\
q_1 (1) + q_2 (2) + q_3 (3) + \dots + P_2 &= 0 \\
r_1 (1) + r_2 (2) + r_3 (3) + \dots + P_3 &= 0
\end{aligned} \right\} (1)$$

etc.

Les (1), (2), (3)... représentent les erreurs d'observations indépendantes, par conséquent la somme des carrés de ces erreurs, multipliée par leurs poids, doit devenir minimum; on a donc :

$$\frac{(1)^2}{\delta_1^2} + \frac{(2)^2}{\delta_2^2} + \frac{(3)^2}{\delta_3^2} + \dots = \text{minimum} \quad (2)$$

Si l'on multiplie chacune des équations de condition par les coefficients $2C_1, 2C_2, 2C_3, \dots$ et qu'on les retranche ensuite de l'équation (2), on

obtient des équations dont le membre de gauche, réduit au minimum, fournit les corrections cherchées (1), (2), (3)...

Par différentiation, on trouve les *équations d'erreur* :

$$\left. \begin{aligned} (1) &= \delta_1^2 (p_1 C_1 + q_1 C_2 + r_1 C_3 + \dots) \\ (2) &= \delta_2^2 (p_2 C_1 + q_2 C_2 + r_2 C_3 + \dots) \\ (3) &= \delta_3^2 (p_3 C_1 + q_3 C_2 + r_3 C_3 + \dots) \end{aligned} \right\} (3)$$

etc.

En tirant de ces équations (3) les valeurs de (1), (2), (3), et en introduisant ces dernières dans les équations (1) on obtient les *équations normales* :

$$\begin{vmatrix} \delta_1^2 p_1 p_1 \\ \delta_2^2 p_2 p_2 \\ \delta_3^2 p_3 p_3 \\ \vdots \\ \vdots \end{vmatrix} C_1 + \begin{vmatrix} \delta_1^2 p_1 q_1 \\ \delta_2^2 p_2 q_2 \\ \delta_3^2 p_3 q_3 \\ \vdots \\ \vdots \end{vmatrix} C_2 + \begin{vmatrix} \delta_1^2 p_1 r_1 \\ \delta_2^2 p_2 r_2 \\ \delta_3^2 p_3 r_3 \\ \vdots \\ \vdots \end{vmatrix} C_3 + \dots + P_1 = 0$$

Puisque les coefficients p, q, r, \dots des équations de condition sont, ou 0, ou + 1, ou - 1, la formation des coefficients des équations normales revient à une simple addition des δ^2 , en tenant compte des signes.

La résolution de ces équations a été faite au moyen de la méthode d'élimination de Gauss, qui fournit d'abord les « équations normales réduites, » puis les « équations finales, » dont les coefficients en logarithmes se trouvent à la page 628.

Les corrections ainsi trouvées ont été appliquées aux différences de niveau mesurées, ce qui a fourni les valeurs définitives que nous avons déjà résumées dans le tableau des pages 619 à 622.

Parmi les 57 corrections qui représentent autant d'erreurs probables, il y en a 32 de positives et 25 de négatives, ce qui, vu le petit nombre des corrections et la grande différence des poids, peut être envisagé comme satisfaisant, puisque ces chiffres ne diffèrent pas sensiblement de la moitié du nombre total des erreurs.

Equations normales.

	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	C ₁₁₊₁₃	C ₁₂	C ₁₄	C ₁₅	C ₁₆	+ P = 0
1	+175	- 108	- 35	mm -16,7
2	-108	+3158	- 17	.	.	- 499	-1213	- 7,6
3	.	- 17	+789	-369	- 57	- 202	- 56	+44,5
4	.	.	-369	+482	-113	+15,1
5	.	.	- 57	-113	+662	+ 5,9
6	.	- 499	-202	.	.	+1343	- 338	.	.	- 10	- 294	-10,8
7	.	.	- 56	.	.	- 338	+3018	- 189	- 385	- 977	+90,9
8	- 489	+4252	- 321	.	.	.	- 527	.	.	-73,9
9	- 385	- 321	+1934	- 669	- 237	.	- 181	- 141	.	-92,8
10	- 10	- 977	.	- 669	+4105	-2449	+64,7
11+13	- 33	-1213	.	.	.	- 294	.	.	- 237	-2449	+10125	-1620	.	-1065	.	-179,4
12	-1620	+7510	.	.	.	-52,1
14	- 527	- 181	.	.	.	+2185	- 522	.	+95,8
15	- 141	.	-1065	.	- 522	+3586	-116	+70,8
16	- 116	+4326	+41,3
	+ 32	+1321	+ 88	0	+492	0	+1073	+3215	0	0	+3212	+5890	+ 955	+1742	+4210	- 4,3

La résolution donne les valeurs suivantes :

$$\begin{array}{ll}
 C_1 = + 0,10565 & C_9 = + 0,03942 \\
 C_2 = + 0,01061 & C_{10} = - 0,00548 \\
 C_3 = - 0,13062 & C_{11+13} = + 0,01836 \\
 C_4 = - 0,14173 & C_{12} = + 0,01090 \\
 C_5 = - 0,04435 & C_{14} = - 0,04181 \\
 C_6 = - 0,01116 & C_{15} = - 0,01916 \\
 C_7 = - 0,02967 & C_{16} = - 0,01006 \\
 C_8 = + 0,01385 &
 \end{array}$$

En substituant ces valeurs dans les équations d'erreurs, on obtient les corrections des différences de niveau des lignes du réseau :

(1) = + 3,38 ^{mm}	(20) = + 6,52 ^{mm}	(39) = + 38,37 ^{mm}
(2) = - 10,26	(21) = + 6,26	(41) = + 9,05
(3) = + 3,06	(22) = - 0,06	(42) = - 58,90
(4) = + 14,01	(23) = + 8,68	(43) = + 3,04
(5) = + 0,42	(24) = - 27,39	(44) = + 31,62
(6) = + 1,98	(25) = + 4,45	(45) = - 32,56
(7) = + 10,86	(26) = + 8,23	(46) = - 13,21
(8) = - 9,40	(27) = + 26,60	(47) = - 26,75
(9) = - 2,48	(28) = + 23,64	(48) = + 0,06
(10) = + 2,63	(29) = - 44,54	(49) = - 2,22
(11) = + 0,50	(30) = - 29,34	(50) = - 13,21
(12) = + 0,97	(31) = - 8,21	(51) = - 24,50
(13) = - 4,92	(32) = - 14,70	(52) = - 11,83
(14) = + 9,01	(33) = - 8,26	(53) = - 0,92
(15) = + 5,65	(34) = + 4,59	(54) = - 1,05
(16) = + 24,13	(35) = - 0,40	(55) = - 32,45
(17) = + 8,08	(36) = - 30,04	(56) = - 13,07
(18) = + 2,92	(37) = + 19,78	(57) = + 19,77
(19) = + 15,30	(38) = + 0,21	(58) = + 9,52

§ XLI.

Etude des erreurs des hauteurs compensées.

Erreur moyenne de l'unité de poids.

La somme des carrés des erreurs, multipliés par leurs poids, résulte d'une manière identique par les procédés suivants :

$$\begin{array}{l}
 \text{par la résolution des équations normales} \\
 \text{par les équations normales réduites et les équations finales} \\
 \text{par les corrections}
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 (CP) = 27,311 \\
 \frac{Px^2}{n \cdot \sigma_x} = 27,313 \\
 \left(\frac{v\bar{v}}{\bar{\sigma}^2} \right) = 27,314
 \end{array} \right.$$

Puisque le nombre des lignes mesurées en excès est de 15, égal au nombre des équations de condition, on obtient pour l'erreur moyenne de l'unité de poids :

$$\mu = \sqrt{\frac{27,31}{15}} = 1,35^{\text{mm}}$$

Une différence de niveau quelconque peut être représentée comme fonction des corrections de lignes dans la forme suivante :

$$dH = (1) + (2) + (3) \dots \quad 1)$$

où les différences de hauteur correspondant aux (1), (2), (3) comportent les erreurs moyennes $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots$.

Pour les différences de hauteur non compensées, le carré d'erreurs moyen devient :

$$m_s^2 = (HH)_s = \delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 + \dots \quad 2)$$

valeur qui diminue, par suite de la compensation, de la quantité :

$$m_N^2 = (III)_N = (af)r_1 + (bf)r_2 + (cf)r_3 + \dots \quad 3)$$

Les coefficients (.f) s'obtiennent par l'expression

$$H = (af)C_1 + (bf)C_2 + (cf)C_3 + \dots \quad 4)$$

si l'on remplace les (1), (2), (3) de l'expression 1) par les nombres de la compensation ¹.

Les r_1, r_2, r_3, \dots de l'expression 3) sont les valeurs que l'on obtient si, dans les équations normales, on remplace les P_1, P_2, P_3, \dots par les coefficients correspondants (.f) de l'expression 4).

On trouve ces inconnues par les équations de poids correspondant aux équations normales, dans la forme :

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= (\alpha\alpha) (af) + (\alpha\beta) (bf) + (\alpha\gamma) (cf) + \dots \\ r_2 &= (\alpha\beta) (af) + (\beta\beta) (bf) + (\beta\gamma) (cf) + \dots \\ r_3 &= (\alpha\gamma) (af) + (\beta\gamma) (bf) + (\gamma\gamma) (cf) + \dots \\ &\text{etc.} \end{aligned} \right\} \quad 5)$$

¹ Voir le *Schweizerische Dreiecksnetz*, Band II, p. IX-XIV.

Si l'on introduit ces valeurs dans l'expression 3), on obtient :

$$\begin{aligned}
 m^2_N = & (af) [(aa) (af) + (\alpha\beta) (bf) + (\alpha\gamma) (cf) + \dots] + \\
 & + (bf) [(\alpha\beta) (af) + (\beta\beta) (bf) + (\beta\gamma) (cf) + \dots] + \\
 & + (cf) [(\alpha\gamma) (af) + (\beta\gamma) (bf) + (\gamma\gamma) (bf) + \dots] + \\
 & + \text{etc.}
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

de la forme bien connue pour les compensations de réseau.

Finalement on obtient :

$$M_{II} = \pm \mu \sqrt{m^2_S - m^2_N}
 \tag{7}$$

où μ est l'erreur moyenne de l'unité de poids.

On verra clairement, par le tableau suivant des équations de poids, que ce sont seulement les polygones contigus qui exercent une influence.

Equations de poids.

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11+13}	P_{12}	P_{14}	P_{15}	P_{16}
$C_1 = 0,00$	5884	0252	0068	0057	0016	0132	0041	0007	0044	0063	0075	0016	0011	0026	0001
$C_2 =$.252	.385	.100	.80	.22	.187	.50	.6	.46	.64	.73	.16	.12	.26	.1
$C_3 =$.68	.100	2309	1895	.522	.425	.119	.11	.56	.64	.45	.10	.12	.17	...
$C_4 =$.57	.80	1895	3707	.795	.317	.98	.9	.46	.53	.36	.7	.10	.14	...
$C_5 =$.16	.22	.522	.795	1690	.95	.27	.1	.12	.15	.11	.2	.3	.4	...
$C_6 =$.132	.187	.425	.317	.95	.936	.156	.16	.84	.102	.83	.18	.18	.31	.1
$C_7 =$.41	.50	.119	.98	.27	.156	.425	.33	.157	.163	.59	.13	.28	.28	.1
$C_8 =$.7	.6	.11	.9	.1	.16	.35	.251	.64	.27	.11	.3	.69	.16	...
$C_9 =$.44	.46	.56	.46	.12	.84	.157	.64	.647	.191	.78	.17	.84	.61	.2
$C_{10} =$.63	.64	.64	.53	.15	.102	.163	.27	.191	.383	.117	.25	.34	.47	.1
$C_{11+13} =$.75	.73	.45	.36	.11	.83	.59	.11	.78	.117	.151	.33	.22	.51	.1
$C_{12} =$.16	.16	.10	.7	.2	.18	.13	.3	.17	.25	.33	.140	.5	.11	...
$C_{14} =$.11	.12	.12	.10	.3	.18	.28	.69	.84	.34	.22	.5	.501	.82	.3
$C_{15} =$.26	.26	.17	.14	.4	.31	.28	.16	.61	.47	.51	.11	.82	.308	.8
$C_{16} =$.1	.11	.12	.1	.13	.8	.231

Erreurs moyennes des hauteurs de lignes compensées.

1) Erreurs des lignes formant le périmètre du réseau.

Ces erreurs ne dépendent que d'un terme et comme la correction est toujours $(x) = \delta_x \cdot C$, on a

$$m_x = \pm \mu \cdot \sqrt{\delta_x^2 - \delta_x^2 \cdot (\alpha\alpha) \delta_x^2} = \pm \mu \delta_x \sqrt{1 - (\alpha\alpha) \delta_x^2}$$

2) Erreurs des lignes situées à l'intérieur du réseau.

Ces erreurs dépendent toujours de deux termes, de la forme

$$(x) = \delta_x^2 (C_y - C_x) = (+ \delta_x^2) C_y + (- \delta_x^2) C_x$$

Ici on a $m_S = \delta_x^2$

$$\begin{aligned} m_x = (fy) &= + \delta_x^2 [(\alpha\alpha) \delta_x^2 - (\alpha\beta) \delta_x^2] \\ &\quad - \delta_x^2 [(\alpha\beta) \delta_x^2 - (\beta\beta) \delta_x^2] \\ &= \delta_x^4 [(\alpha\alpha) - 2(\alpha\beta) + (\beta\beta)] = \delta_x^4 F \end{aligned}$$

donc $m_x = \pm \mu \delta_x \sqrt{1 - F \delta_x^2}$.

Le facteur $\sqrt{1 - F \delta_x^2}$ représente l'effet favorable de la compensation du réseau, pour autant qu'il dépend des relations purement géométriques des lignes. Mais cette influence favorable sera souvent sensiblement atténuée par le facteur μ , c'est-à-dire par l'erreur moyenne de l'unité de poids, qui représente les contradictions non expliquées du réseau. Le calcul de la quantité $\mu \sqrt{1 - F \delta_x^2}$ fera reconnaître quelles lignes ont gagné et quelles lignes ont perdu par la compensation du réseau.

Voici le tableau des

Erreurs moyennes des hauteurs de toutes les lignes compensées.

N	F	δ^2	F δ^2	1-F δ^2	$\sqrt{1-F\delta^2}$	$\mu \sqrt{\dots}$	m_e
1	0,00588	32	0,188	0,812	0,90	1,21	\pm 6,8
2	578	108	624	0,376	0,61	0,82	8,5
3	589	35	206	0,794	0,89	1,20	7,0
4	39	1321	515	0,485	0,70	0,95	34,6
5	249	3	7	0,993	0,99	1,34	2,3
6	249	14	35	0,965	0,98	1,32	5,0
7	95	499	474	0,526	0,73	0,99	22,1
8	39	1212	472	0,528	0,73	0,99	34,5
9	231	19	44	0,956	0,98	1,32	5,8
10	223	237	529	0,471	0,68	0,92	14,2
11	223	45	100	0,900	0,95	1,28	8,6
12	223	87	194	0,806	0,90	1,22	11,3
13	206	57	167	0,833	0,91	1,23	9,3
14	231	69	159	0,841	0,92	1,24	10,3
15	250	56	140	0,860	0,93	1,26	9,5
16	240	202	484	0,516	0,72	0,97	13,8
17	381	83	316	0,684	0,83	1,12	10,2
18	381	30	114	0,886	0,94	1,27	7,1
19	169	345	583	0,417	0,65	0,88	16,4
20	169	147	248	0,752	0,87	1,17	14,2
21	105	338	353	0,645	0,80	1,08	19,9
22*	112	10	11	0,989	0,99	1,34	4,3
23	92	294	270	0,730	0,85	1,15	19,7
24	43	923	397	0,603	0,78	1,05	31,9
25	43	150	60	0,940	0,97	1,31	16,1
26	61	189	115	0,885	0,94	1,27	17,4
27	76	385	293	0,707	0,84	1,13	22,1
28	48	977	469	0,531	0,73	0,99	31,0
29	25	3215	804	0,196	0,44	0,59	33,5
30	61	527	321	0,679	0,82	1,11	25,4
31	77	321	247	0,753	0,87	1,17	20,9
32	98	181	177	0,823	0,91	1,23	16,6
33	83	141	117	0,883	0,94	1,27	15,1
34	64	218	140	0,860	0,93	1,26	18,5
35	64	19	12	0,988	0,99	1,34	5,8
36	65	669	435	0,565	0,75	1,01	26,2
37	30	830	249	0,751	0,87	1,17	33,7
38	30	9	3	0,997	1,00	1,35	4,2
39*	30	1610	483	0,517	0,72	0,97	38,9

* 40 a été calculé séparément, puisqu'il n'entre pas dans la compensation.

N	F	δ^2	F δ^2	$1 - F \delta^2$	$\sqrt{1 - F \delta^2}$	$\mu \sqrt{\dots}$	m_x
41	0,00023	1213	0,274	0,726	0,85	1,15	$\pm 40,0$ ^{mm}
42	15	3209	481	0,519	0,72	0,97	54,9
43	23	407	94	0,906	0,95	1,28	25,9
44	14	2902	407	0,593	0,77	1,04	56,1
45	14	2988	418	0,582	0,76	1,03	56,3
46	36	352	127	0,873	0,94	1,27	23,9
47	36	713	257	0,743	0,86	1,16	31,0
48	15	3	.	1,000	1,00	1,35	2,2
49	50	53	27	0,973	0,99	1,34	9,8
50	50	316	158	0,842	0,92	1,24	22,1
51	50	586	293	0,707	0,84	1,13	27,3
52	65	522	339	0,661	0,81	1,09	25,0
53	31	48	15	0,985	0,99	1,34	9,2
54	52	116	60	0,940	0,97	1,31	14,1
55	31	1694	525	0,475	0,69	0,93	38,3
56	23	1299	299	0,701	0,84	1,13	40,7
57	23	1965	452	0,548	0,74	1,00	44,3
58	23	946	218	0,782	0,88	1,19	36,7

La somme des $\sqrt{1 - F \delta^2}$ étant de 48,47, la valeur moyenne de ce terme devient 0,85. En général, les relations des lignes dans le réseau compensé augmentent les poids de 15 %, ou diminuent d'autant la valeur des erreurs moyennes. En tenant compte de l'accroissement de l'erreur moyenne de l'unité de poids, on trouve :

$$0,85 \times 1,35 = 1,15$$

ce qui veut dire que les contradictions du réseau augmentent de 15 %, l'erreur moyenne d'une ligne.

Dans le tableau suivant des erreurs moyennes,

δ désigne les erreurs moyennes d'après l'expression à trois termes donnée plus haut;

v désigne les corrections du réseau ;

m désigne les erreurs moyennes d'après le calcul ci-dessus ;

x_v désigne les erreurs moyennes par kilomètre, déduites des corrections de réseau ;

x_m désigne les erreurs par kilomètre, déduites des erreurs moyennes de lignes.

Tableau comparatif des erreurs moyennes des lignes du réseau

Nivelées une fois.						Nivelées deux fois dans le même sens.						Nivelées deux fois en sens contraire.					
N°	δ	v	m	x_v	x_m	N°	δ	v	m	x_v	x_m	N°	δ	v	m	x_v	x_m
2	± 10,4	- 10,3	± 8,5	- 3,0	± 2,4	5	± 1,7	+ 0,4	± 2,3	+ 0,5	± 2,3	1	± 5,6	+ 3,4	± 6,8	+ 1,0	± 2,0
3	± 5,9	+ 3,1	± 7,0	+ 1,7	± 4,0	6	± 3,8	+ 2,0	± 5,0	+ 0,9	± 2,2	14	± 8,3	+ 9,0	± 10,3	+ 2,3	± 2,6
4	± 36,4	+ 14,0	± 34,6	+ 1,6	± 4,0	9	± 4,4	- 2,5	± 5,8	- 1,7	± 3,9	15	± 7,5	+ 5,7	± 9,5	+ 1,6	± 2,6
7	± 22,3	+ 10,9	± 22,1	+ 1,8	± 3,6	10	± 15,4	+ 2,6	± 14,2	+ 1,1	± 5,8	22	± 3,2	- 0,1	± 4,3	- 0,0	± 1,6
8	± 34,8	- 9,4	± 34,5	- 1,2	± 4,3	12	± 9,3	+ 1,0	± 11,3	+ 0,4	± 6,0	24	± 30,4	- 27,4	± 31,9	- 3,2	± 3,7
11	± 6,7	+ 0,5	± 8,6	+ 0,0	± 3,0	16	± 14,2	+ 21,1	± 13,8	+ 4,8	± 2,7	25	± 12,3	+ 4,4	± 16,1	+ 0,8	± 3,0
13	± 7,6	- 4,9	± 9,3	- 1,6	± 3,1	18	± 5,6	+ 2,9	± 7,1	+ 1,4	± 3,3	30	± 22,9	- 20,3	± 25,4	- 3,8	± 3,3
17	± 9,1	+ 8,1	± 10,2	+ 2,4	± 3,0	21	± 18,4	+ 6,3	± 19,8	+ 1,1	± 3,4	32	± 13,5	- 14,7	± 16,6	- 2,6	± 2,9
19	± 18,6	+ 15,3	± 16,4	+ 4,1	± 3,7	23	± 17,1	+ 8,7	± 19,7	+ 1,6	± 3,5	33	± 11,9	- 8,3	± 15,1	- 1,6	± 2,8
20	± 12,1	+ 6,5	± 14,2	+ 1,7	± 3,6	27	± 19,6	+ 26,6	± 22,1	+ 4,4	± 3,7	35	± 4,3	- 0,4	± 5,8	- 0,0	± 2,0
26	± 13,7	+ 8,2	± 17,4	+ 1,7	± 3,7	28	± 31,3	+ 23,6	± 31,0	+ 3,1	± 3,8	38	± 3,1	+ 0,2	± 4,2	+ 0,0	± 2,0
29	± 56,7	- 44,5	± 33,5	- 4,3	± 3,3	31	± 17,9	- 8,2	± 20,9	- 1,4	± 3,7	41	± 34,8	+ 9,0	± 40,0	+ 1,4	± 5,7
37	± 28,8	+ 19,8	± 33,7	+ 2,8	± 4,7	34	± 14,7	+ 4,6	± 18,5	+ 0,9	± 3,5	42	± 56,6	- 58,9	± 54,9	- 4,8	± 4,3
39	± 40,1	+ 38,4	± 38,9	+ 4,4	± 4,5	36	± 25,9	+ 30,0	± 26,2	+ 4,3	± 3,8	45	± 54,7	- 32,6	± 56,1	- 2,7	± 4,7
43	± 20,2	+ 3,0	± 25,9	+ 0,6	± 4,9	44	± 53,9	+ 31,6	± 56,1	+ 3,6	± 6,2	47	± 26,7	- 26,8	± 31,0	- 5,6	± 6,5
55	± 41,2	- 32,4	± 38,3	- 3,5	± 4,2	46	± 18,8	- 13,2	± 23,9	- 2,4	± 4,0	49	± 7,3	- 2,2	± 9,8	- 0,6	± 2,4
						48	± 1,6	+ 0,1	± 2,2	+ 0,0	± 1,9	50	± 17,8	- 13,2	± 22,1	- 1,9	± 4,3
												51	± 24,2	- 24,5	± 27,3	- 3,1	± 3,5
												52	± 22,9	- 11,8	± 25,0	- 1,6	± 4,0
												53	± 6,9	- 0,9	± 9,2	- 0,0	± 2,4
												54	± 10,8	- 1,0	± 14,1	- 0,0	± 2,9
												56	± 36,0	- 13,1	± 40,8	- 1,6	± 4,9
												57	± 44,3	+ 19,8	± 44,3	+ 2,1	± 4,7
												58	± 30,8	+ 9,5	± 36,7	+ 1,1	± 4,1

Valeurs moyennes calculées par les sommes des carrés.					
± 27,2	± 38,8	± 25,0	± 5,2	± 3,8	
(36,7)*					
± 20,4	± 32,2	± 21,6	± 5,0	± 3,9	
(27,5)*					
Pour toutes les 57 lignes :					
± 24,8	± 35,5	± 25,3	± 4,8	± 3,8	
(33,3)*					

± 25,9						± 35,7	± 27,8	± 4,3	± 3,7
(35,0)*									

* (δ) multiplié par l'erreur moyenne de l'unité du poids.

On s'aperçoit par ce tableau que les corrections de réseau sont d'environ un tiers plus grandes qu'on ne devait s'y attendre d'après les erreurs moyennes. D'autre part, l'accord suffisant entre les trois groupes fait voir que les poids ont été pris seulement en général un peu trop grands, mais que le rapport des poids des différentes lignes est à peu près juste.

Erreurs moyennes des points de jonction avec les réseaux limitrophes.

Il est intéressant de se rendre compte de l'incertitude moyenne des hauteurs, par rapport à la Pierre du Niton, des points de jonction avec les nivellements des pays voisins. La plupart de ces points sont situés en dehors du réseau suisse et y ont été rattachés par des nivellements spéciaux.

Pour ces nivellements, on obtient, par l'expression à trois termes, les valeurs suivantes de l'incertitude moyenne :

Genève-Nyon,	nivelée à double, en sens inverse	$m = \pm 10,3$	^{mm}
Nyon-Morges,	»	$m = \pm 11,1$	
Genève-Morges,	»	$\pm 15,2$	
Nyon-La Cure,	»	$\pm 23,3$	
Genève-La Cure,	»	$m = \pm 25,5$	^{mm}
La Chaux-de-Fonds-Morteau,	»		$m = \pm 9,0$
Bâle-Saint-Louis,	»		$\pm 3,5$
Bâle-Gare badoise,	»		$\pm 2,5$
Stein-Säckingen,	»		$\pm 1,4$
Rheineck-Fussach,	»		$\pm 5,1$
Süss-Martinsbruck,	»		$\pm 18,8$
Bellinzona-Chiasso,	»		$\pm 21,7$
Chuffort-Chasseral,	»		$\pm 11,0$

Comme les lignes de jonction ont été nivelées de la même manière que les lignes du réseau, il faut encore multiplier les valeurs ci-dessus par l'erreur moyenne de l'unité de poids $\mu = 1,35$.

Pour mieux faire comprendre la méthode employée pour le calcul de l'erreur moyenne d'une hauteur comprenant plusieurs lignes, nous donnerons ici comme exemple la marche suivie pour Bâle :

Erreur moyenne de la hauteur Genève-Bâle.

Bâle-Morges sur Neuchâtel = H_1 .

Neuchâtel gare-Morges	+ (4) + 103,818·3	$\delta^2 =$ 1324
Neuchâtel môle-Neuchâtel gare	+ (5) - 44,832·2	3
St. Blaise-Neuchâtel môle	+ (6) + 1,531·4	14
Bienne-St. Blaise	+ (16) + 3,329·3	202
Sonceboz-Bienne	+ (15) + 213,350·7	56
Bâle-Sonceboz	+ (24) - 373,390·1	923
	<hr/>	
	- 96,192·6	$m_S^2 =$ 2519

Bâle-Morges sur Berne = H_2 .

Lausanne-Morges	- (2) + 166,481·7	$\delta^2 =$ 108
Fribourg-Lausanne	- (8) + 46,139·4	1213
Berne-Fribourg	+ (23) - 47,277·9	294
Zollikofen-Berne	- (22) + 16,975·7	10
Aarbourg-Zollikofen	+ (28) - 145,735·8	977
Brugg-Aarbourg	+ (27) - 61,027·9	385
Stein-Brugg	+ (26) - 54,133·8	189
Bâle-Stein	+ (25) - 17,614·0	150
	<hr/>	
	- 96,192·6	$m_S^2 =$ 3326

$$H_1 = + (4) + (5) + (6) + (15) + (16) + (24)$$

$$H_2 = - (2) - (8) - (22) + (23) + (25) + (26) + (27) + (28)$$

Si l'on remplace les (...) par les valeurs tirées du tableau de la page 629, il vient :

$$H_1 = + 1338 C_2 - 275 C_3 + 202 C_6 + 979 C_7$$

$$H_2 = + 108 C_1 - 1324 C_2 - 304 C_5 - 1701 C_7 + 189 C_8 + 385 C_9 + 987 C_{10} + 1507 C_{11}$$

Pour H_1 , on a

(af) = + 1338	$q = + 0,000722$	$(af \times q) = 768,5$
(bf) = - 275	- 0,002953	82,2
(cf) = + 202	+ 0,001704	96,0
(df) = + 979	+ 0,000750	471,7

$$m_N^2 = 1418$$

$$m_S^2 = 2519$$

$$m_{H_1}^2 = 1101$$

Pour H, on a	(af) = + 108	q = + 0,006498	(af × q) = 41,7
	(bf) = - 1321	- 0,001063	569,7
	(cf) = - 304	- 0,001696	158,5
	(df) = - 1701	- 0,001086	876,4
	(ef) = + 189	+ 0,000417	8,3
	(gf) = + 385	+ 0,001311	84,2
	(hf) = + 987	+ 0,001110	243,7
	(if) = + 1507	+ 0,000647	242,9

$$m^2_N = 2225$$

$$m^2_S = 3326$$

$$m^2_{H_2} = 1101$$

Par les deux voies on trouve la même valeur pour m_H , ce qui prouve non seulement que le calcul est juste, mais ce qui fournit en même temps un contrôle pour l'exactitude de toute la compensation du réseau.

On a donc :	pour Bâle-Morges	$m = \mu \sqrt{1101} = 1,35 \times 33,2 = \pm 44,8$
	Genève-Morges	$m = \mu \sqrt{230} = \pm 20,5$
	Bâle-Saint-Louis	$m = \mu \sqrt{12} = \pm 4,7$
		$m = \mu \sqrt{1343} = \pm 49,5$

ce qui donne :

Erreur moyenne de Bâle NF 46 sur Pierre du Niton	= $\pm 49,3^{\text{mm}}$
» » de Saint-Louis NF 41 sur Pierre du Niton	$\pm 49,5$
donc, en chiffres ronds, pour l'erreur moyenne de la jonction à Bâle	$\pm 50^{\text{mm}}$

On a trouvé, d'une manière semblable, d'accord par deux voies, les erreurs moyennes des différences de hauteur suivantes :

Morges-Rheineck	$m = 1,35 \sqrt{1515} = \pm 52,5$
Genève-Morges	$m = 1,35 \sqrt{230} = \pm 20,5$
Rheineck-Fussach	$m = 1,35 \sqrt{26} = \pm 6,9$
	$m = 1,35 \sqrt{1771} = \pm 56,8$

Erreur moyenne de Fussach NF 141 sur Pierre du Niton = $\pm 57^{\text{mm}}$.

Morges-Süs	$m = 1,35 \sqrt{2331} = \pm 65,2$
Genève-Morges	$m = 1,35 \sqrt{230} = \pm 20,5$
Süs-Martinsbruck	$m = 1,35 \sqrt{354} = \pm 25,4$
	$m = 1,35 \sqrt{2915} = \pm 72,9$

Erreur moyenne de Martinsbruck NF 240 sur Pierre du Niton = $\pm 73^{\text{mm}}$.

Morges-Chiavenna	$m = 1,35 \sqrt{2192}$	$= \pm 63,2$
Genève-Morges	$m = 1,35 \sqrt{230}$	$= \pm 20,5$
	$m = 1,35 \sqrt{2422}$	$= \pm 66,4$

Erreur moyenne de Chiavenna LP XX sur Pierre du Niton = $\pm 66^{\text{mm}}$.

Morges-Bellinzona	$m = 1,35 \sqrt{2781}$	$= \pm 71,1$
Genève-Morges	$m = 1,35 \sqrt{230}$	$= \pm 20,5$
	$m = 1,35 \sqrt{3011}$	$= \pm 74,1$

Erreur moyenne de Bellinzona NF 93 sur Pierre du Niton = $\pm 74^{\text{mm}}$.

Bellinzona-Chiasso	$m = 1,35 \sqrt{470}$	$= \pm 29,3$
	$m = 1,35 \sqrt{3481}$	$= \pm 79,7$

Erreur moyenne de Chiasso NF 196 sur Pierre du Niton = $\pm 80^{\text{mm}}$.

Quant à l'erreur de Morges-Domo d'Ossola, la correction de la section Brigue-Domo d'Ossola se détermine par le calcul des poids pour la distribution de l'erreur de la ligne (45). La somme des carrés des erreurs de cette ligne est 406 ; pour la section Brigue-Domo d'Ossola 215 ; donc la correction devient :

$$H_1 = - (1) + (42) + \frac{215}{406} (45) = + 0,5295 (45) - (1) + (42).$$

Le carré d'erreur de (45) est, dans la compensation, de 2988 ; par conséquent celui de la section est :

$$0,5295 \times 2988 = 1582.$$

A cela il faut ajouter celui de la section Morges-Brigue $\delta^2 = 3241$.

Ce qui donne, par rapport à Brigue : $m^2_S = (\delta)^2 = 4823$.

Par rapport à Bellinzona, un raisonnement analogue donne :

$$\begin{array}{rcl}
 H_2 = - (1) + (42) - (41) - (43) + (44) & \text{carré d'erreur : } \delta^2 = & 7763 \\
 - \frac{191}{406} \times (45) = - 0,4705 (45) & & \underline{1406} \\
 & & m^2_S = 9169
 \end{array}$$

On obtient pour H_1 : $m^2_N = 2263$, et pour H_2 : $m^2_N = 6575$
donc $m^2_S - m^2_N = 2560 = 2594$
ce qui montre un accord suffisant.

Morges-Domo d'Ossola	$m = 1,35 \sqrt{2576}$	$= \pm 68,6$
Genève-Morges	$m = 1,35 \sqrt{230}$	$= \pm 20,5$
	$m = 1,35 \sqrt{2806}$	$= \pm 71,6$

donc Erreur moyenne Domo d'Ossola NF 90 sur Pierre du Niton $= \pm 72^{\text{mm}}$.

Morges-Chuffort	$m = 1,35 \sqrt{148}$	$= \pm 37,0$
Morges-Genève	$m = 1,35 \sqrt{230}$	$= \pm 20,5$
Chuffort-Chasseral	$m = 1,35 \sqrt{121}$	$= \pm 14,9$
	$m = 1,35 \sqrt{1099}$	$= \pm 44,8$

Erreur moyenne de Chasseral NF 4 sur Pierre du Niton $= \pm 45^{\text{mm}}$.

Morges-La Chaux-de-Fonds	$m = 1,35 \sqrt{777}$	$= \pm 37,7$
Morges-Genève	$m = 1,35 \sqrt{230}$	$= \pm 20,5$
La Chaux-de-Fonds-Morteau	$m = 1,35 \sqrt{80}$	$= \pm 12,2$
	$m = 1,35 \sqrt{1087}$	$= \pm 44,6$

Erreur moyenne de Morteau NF 9 sur Pierre du Niton $= \pm 45^{\text{mm}}$.

Il serait intéressant de rechercher l'erreur moyenne de la différence de niveau entre deux points qui n'entrent pas dans la compensation; c'est le cas pour la ligne Brienz \odot 47—Glacier du Rhône \odot 32, qui a été exclue de la compensation, en raison de l'écart inexplicé entre les nivellements d'aller et de retour.

D'après la compensation, on a pour la hauteur :

$$\begin{aligned} \text{Brienz sur Morges} & \quad h_1 = -(2) - (8) + (23) + (39) + (38) & = 198,872 \cdot 3 \\ \text{Glacier du Rhône sur Morges} & \quad h_2 = -(1) + (42) - (41) & = 1382,396 \cdot 7 \\ \text{donc Glacier du Rhône } \odot 32 - \text{Brienz } \odot 47 \text{ H} & = -(1) + (2) + (8) \\ & \quad - (23) - (38) - (39) - (41) + (42) & = 1183,524 \cdot 4 \end{aligned}$$

L'erreur moyenne de H peut se calculer par deux voies :

1° directement, comme jusqu'ici, par les corrections, on obtient (III) $= 1596$;

2° au moyen des erreurs des points terminaux de la ligne; car puisque $H = h_2 - h_1$, on a : (III) $= (h_2, h_2) - 2(h_2, h_1) + (h_1, h_1)$.

$$\begin{aligned} \text{Il vient :} & \quad (h_2, h_2) = 1623 \\ & \quad - 2 (h_2, h_1) = 1436 \\ & \quad (h_1, h_1) = 1408 \end{aligned}$$

$$(III) = 1595, \text{ comme ci-dessus.}$$

Par conséquent :

Erreur moyenne Brienz-Glacier du Rhône : $m = \pm 1,35 \sqrt{1595} = \pm 54^{\text{mm}},0$.

Le premier nivellement avait donné pour Brienz \odot 47 à Glacier du Rhône \odot 32 : 1183,564·9.

Le second » » Glacier du Rhône \odot 32 à Brienz \odot 47 : 1183,165·4.

Le premier nivellement s'accorde assez bien avec les autres lignes, tandis que le second est impossible; il a dû être faussé par une grossière erreur de lecture ou d'écriture.

Par cet examen, on trouve en outre :

Erreur moyenne de Brienz \odot 47 sur Pierre du Niton = $\pm 58^{\text{mm}}$.

» » Glacier du Rhône \odot 32 sur Pierre du Niton = $\pm 58^{\text{mm}}$.

On voit ainsi que l'incertitude de la combinaison de deux points compensés est, malgré la distance beaucoup plus faible, à peu près égale à celle des points eux-mêmes.

En général, il résulte de cet examen que l'exactitude de nos points de frontière, malgré leurs distances très différentes de la Pierre du Niton, est du même ordre et très satisfaisante. Il n'est que naturel que l'incertitude soit un peu plus forte pour les points de la frontière italienne, rattachés par les passages des Alpes.

§ XLII

Examen de l'influence des variations de la pesanteur sur le nivellement de la Suisse.

Malgré la superficie restreinte et la faible étendue des méridiens du réseau hypsométrique suisse et en raison des grandes différences de niveau qu'il comporte, nous avons cru devoir examiner de plus près si l'on pouvait se dispenser de tenir compte de l'influence de la pesanteur sur notre nivellement. Les recherches exécutées par M. Scheiblaue, d'après les principes que M. Helmert a développés dans la *Höhere Geodäsie*, T. II, p. 500-550, ont donné les résultats suivants :

Comme la Terre n'est pas un corps géométrique parfaitement régulier et que sa densité n'est pas uniforme, les distances entre deux surfaces de niveau ne coïncident pas partout avec les verticales, mais diffèrent d'un point à un autre; il en résulte que la différence de niveau entre la station A et la station B dépendra, dans une certaine mesure, du chemin qu'on aura suivi pour le nivellement. Pour pouvoir tenir compte de cette influence, il faudrait connaître la variation de la pesanteur le long de la ligne nivelée, chose assez difficile à obtenir dans une mesure suffisante, en raison du temps et du travail qu'exigent encore jusqu'à présent les mesures de la pesanteur. Les recherches intéressantes de M. Helmer sur « *La pesanteur dans les hautes montagnes*, Berlin 1890, » montrent cependant assez l'utilité qu'on pourrait tirer de cette connaissance.

Si l'on conduit un nivellement du point A au point C, en passant par B, avec retour au point A, en admettant que A et C appartiennent à la même surface de niveau; si la distance perpendiculaire de B à cette surface est donnée par BB', si l'on désigne enfin la pesanteur dans ces différents points par g , en y appliquant les indices correspondants, on a pour l'erreur de clôture de ce polygone :

$$\Delta H = \int (g_{CB} - g_{AB}) \cdot \frac{g_{BB'}}{g_{AB} g_{CB}} dh \quad 1)$$

où dh se rapporte à la verticale de B.

En considération de la petitesse de la quantité $g_{CB} - g_{AB}$, on peut mettre aussi :

$$\Delta H = \int \frac{g_{CB} - g_{AB}}{g} \cdot dh \quad 2)$$

où g signifie une valeur approximative de la pesanteur, et où ΔH est positif si l'on a atteint la hauteur à partir du point de divergence des surfaces de niveau. Le facteur déterminant est la différence de la pesanteur à la même altitude; on peut le séparer en deux parties dont la première dépend de la forme ellipsoïdale de la Terre en général, et la seconde des influences locales.

D'après la formule de Clairaut :

$$g = g_{45} (1 - \alpha H - \beta \cos 2 \varphi) \quad 3)$$

dans laquelle $\alpha = 0,000000314$, $\beta = 0,002573$ et où H représente la hauteur au-dessus de la mer, on peut calculer facilement l'influence de la variation normale de la pesanteur ou celle de la convergence sphéroïdale des surfaces de niveau.

Pour deux faibles hauteurs nivelées, d'une même altitude, on a :

$$\begin{aligned} g_{CB} - g_{AB} &= g_2 - g_1 = -g_{45^\circ} \beta (\cos 2 \varphi_2 - \cos 2 \varphi_1) \\ &= 2 g_{45^\circ} \beta \sin (\varphi_2 + \varphi_1) \sin (\varphi_2 - \varphi_1). \end{aligned}$$

$\varphi_2 - \varphi_1$ est la distance des cercles parallèles $= \frac{\psi^\circ \cdot 111,14}{r}$; on a donc, d'après la formule 2) :

$$\Delta H = \frac{2 \beta}{r} 111,14 \Sigma \psi h \sin (\varphi_2 + \varphi_1) \quad 4)$$

Pour nos latitudes, on peut mettre partout $\sin (\varphi_2 + \varphi_1) = 1$; alors $\Sigma \psi h$ représente la surface de projection du chemin de nivellement sur le méridien. D'après cela, on peut facilement s'imaginer la forme du polygone qui donne lieu à une erreur de clôture considérable. Si la chaîne de montagnes va de l'Est à l'Ouest, les polygones situés sur l'un des versants présenteront des erreurs de clôture plus faibles que ceux qui traversent la chaîne.

Pour des recherches plus étendues, il convient, au lieu de calculer les erreurs de clôture d'après la formule 4), de projeter tous les points du réseau situés le long des surfaces de niveau ellipsoïdales sur une surface verticale dans la latitude de 45° .

La formule 4) donne alors les réductions

$$\delta^{mm} = 0,0898 \Sigma \psi^\circ h^m \quad 5)$$

où ψ° signifie l'excès de la latitude sur 45° , que l'on peut emprunter, à $0^\circ,01$ près, à la carte oro-hydrographique de la Suisse au 1 : 500 000. Le tableau suivant contient les sommes des δ calculées pour les lignes de chaque polygone, ainsi que les erreurs de clôture observées, qu'il faut ajouter aux (δ) pour obtenir les erreurs de clôture indépendantes de la convergence normale des surfaces de niveau :

NIVELLEMENT DE PRÉCISION

Polygone	P	(δ)
	^{mm}	^{mm}
I	— 16,7	0,0
II	— 7,6	+ 6,0
III	+ 44,5	— 9,7
IV	+ 15,1	+ 3,8
V	+ 5,9	— 1,8
VI	+ 10,8	+ 1,6
VII	+ 90,9	— 0,7
VIII	— 73,9	+ 2,1
IX	— 92,8	+ 4,0
X	+ 64,7	— 0,6
XI	— 280,8	+ 25,7
XII	— 52,1	— 30,0
XIII	+ 101,4	+ 0,1
XIV	+ 95,8	— 0,1
XV	+ 70,8	+ 3,1
XVI	+ 41,3	+ 30,8
Périmètre	— 4,3	+ 34,3

On s'aperçoit à première vue que, dans la grande majorité des cas, les erreurs de clôture théoriques sont très faibles en comparaison des erreurs réelles. Il faut cependant examiner à part les polygones XI, XII et XVI. Quant aux polygones XI et XIII, nous avons déjà expliqué que, en raison de l'incertitude de la ligne Brienz—Glacier du Rhône, on a renoncé à conserver ces polygones séparément et on les a réunis en un seul.

Or, pour XI + XIII on a $P = -179,4^{\text{mm}}$ et $(\delta) = +25,8^{\text{mm}}$.

Même pour ce polygone combiné, avec un périmètre de 558^{km}, le plus grand du réseau, les erreurs théoriques sont bien inférieures aux autres.

Pour les polygones XII et XVI les réductions dépassent, il est vrai, la moitié des erreurs de clôture observées; mais comme elles sont de même signe, on voit qu'ici encore d'autres influences dépassent l'effet de la convergence normale des surfaces de niveau.

Il résulte de cet examen qu'il n'est pas à craindre que, en négligeant dans la compensation de notre réseau les erreurs théoriques de clôture, on produise sur les différences de niveau compensées des erreurs sensibles qui ne soient pas dépassées par les erreurs d'observation et par l'effet des irrégularités locales dans la distribution des masses et des densités. En d'autres termes, les résultats de notre compensation ne diffèrent pas, dans la limite de leur incertitude, de ceux qu'on aurait obtenus si l'on avait tenu compte, dans la compensation, des erreurs de clôture, corrigées pour l'effet de la convergence normale des surfaces de niveau.

Il est intéressant d'examiner, en particulier, l'influence de la chaîne des Alpes sur les différences de niveau entre des points situés au Sud et au Nord des Alpes. Nous avons à considérer sous ce rapport essentiellement deux lignes de nivellement qui traversent nos Alpes, savoir, celle de Chiasso, par le Gothard à Constance, et l'autre allant de Chiavenna par le Splügen à Rheineck.

Elles fournissent les deux polygones suivants de hauteurs réduites :

Bellinzona-Chiasso	—	$5,2\dots$	—	$4,5$	Reichenau-Chiavenna	+	$279,1\dots$	+	$13,1$
Hospenthal-Bellinzona	+	$1232,1$	+	$159,9$	Landquart-Reichenau	—	$76,4$	—	$13,2$
Andermatt-Hospenthal	—	$19,2$	—	$2,8$	Sargans-Landquart	—	$16,6$	—	$3,0$
Amsteg-Andermatt	—	$921,3$	—	$140,7$	Rheineck-Sargans	—	$107,1$	—	$21,5$
Schwyz-Amsteg	+	$9,9$	+	$3,2$	Surface de niveau Chia-				
Pfäffikon-Schwyz	—	$112,9$	—	$25,8$	venna-Rheineck	—	x	—	$17,5$
Zurich-Pfäffikon	—	$7,5$	—	$1,5$					
Steckborn-Zurich	—	$5,5$	—	$2,3$					
Constance-Steckborn	+	$2,0$	+	$0,5$					
Surf ^e de niveau Chiasso-									
Constance	—	x	—	$38,2$					
Clôture du polygone									
$0 = + 172,4\dots$	—	x	—	$52,2$	$0 = + 79,0$	—	x	—	$42,1$
ce qui donne									
$x = + 172,4\dots$			—	$52,2$	$x = + 79,0\dots$			—	$42,1$

Si l'on supposait les deux nivellements conduits, non pas à travers la montagne, mais directement entre les deux points terminaux, on aurait :

$\begin{array}{r} \text{Constance-Chiasso} \\ \text{Chiasso-Constance} \\ \hline \text{ce qui donne} \end{array} = \begin{array}{r} + 172,4 \dots + 12,8 \\ - x - 38,2 \\ \hline x = + 172,4 \dots - 25,4 \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{Rheineck-Chiavenna} \\ \text{Chiavenna-Rheineck} \\ \hline \text{ce qui donne} \end{array} = \begin{array}{r} + 79,0 + 4,1 \\ - x - 17,5 \\ \hline x = + 79,0 - 13,4 \end{array}$
--	---

On voit ainsi que le nivellement donne, pour les points de jonction situés au Nord des Alpes, des hauteurs trop fortes, celui à travers la montagne, de 5^{cm} environ, et le nivellement fictif, avec pente régulière, de 2^{cm} environ. Mais toutes ces erreurs sont comprises dans la limite des incertitudes provenant d'autres causes.

Si l'on se demande quelle pourrait être l'incertitude de la hauteur d'un des points les plus élevés, par exemple de Hospenthal, par rapport à la surface de niveau de Bellinzona, on a :

$\begin{array}{r} \text{Hospenthal-Bellinzona} \\ \text{Bellinzona-Hospenthal} \\ \hline \text{ce qui donne} \end{array}$	$\begin{array}{r} = + 1232,1 \dots + 159,9 \\ = - x - 179,8 \\ \hline x = + 1232,1 \dots - 19,9 \end{array}$
---	--

Mais il est évident que, pour des différences de niveau tellement fortes, l'incertitude provenant d'autres causes dépasse bien 2 centimètres.

Avec les données dont nous disposons actuellement, il serait difficile de juger avec sûreté de l'influence des irrégularités dans la distribution des masses sur les hauteurs nivelées. Toutefois, le fait que la compensation du réseau donne pour l'erreur moyenne de l'unité du poids une valeur sensiblement plus grande que celle qu'on avait admise dans l'origine, prouve que les erreurs de clôture des polygones se composent autrement que les erreurs des lignes dans les nivellements doubles. En tout cas, on doit admettre que, pour les polygones des Alpes, les variations rapides de la pesanteur ne sont pas sans influence.

§ XLIII

Rattachement du réseau suisse aux réseaux des pays limitrophes.

Comme nous l'avons dit au commencement de cette nouvelle livraison, nous ne possédons pas encore, de la part des pays voisins, toutes les données nécessaires pour établir la hauteur définitive de notre repère fondamental, la Pierre du Niton, au-dessus des différentes mers. Les jonctions ont été faites, il est vrai, avec tous nos voisins; mais, avec la France, nous espérons les voir complétées sur un ou deux points et, pour la plupart des pays, les cotes qu'on a bien voulu nous fournir ne sont pas encore définitives, soit parce que la compensation du réseau reste à faire, soit parce qu'il faut encore y apporter des corrections dues aux équations des mires. Toutefois il importe de résumer brièvement les résultats tels qu'ils découlent des données actuelles et de rechercher, autant qu'il est possible, la hauteur approximative de la Pierre du Niton au-dessus de la mer.

Voici d'abord la liste des hauteurs définitives, par rapport à notre horizon fondamental, de nos repères de jonction qui ont été rattachés aux réseaux des pays limitrophes :

LIEU	REPÈRES	Hauteur définitive au-dessus de la Pierre du Niton.
France.	Moillesulaz .. Repère ISΦ du Nivellement général de la France, en métal, scellé contre la façade extérieure du dé rive gauche aval du pont sur le Foron.	+ 41,89 ^m
	La Cure..... Repère français S a b Φ-1, scellé à l'angle de la maison de M. Bonnefoy, à 320 ^m de l'embranchement des routes de la Faucille et de St-Cergues.	+ 775,11 _s
	La Cure..... Repère en bronze NF 13, scellé sur le cordon, à l'angle de la maison de MM. Jaget-Stane, père et fils, près de la frontière française.	+ 786,92 ₇
	Morteau Repère en bronze NF 9, scellé sur la dalle, au sommet du perron de l'hôtel de ville, près du montant droit.	+ 398,98 ₇

LIEU	REPÈRES	Hauteur définitive au-dessus de la Pierre du Nitou.	
Allemagne.	Laufen.....	Repère en bronze NF 45, scellé sur le sommet du perron de la maison d'école, à gauche de l'entrée.	— 17,41,
	St-Louis.....	Repère en bronze NF 41, scellé sur le socle du pilier droit de la porte latérale (tournée vers le Sud) de l'église.	— 119,28,
	Bâle.....	Repère en bronze NF 46, scellé sur le socle à droite au-dessous de la première fenêtre, à côté de l'horloge donnant l'heure de Paris dans la gare centrale.	— 94,17,
	Bâle.....	Repère en bronze NF 40, scellé à l'angle Sud-Est du cordon de la tour, dans la gare du chemin de fer badois.	— 116,60,
	Bâle.....	Repère municipal bâlois, ⊙5, sur le seuil de la porte latérale tournée vers le Sud de l'église de Ste-Claire.	— 118,68,
	Säckingen ...	Repère allemand HM dans la gare, trait taillé dans le mur.	— 79,98,
	Albbruck	Repère allemand HM, formé par un trait horizontal taillé au ciseau à l'angle Ouest du bâtiment de la gare, du côté de la voie.	— 47,02,
	Albbruck	⊙60 sur une dalle, à l'angle Ouest du hangar dans la gare, en face du bâtiment des voyageurs.	— 48,56,
	Waldshut....	Repère allemand HM à l'angle Est du bâtiment de la gare, du côté de la voie, trait horizontal taillé au ciseau dans la pierre.	— 31,36,
	Waldshut....	Repère badois, placé au-dessus du précédent, trait horizontal avec un trou au milieu, tracé sur une plaque en fonte scellée dans le mur.	— 31,19,
	Schaffhouse ..	Repère en bronze NF 173, scellé dans la gare sur la première marche devant la salle d'attente de première et deuxième classes.	+ 30,13,
	Constance....	Repère en bronze NF 134, scellé sur le socle du portail de la cathédrale.	+ 31,55,
	Constance ...	Repère du Nivellement badois HM, placé au milieu de la façade de la gare, du côté de la voie.	+ 26,74,
	Constance....	⊙38, sur le mur du quai, le long du lac, dans le port, près de la première grue.	+ 24,23,
Autriche.	Fussach.....	Repère en bronze NF 141, scellé sur une dalle du bord Est de la jetée du port de Fussach près de son extrémité Nord.	+ 23,30,
	Fussach.....	Repère secondaire bavarois, désigné par le N° 585 dans le « Nivellement bavarois » 1 ^{er} fascicule, p. 107.	+ 23,92,
	Fussach.....	Repère bavarois principal, désigné par le N° 586, 1 ^{er} fascicule, p. 108 du « Nivellement bavarois. » Ce repère est une plaque en fonte scellée contre le parement de la jetée du port, droit au-dessous du repère NF 141.	+ 23,12,
	Rheineck	Repère en bronze NF 140, scellé sur le mur en aile, côté d'aval, du pont du chemin de fer sur la Mühle, à l'Ouest de la gare.	+ 26,47,
	Au.....	Repère en bronze NF 142, scellé sur une pierre du soubassement à l'angle Ouest de l'église.	+ 30,17,
	Martinsbruck.	Repère en bronze NF 240, scellé dans la pierre de fondation de la culée du pont sur l'Inn, sur le côté gauche (Suisse) et en aval.	+ 657,38,
Italie.	Chiavenna ...	Repère italien LP XX, dans le porche de l'église de Santa-Maria, à gauche de l'entrée.	— 52,63,
	Chiasso.....	Repère en bronze NF 196, scellé sur la tablette de la fenêtre à droite de la porte de la chapelle appartenant au colonel Bernasconi.	— 140,44,
	Domo-d'Ossola	Repère en bronze NF 90, scellé sur le soubassement, entre deux colonnes du vestibule d'entrée du palais municipal.	— 96,78,

I. Quant à la *France*, nous avons déjà essayé en 1868 (voir 2^{me} livraison, p. 139-148) d'établir le raccordement avec la Méditerranée à Marseille, d'après les données du Nivellement Bourdalouë par les quatre points de la Pierre du Niton, La Cure, Morteau et St-Louis. Il s'agit maintenant de remplacer les cotes Bourdalouë par celles plus exactes du Nivellement général actuel de la France. A la place de la Pierre du Niton, que les ingénieurs français étaient venus dans le temps rattacher à leur nivellement, nous avons d'un commun accord établi la jonction du côté de Genève par le repère de Moillesulaz, que les Français avaient placé à la frontière sur le pont du Foron et que nous avons rattaché en mai et novembre 1887 par deux nivellements doubles à la Pierre du Niton. Malheureusement, ce repère, désigné par ISΦ, a été emporté en 1888 par une inondation du Foron et il a été remplacé en 1890 sur le pont reconstruit par un nouveau repère pour lequel M. Lallemand a bien voulu nous indiquer la cote française et que nous espérons pouvoir rattacher encore dans le courant de cette année, par un nouveau nivellement, à notre réseau à Genève, puisque le repère suisse, placé près du repère français à Moillesulaz, a été également déplacé.

En attendant, le raccordement par l'ancien repère donne pour la hauteur de la Pierre du Niton, par rapport au niveau moyen de la mer à Marseille, le résultat suivant :

Altitude orthométrique du repère ISΦ (cote française)	415,586 ^m
Différence de niveau entre ISΦ et P. d. N. par nos deux opérations doubles	— 41,899
	373,687 ^m

A la Cure, près des Rousses, dans le Jura méridional, nous avons maintenant deux jonctions par le repère français SabΦ-I, et par le repère suisse NF 13. Voici ce qu'elles donnent pour la hauteur de la Pierre du Niton :

	SabΦ-I	NF 13
Cote française	1148,799 ^m	1160,604 ^m
Différence avec P. d. N. +	775,115	786,927
	373,684 ^m	373,677 ^m

Ces deux résultats s'accordent très bien entre eux, et malgré la grande

différence de niveau, aussi avec le raccordement à Moillesulaz. La moyenne des trois jonctions donne pour la hauteur de la

Pierre du Niton au-dessus de la mer à Marseille : 575,685^m

tandis qu'autrefois, basée sur le nivellement Bourdalouë, nous avons trouvé 374^m,070.

Suivant les explications contenues dans une lettre de M. Lallemand, du 23 mai 1891, cette altitude n'est pas absolument définitive; elle subira de légères corrections par suite de la compensation du réseau français, qui aura lieu après son achèvement complet, et par suite de la comparaison directe de la règle-étalon du Nivellement français avec le prototype international à Breteuil, dont on s'occupe en ce moment. Pour cette raison et vu que, depuis la vérification de la règle de Berne au Bureau international, nos cotes sont exprimées en unités métriques exactes, il ne serait plus justifié de déduire du nivellement même l'équation entre les mires françaises et suisses, en profitant des grandes différences de niveau des points de jonction, comme nous l'avons fait dans la seconde livraison.

D'après la même lettre, le rattachement du repère suisse à Morteau sera exécuté au mois de juillet 1891.

Enfin, pour remplacer la jonction à St-Louis, nous venons de proposer à nos collègues français une nouvelle jonction à Delle, que nous rattacherons à Delémont par Porrentruy.

II. Avec le réseau de l'Allemagne, qui nous rattache à la Baltique à Swinemünde et indirectement à la mer du Nord à Amsterdam, nous possédons de nombreux points de jonction le long de notre frontière entre Bâle et Constance, pour lesquels M. le professeur Helmert a bien voulu nous communiquer les cotes allemandes rapportées au repère fondamental allemand (Normal Null). Ce dernier se trouve à

0,053^m au-dessus du niveau moyen de la mer à Swinemünde (déduit des observations de 1811/88), d'après les nivellements exécutés par l'Institut géodésique prussien;

0,066 d'après les nivellements de la « Landesaufnahme »;

et 0,069 au-dessus du niveau moyen de la mer à Amsterdam.

Les cotes allemandes de l'Institut géodésique et de la « Landesaufnahme » diffèrent sur notre frontière près de Bâle, de 0^{mm},133, ainsi que cela résulte des deux cotes indiquées pour le même repère à Leopoldshöhe, et sans que nous sachions à quoi il faut attribuer cette différence qui, si elle provenait de l'équation des mires employées pour les deux nivellements en Allemagne, supposerait pour cette équation 0^{mm},5 par mètre. Quoi qu'il en soit, nous sommes obligés pour le moment de les utiliser séparément.

En supprimant les détails, nous trouvons, avec le tableau des cotes fournies par le Bureau central, d'après les valeurs de la « Landesaufnahme » pour la hauteur de la Pierre du Niton sur Normal Null :

par Laufen NF ₄₅	+ 373,208 ^m
St-Louis NF ₄₁	373,203
Bâle NF ₄₈	373,201
Moyenne	+ 373,204 ^m sur NN,

et + 373,270^m sur le niveau moyen de la mer à Swinemünde.

Les nivellements de l'Institut géodésique donnent les valeurs suivantes :

		Altitude. ^m	Hauteur de la P. d. N. ^m
par Bâle	NF 40	256,7	+ 373,338
»	⊙ 5	254,7	337
Säckingen	HM	293,3	304
Albbruck	HM	326,3	288
»	⊙ 60	324,7	290
Waldshut	HM (Trait au mur de la gare)	341,9	282
»	» (Cylindre scellé)	342,1	282
Schaffhouse	NF 173	403,3	205
Constance	HM	400,0	185
»	NF 134	404,7	194
»	⊙ 38	397,4	182
		Moyenne	+ 373,262 ^m sur NN

ou + 373,315^m sur le niveau moyen de la mer à Swinemünde.

On voit que les deux moyennes ne s'écartent plus que de 45^{mm}, au lieu des 133^{mm} trouvés à Leopoldshöhe; c'est que dans la série des raccordements successifs entre Bâle et Constance les valeurs fournies

par les cotes de l'Institut géodésique diminuent de $373,338^m$ à $373,187^m$, c'est-à-dire de 151^{mm} , sans que nous puissions en indiquer les causes. Ici encore, l'incertitude de l'équation entre les mires allemandes et suisses ne saurait suffire pour en rendre compte; car malgré une certaine proportionnalité entre les valeurs données par les différents points de jonction, et leur altitude qui ressort des chiffres indiqués ci-dessus, la différence d'altitude entre Bâle et Constance est seulement de 145^m , ce qui ferait donc plus d'un millimètre par mètre pour l'équation des mires, ce qui n'est guère probable.

D'autre part, tous ces points de raccordement sont situés à peu près sous la même latitude, de sorte que les corrections orthométriques ne différeront pas sensiblement.

Lorsque le Bureau central aura exécuté la compensation de l'ensemble des réseaux, ces différences disparaîtront, et on obtiendra alors la hauteur définitive de la Pierre du Niton sur la Baltique.

En attendant, si l'on voulait réunir les données de la Landesaufnahme et de l'Institut géodésique en appliquant aux trois valeurs de la première la réduction de $+ 133^{mm}$, qui résulte de Leopoldshöhe, on trouverait pour l'altitude de la

Pierre du Niton sur le niveau moyen de la mer à Swinemünde	+	$373,338^m$
»	»	Amsterdam
	+	$373,347$

III. Avec l'Autriche il existe 5 points de jonction, pour lesquels M. de Kalmár a eu l'obligeance de nous communiquer les cotes par rapport au niveau moyen de l'Adriatique à Trieste. En combinant ces cotes avec les différences de niveau de ces mêmes points par rapport à la Pierre du Niton, que nous avons indiquées à la page 648, on trouve pour la hauteur de la P. d. N. au-dessus de l'Adriatique à Trieste:

par Fussach	NF 141	. . .	+ $373,570^m$
Fussach	⊙ 586	. . .	566
Rheineck	NF 140	. . .	590
Au	NF 142	. . .	609
Martinsbruck	NF 240	. . .	482
			<hr/>
Moyenne			+ $373,563$

Ces rattachements s'accordent donc en général assez bien, sauf le dernier, et cependant Martinsbruck n'est situé qu'à un demi-degré environ plus au Sud que les autres; mais il se trouve à une hauteur de 600^m environ plus considérable, ce qui fait supposer que l'écart de ce point est dû plutôt à l'équation des mires autrichiennes et suisses qu'à la correction orthométrique. En effet, si l'on tient compte de cette dernière, qui est pour Fussach de 88^{mm} et pour Martinsbruck de 46^{mm}, l'écart entre l'altitude de la Pierre du Niton par Fussach (373^m,480) et celle par Martinsbruck (373^m,436) se réduit ainsi à 44^{mm}, qui s'expliquerait en admettant pour l'équation des mires environ 0^{mm},07 par mètre. Mais ces questions aussi s'élucideront définitivement lors de la compensation générale des réseaux.

Pour le moment, nous trouvons comme valeur provisoire de la hauteur de la *Pierre du Niton sur le niveau moyen de l'Adriatique à Trieste* + 575^m,563, et si l'on voulait tenir compte, pour les cotes autrichiennes, de leurs corrections orthométriques : + 373^m,486.

IV. L'Italie s'est rattachée à notre réseau dans les trois points de Chiavenna, Chiasso et Domo-d'Ossola. D'après les données que M. le colonel de Stefanis a bien voulu nous fournir, on trouve pour la cote de la Pierre du Niton par rapport au repère fondamental italien qui, d'après l'indication de M. de Stefanis, est situé à 0^m,325 au-dessous du niveau moyen de la mer à Gênes :

Par Chiavenna LP XX . . .	+ 374,081 ^m
Chiasso NF 196 . . .	191
Domo-d'Ossola NF 90 . . .	029
Moyenne . . .	+ 374,100
Réduction au niveau moyen de la mer . . .	— 0,325

ce qui donne pour la hauteur de la *Pierre du Niton au-dessus du niveau moyen de la Méditerranée à Gênes* + 373,775^m

Comme les cotes italiennes ont été calculées avec les valeurs des mires italiennes, établies autrefois par leur comparaison avec la Règle de Berne de 3 mètres, mais sans tenir compte de la correction de cette dernière résultant de sa comparaison avec le mètre prototype au Bu-

reau international, il faudra appliquer à la cote ci-dessus une légère correction que nous ne pouvons pas calculer exactement, ne possédant pas tous les détails sur les comparaisons des mires, mais qui, dans la supposition d'une même température moyenne générale, peut être évaluée à environ $- 10^{\text{mm}}$, ce qui donnerait pour l'altitude de la Pierre du Niton $+ 373^{\text{m}},765$.

Ajoutons encore que, d'après notre collègue italien, les cotes qu'il nous a indiquées ne sont pas compensées et qu'on n'y a pas apporté les corrections orthométriques.

Il reste à résumer les différents résultats après les avoir expliqués et montré leur caractère provisoire. Ainsi, nous avons trouvé pour la hauteur de la Pierre du Niton au-dessus du niveau moyen de la

Méditerranée à Marseille	+ 373,685 ^m
» à Gênes	373,775
Adriatique à Trieste	373,563
Baltique à Swinemünde (d'après L. A.)	373,270
» » (d'après I. G.)	373,315

On voit qu'il existe entre ces valeurs des écarts assez considérables qui, entre la Méditerranée à Gênes et la Baltique à Swinemünde (L. A.), atteignent jusqu'à un demi-mètre. En raison des corrections que plusieurs de ces chiffres doivent encore subir et de leur plus ou moins grande incertitude qui, pour ce qui en revient au nivellement suisse, est comprise dans les limites de $\pm 25^{\text{mm}},5$ et $\pm 80^{\text{mm}}$, nous nous abstenons d'en déduire la différence des niveaux moyens des différentes mers et d'examiner jusqu'à quel point on serait justifié d'expliquer les différences de ces chiffres par leur incertitude. Mais en tout cas, il nous semble évident dès à présent qu'on ne peut pas espérer de les voir disparaître en y appliquant ce que l'on appelle les corrections orthométriques, qui suffisent tout au plus à les diminuer dans une certaine mesure.

En effet, nous avons vu que parmi les chiffres ci-dessus il n'y a que le premier (la hauteur au-dessus de Marseille) auquel cette correction ait été apportée. Bien que nous ignorions sa valeur exacte, ne connais-

sant pas dans les détails les lignes de nivellement par lesquelles la différence de niveau entre Marseille et Genève a été établie, on peut d'après les positions géographiques de ces deux endroits l'évaluer à peu près à 6 centimètres. Si avec ce chiffre on rétablit la différence de niveau telle qu'elle a été donnée par les observations du nivellement général de la France, on trouve pour la hauteur de la Pierre du Niton sur Marseille $373^m,745$ qui s'accorde remarquablement avec celle au-dessus de la Méditerranée à Gênes ($373^m,775$). Si d'autre part on applique à ce dernier nombre la correction orthométrique évaluée à 4 centimètres environ, les hauteurs corrigées sur les deux ports de la Méditerranée s'accordent encore à 5 centimètres près, et cela bien que l'une d'elles soit le résultat d'un nivellement franchissant les Alpes.

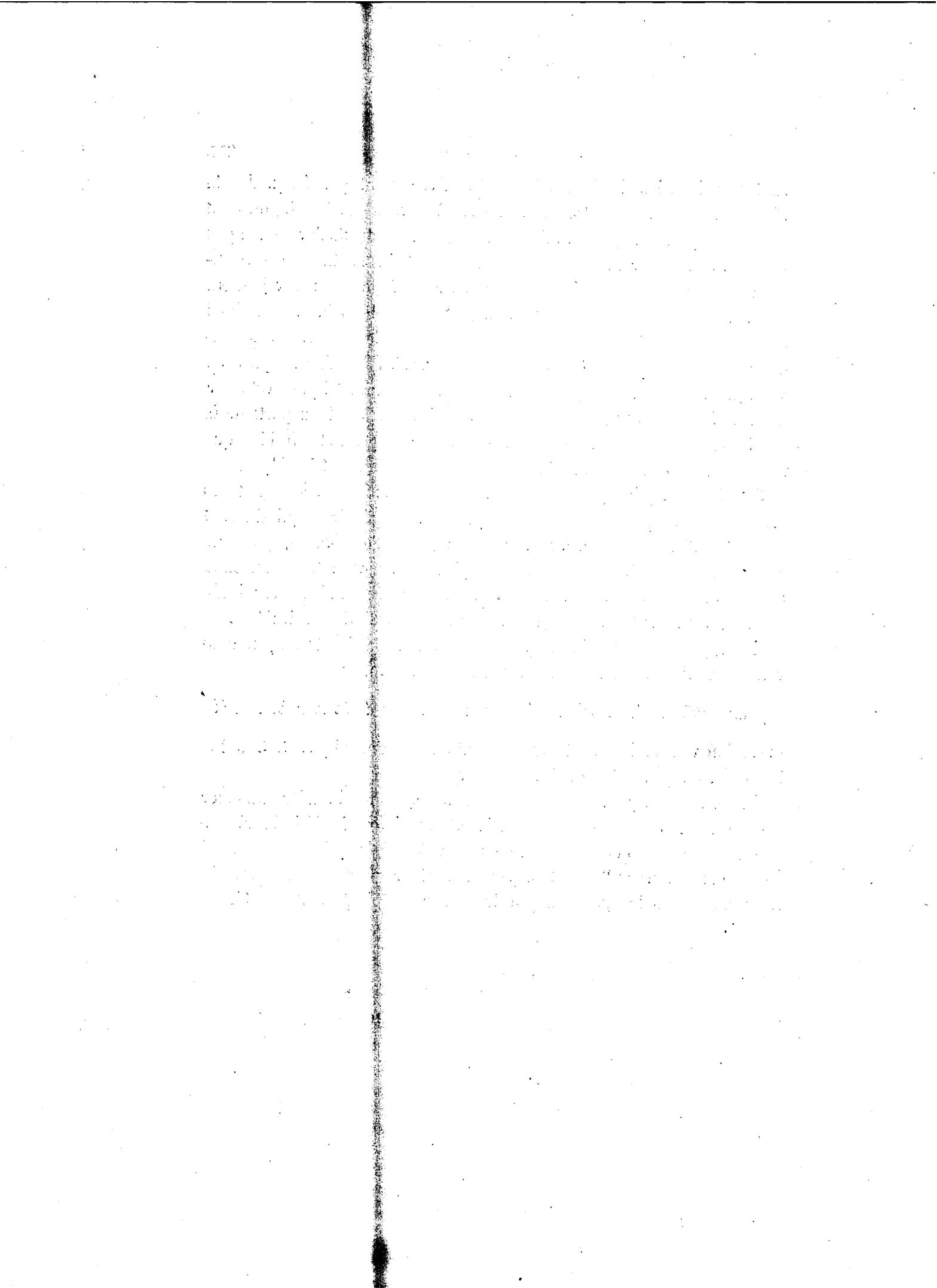
Ensuite, lorsqu'on prend pour les cotes autrichiennes les hauteurs orthométriques que nous a communiquées M. de Kalmár et qui diffèrent des cotes directes de $0^m,077$ en moyenne, et qu'on évalue, pour ne comparer que des hauteurs orthométriques, à 12 centimètres environ la correction des cotes allemandes, on trouve encore entre les résultats, par rapport à Trieste et à Swinemünde un écart de 35 centimètres.

Enfin, pour autant qu'il est permis de prendre la simple moyenne de valeurs provisoires et aussi différentes, nous trouvons :

pour l'altitude de la Pierre du Niton au-dessus de la mer $375^m,534$

ou si l'on veut tenir compte des corrections orthométriques $373^m,546$
c'est-à-dire à peu près le même résultat.

En résumé, on peut donc, d'après l'état actuel des données, attribuer à notre horizon fondamental suisse *la cote provisoire de* $373^m,54$, chiffre que nous ne donnons nullement comme définitif, et qui sera remplacé dans deux ans, nous l'espérons, par la hauteur exacte de la Pierre du Niton au-dessus du niveau moyen de la mer, définitivement adopté.





PUBLICATIONS DE LA COMMISSION GÉODÉSIQUE SUISSE

H. GEORG, LIBRAIRE-ÉDITEUR, GENÈVE, BALE, LYON

- Détermination télégraphique de la différence de longitude entre les observatoires de Genève et de Neuchâtel**, par E. Plantamour et A. Hirsch. 1864, in-4 avec 4 planches Fr. 7 50
- Expériences faites à Genève avec le pendule à réversion**, par E. Plantamour, 1866, in-4 avec 3 planches Fr. 7 50
(Ces deux mémoires ont paru dans les *Mémoires de la Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève.*)
- Nouvelles expériences faites avec le pendule à réversion, et détermination de la pesanteur à Genève et au Righi-Kulm**, par E. Plantamour. 1872, in-4 Fr. 7 50
- Nivellement de précision de la Suisse**, exécuté sous la direction de A. Hirsch et E. Plantamour. Livraisons I, II, III, IV, V, VI, VII et VIII. — 1867-1883, in-4.
Prix de chaque livraison à partir de juillet 1875. Fr. 3 —
- Détermination télégraphique de la différence de longitude entre la station astronomique du Righi-Kulm et les observatoires de Zurich et de Neuchâtel**, par E. Plantamour, R. Wolf et A. Hirsch. 1871, in-4 avec 3 planches Fr. 8 —
- Détermination télégraphique de la différence de longitude entre des stations suisses**: 1. Entre la station astronomique du Weissenstein et l'observatoire de Neuchâtel en 1868. — 2. Entre l'observatoire de Berne et celui de Neuchâtel en 1869, par E. Plantamour et A. Hirsch. 1872, in-4 avec 1 planche Fr. 8 —
- Observations faites dans les stations astronomiques du Righi-Kulm, du Weissenstein et de l'observatoire de Berne**, par E. Plantamour. 1873, in-4 Fr. 8 —
- Détermination télégraphique de la différence de longitude entre la station astronomique du Simplon et les observatoires de Milan et de Neuchâtel**, par E. Plantamour et A. Hirsch, 1875, in-4 Fr. 8 —
- Détermination télégraphique de la différence de longitude entre l'observatoire de Zurich et les stations astronomiques du Pfänder et du Gæbris**, par E. Plantamour et R. Wolf, 1877, in-4. Fr. 8 —
- Recherches expérimentales sur le mouvement d'un pendule et de ses supports**, par E. Plantamour, 1878, in-4 Fr. 5 —
- Détermination télégraphique de la différence de longitude entre Genève et Strasbourg**, exécutée en 1876 par E. Plantamour et M. Löw. (Publication faite en commun avec l'Institut géodésique de Prusse.) Fr. 10 —
- Détermination télégraphique de la différence de longitude entre Genève et Munich**, exécutée en 1877 par E. Plantamour et le colonel von Orff (publication faite en commun avec la Commission géodésique bavaroise). Fr. 10 —
- Das Schweizerische Dreiecknetz**, herausgegeben von der schweizerischen geodätischen Commission. Band I: Die Winkelmessungen und die Stationsausgleichungen. xxiv et 268 p. in-4. Zurich, 1881. Fr. 10 —

S. HÖHR, ZURICH

Geschichte der Vermessungen in der Schweiz, Historische Einleitung zu den Arbeiten der schweizerischen geodätischen Commission, bearbeitet von Rudolf Wolf, 1879. Fr. 10 —