

NIVELLEMENT DE PRÉCISION

DE

LA SUISSE

EXÉCUTÉ

PAR LA COMMISSION GÉODÉSIQUE FÉDÉRALE

SOUS LA DIRECTION DE

A. HIRSCH ET E. PLANTAMOUR

CINQUIÈME LIVRAISON

GENÈVE, BALE, LYON

H. GEORG, LIBRAIRE-ÉDITEUR

1874

GENÈVE. — IMPRIMERIE RAMBOZ ET SCHUCHARDT.

NIVELLEMENT DE PRÉCISION

DE

LA SUISSE

§ XX.

Travaux exécutés depuis 1873.

Les campagnes de 1873 et 1874 ont été consacrées essentiellement aux opérations de contrôle, indiquées dans la quatrième livraison comme étant nécessaires, soit pour découvrir la véritable cause de l'erreur de clôture dans le polygone Sud des Alpes, Gothard-Simplon-Furka, soit pour vérifier le polygone central Zurich-Brugg-Aarbourg-Lucerne-Schwytz-Pfäffikon-Zurich, qui se fermait également d'une manière peu satisfaisante, soit enfin pour niveler une seconde fois le polygone du Nord-Est, qui relie entre eux les lacs de Zurich et de Constance. Cette dernière opération se poursuit encore dans ce moment, et ne pourra être terminée qu'au printemps de 1875; comme, d'un autre côté, les deux premiers polygones mentionnés ont été amenés à se clore d'une manière satisfaisante par l'opération de contrôle, la Commission a jugé utile de publier dès à présent, dans une cinquième livraison, les matériaux qui se rapportent à ces deux polygones, pour lesquels les données peuvent

être considérées comme étant définitives, sauf les corrections devant résulter plus tard de la compensation du réseau entier, corrections peu considérables et négligeables au point de vue pratique. Les nombreuses demandes que nous recevons, en effet, de la part d'administrations publiques, ou d'ingénieurs de chemins de fer, de leur fournir des cotes fondamentales dans des régions pour lesquelles le travail n'est pas encore achevé, nous font un devoir de hâter, autant que possible, la publication des sections au fur et à mesure qu'elles sont terminées, et elles donnent en même temps une preuve de la grande utilité pratique de ces travaux, entrepris d'abord dans un intérêt scientifique. Nous réservons donc à la prochaine livraison ce qui a rapport au polygone du lac de Constance et à la jonction avec le réseau allemand, et nous nous bornons à rendre compte ici des opérations de 1873, en y ajoutant la ligne Aarbourg-Lucerne, nivelée dans l'été 1874. Après l'historique des travaux et l'exposé des éléments de réduction, nous donnerons les résultats des lignes nivelées, pour la plupart à double, et dans un dernier paragraphe nous discuterons ces résultats au point de vue de leur exactitude et de la part qu'on peut attribuer, soit aux erreurs d'observation, soit aux variations des mires, dans l'incertitude dont les opérations de nivellement sont affectées.

Comme nous l'avons déjà mentionné dans la dernière livraison, notre ingénieur, M. Redard, le seul qui ait été employé aux travaux de nivellement pendant ces deux dernières années, est parti déjà au mois de mars 1873 pour répéter d'abord le nivellement de la section Zurich-Pfäffikon, commune au polygone central et à celui du Nord-Est. Après avoir travaillé pendant quelques jours avec M. Benz, l'ingénieur a terminé l'opération en dix-sept jours jusqu'au 8 avril, sans trouver nulle part une différence, quelque peu sensible, avec le résultat du premier nivellement¹.

Immédiatement après, M. Redard est parti pour Locarno, pour com-

¹ Voir à la fin du paragraphe (page 286) le résumé statistique des opérations exécutées par M. Redard en 1873.

mencer l'importante opération du contrôle de la ligne du Simplon. L'ingénieur ne rencontra d'abord nulle part des différences notables, mais le 3 juin, entre Canobbio et Sta-Maria Maggiore, il trouva entre les repères Nos 37 et 36 une différence de niveau plus forte d'un mètre entier que celle indiquée en 1870 par M. Schönholzer. Un second et un troisième nivellement de la même section, entrepris le lendemain, confirmèrent le nouveau résultat, et on avait ainsi trouvé l'explication de l'erreur de clôture du polygone des Alpes dans une simple erreur de lecture de la mire, commise par M. Schönholzer. C'est la première fois qu'une pareille mésaventure était arrivée à un de nos ingénieurs, si consciencieux du reste; et il est difficile de s'expliquer comment cette erreur de lecture, ou d'écriture, de 1 mètre, a pu être commise trois fois de suite sur les trois fils, surtout si l'ingénieur avait suivi la règle posée dans les instructions, d'après laquelle il aurait dû, avant de lever l'instrument, vérifier encore une fois par un dernier coup d'œil dans la lunette le chiffre des centimètres. Une circonstance atténuante doit être trouvée dans les conditions extraordinairement défavorables du terrain, où il a fallu niveler sur un sentier très-rapide et presque impraticable.

Bien que nous fussions avertis par dépêche que le but de l'opération était atteint, nous avons jugé à propos de faire continuer jusqu'à Brigue le second nivellement du Simplon, l'erreur de clôture dans le polygone des Alpes étant encore trop considérable, bien que diminuée de 1 mètre. M. Redard est arrivé le 13 septembre à Brigue, après avoir été gêné souvent par le mauvais temps et surtout par la violence du vent, à tel point que le nombre de jours exigé pour cette opération, en ayant égard à la longueur de la ligne, dépasse notablement la proportion ordinaire; en effet, l'ingénieur a mis 155 jours pour niveler 127 kilomètres entre Locarno et Brigue, ce qui fait 0kil,8 par jour, tandis que dans la première opération M. Schönholzer avait fait 1kil,4 par jour, et que pour les deux nivellements du Gothard l'avancement journalier avait aussi toujours dépassé notablement 1kil.

Comme on le verra dans les tableaux qui donneront comparativement

les résultats des deux nivellements, la discordance entre les deux opérations, abstraction faite de l'erreur de 1^m, n'a dépassé les limites admissibles qu'une seule fois, près de Bérisal, où le premier nivellement avait donné, pour la section NF₈₅—⊙₁₉, une différence de niveau trop faible de 5^{cm}; le résultat de 1873 ayant été vérifié par une seconde opération, nous avons exclu la cote de M. Schönholzer comme erronée.

Après avoir ainsi terminé avec succès la tâche principale de la campagne, M. Redard s'est rendu de Brigue à Schwytz pour refaire une seconde fois les sections encore douteuses du polygone central, savoir Schwytz-Sattel-Pfäffikon et Zurich-Brugg, opération qu'il a exécutée du 16 septembre au 29 octobre, sans trouver nulle part des divergences avec le premier nivellement dépassant la limite admise pour la différence de niveau entre deux repères consécutifs.

Enfin, malgré la saison déjà avancée à la fin d'octobre, nous avons cru devoir profiter du temps encore favorable pour faire exécuter, près du lac de Genève, quelques petites opérations destinées à lever certaines incertitudes sur le raccordement des échelles limnimétriques établies le long de ce lac. Comme la partie supérieure du bassin se trouvait rattachée à la partie inférieure par une seule ligne passant par Lausanne, c'est-à-dire à une hauteur de 168^m au-dessus du niveau du lac, nous avons jugé utile de compléter le nivellement le long de la rive par une opération directe de Cully à Morges par Ouchy. Cette opération de contrôle a confirmé, à quelques millimètres près, les valeurs obtenues précédemment pour les différences de niveau entre ces points, et elle a permis de rattacher avec une grande exactitude les échelles limnimétriques d'Ouchy et de Vevey avec le repère de la pierre du Niton. En outre, M. Redard a déterminé, dans la ville de Genève et ses environs, les cotes d'un certain nombre de repères destinés à rattacher les différents limnimètres au repère de la pierre du Niton.

A la fin de novembre, M. Redard est revenu à Neuchâtel pour exécuter à l'observatoire la réduction de ses opérations, ce qui a été fait en trois mois, tandis qu'en même temps la même réduction se faisait à double

par M. Gardy à Genève. A deux reprises, aux mois de février et d'avril, nous nous sommes rencontrés à Genève, pour confronter les calculs des deux ingénieurs, exécutés du reste avec beaucoup de soin, et pour établir ainsi les résultats qu'on trouvera consignés dans les tableaux.

Comme nous avons l'intention de publier dans cette cinquième livraison les données complètes pour le polygone des Alpes et pour le polygone central, et comme ce dernier, malgré les opérations de contrôle dont il a été question, laissait encore persister une erreur de clôture de 1 décimètre pour un périmètre de 218^{kil}, nous avons jugé nécessaire de répéter encore le nivellement du côté Aarbourg-Lucerne, le seul côté de ce polygone qui n'eût pas encore été contrôlé de cette façon. C'est ce que M. Redard a fait au commencement de cet été, du 1^{er} juin au 8 juillet; pour ne pas interrompre les travaux de campagne de M. Redard, les observations de cette section ont été réduites par M. Gardy seul, lequel a fait les calculs à double, d'une manière parfaitement indépendante. La confrontation ordinaire de ces deux calculs, que nous avons faite au mois d'août, nous a donné par leur accord une nouvelle preuve de l'exactitude obtenue par ce calculateur expérimenté. Pour cette section encore, les résultats de la seconde opération ne diffèrent de ceux de la première que dans les limites des erreurs ordinaires d'observation.

Nous résumons ce court aperçu historique par le tableau statistique suivant des lignes et sections nivelées :

(Voyez le tableau ci-derrière.)

Enfin nous rendons compte, d'après le rapport reçu du bureau d'état-major fédéral, de l'état actuel des repèvements. D'après les procès-verbaux dressés par M. Pfändler, cet ingénieur du bureau d'état-major a examiné, en automne 1873 et au printemps 1874, les lignes de la Furka, les sections Brissago-Locarno-Bellinzone-Giornico, le polygone Nord-Est entre les lacs de Zurich et Constance, les lignes Aarbourg-Lucerne et

Sections.	Nombre de jours.	Repères en bronze.	Repères secondaires.	Autres points nivelés.	Distance nivelée.
A. Nivellement de contrôle entre Zurich-Pfäffikon, du 22 mars au 8 avril 1873.					
Zurich-Thalwyl	6	2	8	—	kilom. 10,373
Thalwyl-Horgen	2	1	4	—	5,554
Horgen-Wädenschwyl	2	1	3	—	7,247
Wädenschwyl-Richterschwyl	2	1	2	—	4,033
Richterschwyl-Pfäffikon	5	1	4	—	5,848
Total	17	6	21	—	33,055
B. Nivellement de contrôle de Locarno-Simplon-Brigue, du 12 avril au 13 septembre 1873.					
Locarno-Brissago	17	2	11	2	kilom. 10,631
Brissago-Canobbio	4	1	5	—	7,223
Canobbio-Sta.-Maria Maggiore	52	1	45	—	23,100
Sta.-Maria Magg.-Domo d'Ossola	15	1	22	—	16,527
Domo d'Ossola-Gondo	16	1	18	—	21,425
Gondo-Simplon (Village)	10	1	16	—	10,520
Simplon (Vill.)-Simplon (Hospice)	21	1	18	—	8,696
Simplon (Hospice)-Berisal	11	2	11	—	11,406
Berisal-Brigue	9	1	22	—	11,342
Total	155	11	168	2	125,920
C. Nivellement de contrôle de Schwytz-Pfäffikon, du 16 septembre au 7 octobre 1873.					
Schwytz-Sattel	9	2	9	—	kilom. 9,271
Sattel-Rothenthurm	3	1	4	—	4,414
Rothenthurm-Biberbruck	5	1	5	—	7,028
Biberbruck-Schindellegi	2	1	2	—	3,630
Schindellegi-Pfäffikon	3	1	5	—	6,051
Total	22	6	25	—	30,394
D. Nivellement de contrôle de Zurich-Brugg, du 10 au 29 octobre 1873.					
Zurich-Dietikon	4	2	6	—	kilom. 11,760
Dietikon-Baden	10	1	8	—	11,707
Baden-Turgi	4	1	4	—	5,591
Turgi-Brugg	2	1	1	—	4,029
Total	20	5	19	—	33,087
E. Nivellement de la ligne Cully-Ouchy-Morges, du 31 octobre au 25 novembre 1873.					
Cully-Morges	14	2	13	2	kilom. 20,847
F. Nivellement des limnimètres de Genève, du 19 au 24 novembre 1873.					
Pierre à Niton - Limnimètres	5	3	5	3	kilom. 5,378
G. Nivellement de contrôle d'Aarbourg-Lucerne, du 1^{er} juin au 8 juillet 1874.					
Aarbourg-Zofingue	3	2	3	—	kilom. 4,738
Zofingue-Sursee	20	1	16	—	21,007
Sursee-Emmenbrücke	12	1	12	—	19,263
Emmenbrücke-Lucerne	3	2	2	—	4,179
Total	38	6	33	—	49,177

Murgenthal-Brugg, et enfin Bötzing-Frick-Bâle, et il a été gravé sur ces lignes, en 1873 et 1874 :

Par les soins des cantons	199 repères de second ordre.
» de la Confédération	114 » »
<hr/>	
Total	313 » »

qui, ajoutés au nombre de 696 repères gravés jusqu'à la fin de 1871, donnent un total de 1009 repères de second ordre conservés.

Les recherches de M. Pfändler ont constaté que, sur les lignes indiquées, 25 repères ont disparu, ou n'ont pas été retrouvés, parmi lesquels deux repères en bronze, le N° 30 à Aarbourg¹ et le N° 166 qui avait été scellé sur un gros rocher près de la borne kilométrique N° 12 au Kupferboden, entre Deisch et Moerel. Les 23 repères de second ordre perdus forment à peu près 7 % du nombre total; ce chiffre de pertes n'est nullement exagéré, si l'on songe que ces repères de second ordre sont souvent établis dans la nécessité du moment, lorsque l'ingénieur est forcé d'interrompre le travail, et qu'ils se trouvent parfois dans des conditions peu favorables à leur conservation.

§ XXI.

Détermination des constantes instrumentales et de la longueur des mires.

Nous avons employé aux travaux de 1873 l'instrument désigné par le N° I, et comme le réticule de cet instrument s'est cassé au printemps 1874, précisément pendant l'opération de la détermination des distances des fils, nous nous sommes servis en 1874 de l'instrument N° II. Pour la campagne de 1873 c'est la mire désignée sous le N° II qui a été employée, et pour celle de 1874 la mire N° I. Les constantes de ces instruments et la longueur des mires ont été déterminées comme d'habitude.

¹ Voir quatrième livraison, page 239.

Quant au premier instrument, MM. Benz et Redard ont mesuré le 21 mars 1873, à Zurich, les distances des fils, et le calcul a donné :

$$A = 408'',92 \pm 0'',41, \text{ distance angulaire des fils extrêmes}$$

$$\frac{A_2 - A_1}{3} = -0'',24 \pm 0'',06, \text{ réduction de la moyenne des trois fils au fil du milieu.}$$

On voit que les valeurs, quoiqu'un peu plus faibles que l'année dernière, restent parfaitement dans les limites des variations habituelles; celle de A est presque identiquement la même qu'on avait trouvée en 1866.

Le niveau N° 9084 de l'instrument I avait été déterminé, ainsi qu'il a été déjà mentionné dans la précédente livraison, à la fin de 1872; une répétition de la détermination au printemps de 1873 a donné la même valeur, à l'incertitude près; mais, à la fin de la campagne, une nouvelle détermination a donné une valeur un peu plus forte. Nous avons donc à tenir compte des trois déterminations suivantes :

$$\begin{aligned} 2 \text{ novembre } 1872 \text{ } 1^{\text{p}} &= 3'',067 \pm 0'',026 \text{ (par 40 mesures)} \\ 21 \text{ mars } 1873 \text{ } 1^{\text{p}} &= 3'',049 \pm 0'',062 \text{ (par 40 mesures)} \\ 3 \text{ décembre } 1873 \text{ } 1^{\text{p}} &= 3'',459 \pm 0'',027 \text{ (par 30 mesures)} \end{aligned}$$

La moyenne arithmétique des trois déterminations serait $3'',092 \pm 0'',034$;
la moyenne probable d'après l'incertitude de chaque détermination $3'',104 \pm 0'',033$;
et la moyenne probable d'après le nombre des mesures $3'',099 \pm 0'',033$.

Mais comme les deux premières déterminations, faites avant le commencement de la campagne, s'accordent largement dans les limites des erreurs, on peut admettre que le niveau n'a pas changé pendant l'hiver où l'instrument n'a pas servi; par contre, la dernière détermination à la fin de la campagne montre une variation réelle, de $\frac{1}{30}$ environ, dans la valeur d'une partie, provenant probablement d'une modification moléculaire lente dans le tube du niveau. Il nous a semblé, par conséquent, plus rationnel de prendre d'abord la moyenne probable des deux pre-

mières valeurs, savoir $3''{,}064 \pm 0''{,}006$, et de la combiner avec la dernière en simple moyenne arithmétique, ce qui donne pour la valeur employée pendant la campagne de 1873 : $1^p = 3''{,}112 \pm 0''{,}047$.

Avec ces éléments, les constantes de nos trois tables de réduction sont :

$D = c \times 5{,}0441^m$ pour la distance de la mire.

$R = -c \times 0{,}058$ en centièmes de centimètres, pour la réduction au fil du milieu.

$X = c \times p \times 0{,}76103$ » » pour la correction provenant des erreurs instrumentales et de l'inclinaison.

$C = \frac{\delta}{c} \times 131{,}4$ pour le calcul de la collimation, en désignant par δ la demi-différence des lectures dans les deux positions de la lunette.

C'est avec les tables construites avec ces données que toutes les observations de 1873 ont été réduites.

Pour l'instrument II, nous avons d'abord trouvé pour le réticule des valeurs presque identiques à celles des années précédentes; car la détermination faite par M. Redard, à Neuchâtel, le 25 mai 1874, a donné :

$$\begin{aligned} A &= 412''{,}72_s \pm 0''{,}37 \text{ et} \\ \frac{A_2 - A_1}{3} &= + 3''{,}87 \pm 0''{,}12. \end{aligned}$$

Comme nous l'avons déjà mentionné, l'ancien niveau N° 8762 ayant été cassé en 1872, nous l'avons remplacé par un nouveau, qui est à réservoir, et que nous désignons par le N° 1. Vingt mesures, faites le 25 mai 1874 au cercle méridien de Neuchâtel, ont donné pour valeur d'une partie $1^p = 4''{,}086 \pm 0''{,}034$.

Les constantes, d'après lesquelles les tables de réduction pour les observations de 1874 doivent être calculées, sont ainsi :

$$\begin{aligned} D &= c \times 4^m{,}99763 \\ R &= + c \times 0{,}93743 \\ X &= c \times p \times 0{,}99000_s \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} D \\ R \\ X \end{aligned}} \right\} \text{ en centièmes de centimètre}$$

$$C = \frac{\delta}{c} \times 101{,}01$$

Ces valeurs s'écartent sensiblement des anciennes, à cause du changement de niveau, et il a fallu par conséquent construire de nouvelles tables pour la réduction de la section Aarbourg-Lucerne.

L'important sujet de la détermination de la longueur des mires a été traité avec détail dans la dernière livraison. Aussi nous bornons-nous cette fois à rendre compte des comparaisons faites depuis lors à l'étalon de Berne, et à déduire de l'ensemble des mesures exécutées jusqu'à présent les valeurs de la longueur des deux mires, d'après lesquelles la réduction a été effectuée.

D'abord l'un de nous a comparé les mires à la fin de la campagne de 1873 dans la manière usitée, et il a obtenu les résultats suivants :

**Comparaison des mires faites à l'étalon de Berne, le 12 décembre 1873,
par M. Hirsch.**

Comparaison entre les traits de	Mire I	Mire II		
	Tempér. moy. 5°,7 290 ^{cm} de la mire =	1 ^{re} série Tempér. moy. 6°,84 290 ^{cm} de la mire =	2 ^{me} série Tempér. moy. 7°,42 290 ^{cm} de la mire =	Moyenne Tempér. moy. 7°,13 290 ^{cm} de la mire =
cm — cm	mm	mm	mm	mm
1 — 291	—	2901,233	2901,313	2901,273
2 — 292	2902,530	297	324	310
3 — 293	470	244	429	337
4 — 294	419	323	332	328
5 — 295	467	317	442	379
6 — 296	436	320	331	326
7 — 297	448	378	381	379
8 — 298	451	324	331	328
9 — 299	392	348	279	313
Moyenne	2902,452 ±0,014	2901,309 ±0,015	2901,351 ±0,018	2901,330 ±0,011

Il en résulte pour la longueur de 1 mètre de la mire I = $1^m,000845 \pm 0^{mm},005$
 » » » » » » » » » » » » » »
 II = $1^m,000459 \pm 0^{mm},004$
 pour l'équation des deux mires I-II = $0^{mm},386 \pm 0^{mm},006$.

Ces valeurs sont sensiblement plus fortes que les valeurs moyennes, de 0mm,14 à 0mm,15, ce qui peut être attribué en partie à la circonstance que le local du bureau des poids et mesures, dans lequel se font les comparaisons, a été chauffé trop tard; cette pièce n'est ordinairement pas chauffée, et elle se trouvait à une température assez basse, vu le froid qui régnait alors, il est ainsi possible que l'étalon en fer n'ait pas eu le temps d'acquiescer dans toute sa masse la température indiquée par le thermomètre placé sur la barre. Bien que les écarts entre les valeurs observées en décembre 1873 et les valeurs moyennes soient plus petits que les écarts en sens opposé observés en 1868, nous avons jugé utile de comparer les mires encore une fois dans des conditions moins anormales. C'est ce que M. Plantamour a fait au mois de mai; voici les résultats de ses observations :

Comparaison des mires faites à l'étalon de Berne, le 15 mai 1874,
par M. Plantamour.

Comparaison entre les traits	Mire I			Mire II		
	1 ^{re} série (matin) Temp. moy. 9°,62 290 ^{cm} de la mire =	2 ^{me} série (soir) Temp. moy. 9°,98 290 ^{cm} de la mire =	Moyenne Temp. moy. 9°,80.	1 ^{re} série (matin) Temp. moy. 9°,90 290 ^{cm} de la mire =	2 ^{me} série (soir) Temp. moy. 10°,18 290 ^{cm} de la mire =	Moyenne Temp. moy. 10°,04.
3 — 293	2902,172	2902,176	2902,174	2901,198	2901,167	2901,182
4 — 294	114	128	121	131	127	129
5 — 295	153	127	140	168	179	173
6 — 296	108	095	101	040	063	052
7 — 297	131	129	130	092	144	118
	2902,135 ±0,012	2902,131 ±0,013	2902,133 ±0,012	2901,126 ±0,028	2901,136 ±0,020	2901,131 ±0,023

On en conclut pour la longueur de 1 mètre de la mire I = 1^m,000735 ± 0^{mm},004
 » » » » II = 1^m,000390 ± 0^{mm},008
 pour l'équation des mires I-II = 0^{mm},345 ± 0^{mm},009

Ces chiffres, quoique supérieurs encore aux moyennes générales, s'en rapprochent davantage, et dans les limites de la variabilité moyenne. En effet, si l'on combine les deux nouvelles déterminations, dont nous venons de rendre compte, avec les neuf anciennes (voir page 230), on trouve les résultats suivants :

	Mire I.	Mire II.	Équation I-II.
Moyenne arithmétique des 11 déterminations	1 ^m ,000697	1 ^m ,000317	+0 ^{mm} ,380
Erreur moyenne de la moyenne	±0 ^{mm} ,031	±0 ^{mm} ,032	±0 ^{mm} ,009
Variation moyenne	±0 ^{mm} ,078	±0 ^{mm} ,082	±0 ^{mm} ,022

C'est avec ces nouveaux chiffres que nous avons réduit tous les nivellements dont il est question dans cette livraison, soit ceux relatifs à la campagne 1873, soit ceux relatifs à des côtés de polygones nivelés dans des campagnes antérieures. Si on les compare avec ceux dont nous avons fait usage dans la dernière livraison (1,000677 pour la mire I et 1,000294 pour la mire II), on voit qu'ils en diffèrent de quantités s'élevant à une petite fraction seulement de leur incertitude. Il est donc permis de conclure que les valeurs moyennes, obtenues par l'ensemble des onze déterminations exécutées de 1867 à 1874, ne seront plus modifiées d'une manière sensible par les comparaisons futures; celles-ci seront continuées, soit à Berne, soit à Neuchâtel, afin d'avoir un contrôle constant sur les changements qui pourraient s'opérer dans la longueur des mires. Mais tant que les variations constatées dans ces comparaisons resteront dans les limites des variations constatées antérieurement, et qu'elles ne mettront pas en évidence un changement réel et permanent, au lieu d'un changement accidentel et passager dans la longueur des mires, nous conserverons pour la réduction des nivellements futurs les valeurs obtenues actuellement, savoir :

1,000697 pour la mire I
 1,000317 pour la mire II,

sans avoir égard aux petites modifications qui pourraient résulter d'année en année par de nouvelles comparaisons.

Lorsque l'entreprise du nivellement de précision sera entièrement terminée, et qu'il s'agira de faire la compensation de tout le réseau et d'établir les cotes absolues et définitives, nous reprendrons toutes les données obtenues dès le commencement à Berne et à Neuchâtel, pour en déduire les valeurs définitives des mires, et pour recalculer avec ces valeurs la réduction de tous les nivellements exécutés avec ces mires.

§ XXII.

Résultats des nivellements exécutés en 1869, 1870 et 1873.

Les tableaux suivants renferment, sous la même forme que ceux des livraisons précédentes, les résultats des opérations suivantes :

1^o Ligne Locarno-Simplon-Brigue, première opération exécutée en 1870, par M. Schönholzer; seconde opération, en 1873, par M. Redard.

Cette ligne est sur une longueur de 70^{km},9 sur le territoire italien, entre Brissago et Gondo.

2^o Ligne Schwytz-Pfäffikon-Zurich-Brugg, première opération exécutée par M. Benz en 1870; seconde opération, en 1873, par M. Redard.

3^o Ligne Aarbourg-Lucerne, première opération exécutée par M. Benz en 1869; seconde opération par M. Redard en 1874.

4^o Ligne Cully-Ouchy, première opération exécutée par M. Benz en 1870; seconde opération exécutée par M. Redard en 1873.

5^o Ligne Ouchy-Morges, exécutée par M. Redard en 1873.

6^o Raccordements aux environs de Genève, exécutés par M. Redard en 873.

De même que l'année dernière, nous conservons dans ces tableaux les dixièmes de millimètre, pour éviter les petites erreurs qui pourraient résulter dans les cotes définitives de la suppression des fractions; les corrections qui seront appliquées plus tard, par suite de la compensation du réseau et d'une petite modification dans la valeur définitive adoptée pour l'équation des mires, portent le plus souvent sur des fractions de millimètre. Celles-ci doivent donc être conservées dans les tableaux et dans les calculs, mais elles seront naturellement supprimées dans les tableaux des cotes définitives.

Résultats des deux opérations de nivellement sur la ligne Locarno-Simplon-Brigue.

Repères.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence de niveau d'un repère à l'autre.			Désignation des repères.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
1^o De Locarno NF 92 à Brissago NF 117.					
⊙67—NF92	0,531 ^{km}	+13,1415 ^m	+13,1411 ^m	+13,1413 ^m	NF92 <i>r</i> en bronze scellé à l'entrée du palais du gouvernement, à Locarno.
⊙65—⊙67	2,302	— 0,5579	— 0,5564	— 0,5571	⊙67 <i>r</i> sur le seuil de la grande porte de l'église St.-Francesco, à Locarno.
⊙64—⊙65	0,987	—10,3616	—10,3674	—10,3645	⊙65 <i>r</i> sur une borne au deuxième contour de la route, après le pont sur la Maggia, à la bifurcation d'un chemin à gauche.
⊙63—⊙64	1,516	+11,2988	+11,3037	+11,3012	⊙64 <i>r</i> sur l'extrémité du second parapet, entre la route et le lac, à la sortie d'Ascona.
⊙62—⊙63	0,490	+ 1,6285	+ 1,6255	+ 1,6270	⊙63 <i>r</i> sur l'extrémité du premier de 12 petits murs de parapet entre la route et le lac, à 150 ^m environ en deçà du hameau de Moscia.
⊙60—⊙62	3,253	—10,4557	—10,4602	—10,4579	⊙62 <i>r</i> sur l'extrémité du dernier de trois petits murs de parapet entre la route et le lac, à 350 ^m environ au delà du hameau de Moscia, en face d'un gros rocher surplombant.
⊙59—⊙60	1,300	+13,6616	+13,6653	+13,6634	⊙60 <i>r</i> sur l'extrémité d'un mur de parapet courbé, à la traversée d'un ruisseau sur un ponceau voûté.
NF117—⊙59	0,274	— 8,5214	— 8,5180	— 8,5197	⊙59 <i>r</i> sur l'extrémité du parapet d'amont du pont voûté de Brissago.
NF117—NF92	10,653	+ 9,8338	+ 9,8336	+ 9,8337	NF117 <i>r</i> en bronze scellé sur le seuil de la porte de l'église de Brissago.
Raccordement de repères intermédiaires sur la section NF 92 à NF 117.					
⊙66 _a —⊙65	0,166 ^{km}		— 1,6730 ^m		⊙66 _a <i>r</i> entre ⊙67 et ⊙65 sur un banc en pierre, à droite de la route, à 400 ^m environ au delà du pont sur la Maggia. Dans la 1 ^{re} opération, en 1870, l'ingénieur a dû suivre une route différente entre les repères ⊙67 et ⊙65; le pont sur la Maggia avait été détruit et le passage de la rivière s'effectuait sur un bac, auquel on arrivait par un sentier traversant des terrains fréquemment inondés. Il a placé un repère ⊙66 sur une pierre, située à gauche du sentier, sur la rive droite de la Maggia, près du bac, déterminé comme suit: ⊙66—⊙65, distance 0 ^k ,764, différence de niveau —5 ^m ,8336. Ce repère n'a pas été retrouvé en 1873.
⊙63 _a —⊙64	0,633		+ 7,8317		⊙63 _a <i>r</i> entre ⊙64 et ⊙63 sur un mur de parapet le long du lac, au fond d'un petit golfe.
⊙61 _a —⊙62	0,645		— 0,7650		⊙61 _a <i>r</i> entre ⊙62 et ⊙60 sur le dernier de trois murs de parapet entre la route et le lac.
⊙61—⊙62	1,418	— 4,0025			⊙61 <i>r</i> entre ⊙62 et ⊙60 sur un rocher à gauche de la route, au-dessous de l'église de Ronco; ce repère n'a pas été retrouvé en 1873.

Résultats des deux opérations de nivellement sur la ligne Locarno-Simplon-Brigue.

Repères.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence de niveau d'un repère à l'autre.			Désignation des repères.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
<i>Raccordement de repères intermédiaires sur la section NF 92 à NF 117 (suite).</i>					
⊙60 _a - ⊙60	km 0,723		m - 0,6552		⊙60 _a <i>r</i> entre ⊙62 et ⊙60 sur un mur de parapet entre la route et le lac, au-dessous de la chapelle « Fontana Martina. »
⊙ <i>t</i> - ⊙59	0,165		-15,7140		⊙ <i>t</i> trait marqué sur le mur de la fabrique de cigares à Brissago et indiquant le niveau des hautes eaux du 4 octobre 1868. Le 23 avril 1873, le niveau du lac était à -22 ^m ,485 au-dessous de ⊙59.
2° De Brissago NF 117 à Canobbio NF 116.					
⊙58-NF117	km 0,839	+ 7,4541	+ 7,4504	+ 7,4522	⊙58 <i>r</i> sur le parapet, en aval, du 2 ^{me} pont voûté à « Ponte. »
⊙57 - ⊙58	1,418	- 8,1240	- 8,1246	- 8,1243	⊙57 <i>r</i> sur le milieu du parapet, en aval, du pont sur le Valmara, limite entre la Suisse et l'Italie.
<i>A partir de ce point la ligne de nivellement emprunte le territoire italien.</i>					
⊙56 - ⊙57	0,800	- 0,4006	- 0,4112	- 0,4059	⊙56 <i>r</i> sur le mur de parapet entre la route et le lac, en face de la borne kilométrique 4 ¹ / ₂ kilom. de Canobbio.
⊙55 - ⊙56	1,715	- 2,6104	- 2,6009	- 2,6056	⊙55 <i>r</i> sur le mur de parapet derrière la borne kilométrique marquant 26 kilom. de Pallanza.
⊙54 - ⊙55	1,685	- 0,8935	- 0,8996	- 0,8965	⊙54 <i>r</i> sur la corniche du pont sur la rivière Canobbio, rive gauche, côté d'amont.
NF116 - ⊙54	0,792	+10,9977	+11,0036	+11,0006	NF116 <i>r</i> en bronze scellé sur le seuil de la porte de l'église « S.-Victori » à Canobbio, côté droit.
NF116-NF117	7,249	+ 6,4233	+ 6,4177	+ 6,4205	
3° De Canobbio NF 116 à Sta-Maria Maggiore NF 91.					
⊙53-NF116	km 0,443	- 5,6782	- 5,6798	- 5,6790	⊙53 <i>r</i> sur le seuil de la porte du jardin de la dernière maison de Canobbio, à droite de la route.
⊙52 - ⊙53	1,773	+42,8372	+42,8411	+42,8392	⊙52 <i>r</i> sur la marche inférieure du perron du jardin de M. Perrotti, à Treffiume.
⊙51 - ⊙52	0,564	- 1,9580	- 1,9591	- 1,9585	⊙51 <i>r</i> sur l'extrémité du parapet d'amont du pont sur la rivière Canobbio.
⊙50 - ⊙51	0,707	+65,5992	+65,6014	+65,6003	⊙50 <i>r</i> sur la borne kilométrique marquant 3 kilom. de Canobbio.
⊙49 - ⊙50	0,737	+45,3123	+45,3176	+45,3149	⊙49 <i>r</i> sur un rocher, à gauche de la route, à 300 ^m environ avant la borne kilométrique n° 4.
⊙47 - ⊙49	1,996	+ 6,7442	+ 6,7446	+ 6,7444	⊙47 <i>r</i> sur un rocher, à gauche de la route, à 350 ^m environ avant la borne kilométrique n° 6.
⊙46 - ⊙47	1,270	-10,8308	-10,8365	-10,8336	⊙46 <i>r</i> sur le parapet d'aval du pont sur la rivière Canobbio, à Socragio.
⊙45 - ⊙46	1,867	+51,0438	+51,0439	+51,0439	⊙45 <i>r</i> sur un rocher à droite de la route, à 3 ^m au delà d'une croix mortuaire en fer scellée dans le rocher.
⊙44 - ⊙45	0,512	+15,0597	+15,0601	+15,0599	⊙44 <i>r</i> sur la tête d'une coulisse, à droite de la route, à 120 ^m environ au delà d'une petite chapelle.

Résultats des deux opérations de nivellement sur la ligne Locarno-Simplon-Brigue.

Repères.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence de niveau d'un repère à l'autre.			Désignation des repères.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
3^e De Canobbio NF 116 à Sta-Maria Maggiore NF 91 (suite).					
⊙43—⊙14	1,309	+30,7592	+30,7548	+30,7570	⊙43 r sur un rocher à gauche de la route, près d'une coulisse, entre le 1 ^{er} et le 2 ^{me} pont sur la rivière Canobbio.
⊙42—⊙43	1,628	+46,6144	+46,6047	+46,6095	⊙42 r sur l'extrémité, rive gauche, du parapet d'aval du pont sur le Rio di Ghiridone.
⊙41—⊙42	0,654	+46,2129	+46,2104	+46,2117	⊙41 r sur le quatrième mur de parapet à gauche, à l'extrémité de la nouvelle route.
⊙39—⊙41	0,855	+114,9169	+114,9197	+114,9183	⊙39 r sur le socle de la chapelle située au-dessous de Orasso.
⊙38—⊙39	0,539	+51,5257	+51,5305	+51,5281	⊙38 r sur le rocher près de la boîte aux lettres, à Orasso.
⊙37—⊙38	0,198	+17,2795	+17,2813	+17,2804	⊙37 r sur un rocher à droite du sentier, à 20 ^m au delà du village d'Orasso.
⊙36—⊙37	0,560	+29,6458	+30,6498	+30,6478	⊙36 r sur un rocher à droite du sentier.
⊙35—⊙36	0,468	+39,3748	+39,3763	+39,3756	⊙35 r sur une grosse pierre, près d'un ruisseau, un peu au delà de deux maisons.
⊙34—⊙35	0,453	+32,1154	+32,1105	+32,1129	⊙34 r sur une pierre à gauche du sentier, à 50 ^m au delà de la passerelle en bois, près du moulin de Cursolo.
⊙33—⊙34	0,521	+49,0541	+49,0487	+49,0514	⊙33 r sur un rocher à gauche du sentier, au-dessous de l'église de Cursolo.
⊙32—⊙33	0,502	+ 5,6837	+ 5,6815	+ 5,6826	⊙32 r sur un rocher au bord du sentier, à gauche, à 50 ^m au delà d'une chapelle.
⊙31—⊙32	0,599	-19,4865	-19,4858	-19,4862	⊙31 r sur un rocher à droite du sentier, à 30 ^m en deçà d'un groupe de maisons.
⊙29—⊙31	0,711	-29,1533	-29,1470	-29,1502	⊙29 r sur une tête de rocher à gauche de la route, à 300 ^m environ au delà de la galerie pratiquée pour la nouvelle route.
⊙28—⊙29	0,682	-11,3913	-11,3948	-11,3930	⊙28 r sur le parapet d'amont du pont sur le Rio di Ceres.
⊙27—⊙28	0,581	+32,2083	+32,2109	+32,2096	⊙27 r sur un couvercle de coulisse à droite de la route, à 1/2 kilom. en deçà de Finero.
⊙26—⊙27	0,635	+45,7768	+45,7775	+45,7771	⊙26 r sur un rocher à droite de la route, en face du cimetière de Finero.
⊙25—⊙26	0,982	+60,6070	+60,6029	+60,6050	⊙25 r sur un rocher à 3 ^m à droite de la route, près d'une chapelle; c'est le point culminant de la route.
⊙24—⊙25	0,537	-55,9758	-55,9716	-55,9737	⊙24 r sur un rocher à gauche dans un contour de la route, à 55 ^m en deçà d'un pont voûté.
⊙23—⊙24	0,489	-55,0952	-55,0926	-55,0939	⊙23 r sur un rocher à gauche de la route, au point où la pente devient très-faible.
⊙22—⊙23	1,352	-39,3728	-39,3802	-39,3765	⊙22 r sur une borne à gauche de la route, près d'un aqueduc.

¹ Dans la première opération, exécutée en 1870 par M. Schœnholzer, il s'est glissé une erreur de 1 mètre entier sur la section ⊙36 à ⊙37; M. Redard a répété trois fois l'opération sur cette section en 1873, et il a trouvé les chiffres suivants: +30^m,6521; +30^m,6470; +30^m,6475; il n'y a donc aucun doute sur l'erreur de lecture, ou d'écriture, d'un mètre entier commise en 1870, la fraction étant exacte. Cette erreur peut s'expliquer par la nature excessivement difficile du terrain, la pente sur un très-mauvais sentier était tellement forte que la mire devait être placée à un très-petit nombre de mètres de la lunette, et le tirage de l'oculaire ne permettait pas d'ajuster au foyer pour que les chiffres fussent distincts. L'on a pris pour la fraction moyenne de la différence de niveau pour cette section la moyenne arithmétique de la fraction donnée par les quatre opérations, et l'erreur de 1 mètre a été corrigée sur la différence totale de niveau entre NF91 et NF116, telle qu'elle résulte du nivellement de 1870.

Résultats des deux opérations de nivellement sur la ligne Locarno-Simplon-Brigue.

Repères.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence de niveau d'un repère à l'autre.			Designation des repères.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
3^e De Canobbio NF 116 à Sta-Maria Maggiore NF 91 (suite).					
⊙21—⊙22	km 1,117	m -49,6893	m -49,6855	m -49,6874	⊙21 <i>r</i> sur la marche inférieure du perron de l'église de Malesco.
⊙20—⊙21	0,970	- 9,2369	- 9,2467	- 9,2418	⊙20 <i>r</i> sur une borne à gauche de la route, à 220 ^m au delà du pont en bois sur l'Ariana.
⊙19—⊙20	1,243	+39,6241	+39,6261	+39,6251	⊙19 <i>r</i> sur le seuil de la petite chapelle, en deçà de Sta-Maria Maggiore.
NF91—⊙19	0,709	+21,3273	+21,3256	+21,3264	NF91 <i>r</i> en bronze scellé sur le seuil de l'entrée principale de l'église de Sta-Maria Maggiore.
NF91-NF116	28,183	+602,4542	+602,4403	+602,4473	
<i>Raccordement de repères intermédiaires sur la section NF 116 à NF 91.</i>					
⊙52 _a —⊙53	km 1,146	m	m +15,3155		⊙52 _a <i>r</i> entre ⊙53 et ⊙52, sur le parapet d'amont du pont sur la rivière Canobbio, avant Treffiume, à l'extrémité rive droite.
⊙49 _a —⊙50	0,380		+21,5605		⊙49 _a <i>r</i> entre ⊙50 et ⊙49, sur un rocher à gauche de la route, à un mètre en deçà de l'ouverture d'une coulisse.
⊙48 _b —⊙49	0,232		+ 5,1831		⊙48 _b <i>r</i> entre ⊙49 et ⊙47, sur un rocher à gauche de la route.
⊙48 _a —⊙49	1,052		+ 8,6496		⊙48 _a <i>r</i> entre ⊙49 et ⊙47, sur un rocher à gauche de la route, à 8 mètres au delà d'une coulisse.
⊙48—⊙49	1,245	+ 4,5573			⊙48 <i>r</i> entre ⊙49 et ⊙47, sur le milieu du parapet de gauche d'un pont, à 70 mètres au delà de la borne kilométrique n° 5. Ce parapet était en mauvais état en 1873, la dalle portant le repère n'était pas solide et pouvait facilement se déplacer.
⊙47 _a —⊙47	0,178		- 8,3783		⊙47 _a <i>r</i> entre ⊙47 et ⊙46, sur un rocher à gauche de la route, à 50 mètres d'un pont voûté.
⊙45 _a —⊙46	1,059		+36,5128		⊙45 _a <i>r</i> entre ⊙46 et ⊙45 sur un rocher à droite de la route, à 100 mètres en deçà de la borne kilométrique n° 8.
⊙43 _a —⊙44	0,713		+11,2014		⊙43 _a <i>r</i> entre ⊙44 et ⊙43, sur un rocher à gauche de la route, à 15 mètres d'un pont voûté sur un torrent.
⊙40 _a —⊙41	0,251		+26,3148		⊙40 _a <i>r</i> entre ⊙41 et ⊙39, sur une pierre en saillie dans le sentier, près du point où un sentier très-rapide se détache à gauche.
⊙39 _a —⊙41	0,527		+78,2267		⊙39 _a <i>r</i> entre ⊙41 et ⊙39, sur une pierre à droite du sentier.
⊙40—⊙41	0,562	+74,3483			⊙40 <i>r</i> entre ⊙41 et ⊙39, sur une pierre à gauche du sentier, dans les lacets au-dessous d'Orasso. Ce repère n'a pas été retrouvé en 1873.
⊙38 _a —⊙39	0,319		+37,8977		⊙38 _a <i>r</i> entre ⊙39 et ⊙38, sur le seuil de la chapelle, devant l'église d'Orasso.
⊙37 _a —⊙38	0,072		+ 2,0752		⊙37 _a <i>r</i> entre ⊙38 et ⊙37, sur la marche inférieure du perron de la maison n° 49, à Orasso.

Résultats des deux opérations de nivellement sur la ligne Locarno-Simplon-Brigue.

Repères.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence de niveau d'un repère à l'autre.			Designation des repères.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
<i>Raccordement de repères intermédiaires sur la section NF 116 à NF 91 (suite).</i>					
⊙36 _a —⊙36	0,112		— 0,1709		⊙36 _a <i>r</i> entre ⊙37 et ⊙36, sur un rocher à droite, à 1 mètre au-dessus du sentier.
⊙33 _a —⊙34	0,412		+40,4405		⊙33 _a <i>r</i> entre ⊙34 et ⊙33 sur une pierre au milieu d'un sentier latéral, à 30 mètres au delà du village de Cursolo, près d'une maison en ruine.
⊙30—⊙31	0,564	+13,7321			⊙30 <i>r</i> entre ⊙31 et ⊙29, sur un rocher à gauche de la route, près d'une petite chapelle. Le sentier a été changé depuis 1870, et l'ingénieur n'a pas suivi le même chemin en 1873.
4^o De Sta-Maria Maggiore NF 91 à Domo d'Ossola NF 90.					
⊙18—NF91	1,034	— 3,7961	— 3,8015	— 3,7988	⊙18 <i>r</i> sur la tête d'une coulisse, à gauche de la route, à 65 mètres en deçà d'une chapelle.
⊙17—⊙18	1,043	+25,9207	+25,9163	+25,9185	⊙17 <i>r</i> sur le commencement du parapet de droite du pont, à 200 mètres avant le point culminant de la route.
⊙16—⊙17	0,661	— 9,6370	— 9,6452	— 9,6411	⊙16 <i>r</i> sur la deuxième marche du perron de l'église de Druogno.
⊙15—⊙16	1,060	—46,5996	—46,6034	—46,6015	⊙15 <i>r</i> sur le parapet d'amont du pont sur la Melezze, à Gagnone, extrémité rive droite.
⊙13—⊙15	1,907	—83,1803	—83,1833	—83,1818	⊙13 <i>r</i> sur la dernière borne, à gauche de la route, avant « l'osteria della Bettola ».
⊙12—⊙13	0,921	—45,5129	—45,5191	—45,5160	⊙12 <i>r</i> sur le commencement d'un mur de parapet, à gauche de la route, au-dessus d'un pont sur un ruisseau, près d'un moulin.
⊙11—⊙12	0,598	—44,1859	—44,1751	—44,1805	⊙11 <i>r</i> sur la dalle devant l'entrée de « l'osteria di S.-Giorgio della Vigezzina. »
⊙10—⊙11	0,417	—24,8943	—24,8878	—24,8910	⊙10 <i>r</i> sur le commencement du parapet d'aval d'un pont sur un ruisseau, à 20 mètres au delà du pont sur la Melezze qui conduit à Marone.
⊙9—⊙10	0,873	—67,7420	—67,7358	—67,7389	⊙9 <i>r</i> sur une borne, à gauche de la route, à l'extrémité d'un mur de parapet.
⊙8—⊙9	0,575	—44,7616	—44,7544	—44,7580	⊙8 <i>r</i> sur le commencement d'un mur de parapet, à gauche de la route, près d'un aqueduc voûté.
⊙7—⊙8	1,245	—66,9387	—66,9315	—66,9351	⊙7 <i>r</i> sur le commencement du parapet d'amont du pont sur la Melezze, près de la maison du cantonnier.
⊙6—⊙7	0,492	—28,6405	—28,6359	—28,6382	⊙6 <i>r</i> sur un rocher, à 3 ^m de la route à gauche; la pente augmente à partir de ce point.
⊙5—⊙6	0,423	—38,0363	—38,0306	—38,0334	⊙5 <i>r</i> sur la tête d'une coulisse, à droite de la route, à 100 ^m en deçà d'un gros rocher isolé entre la route et la Melezze.
⊙4—⊙5	0,677	—28,0301	—28,0220	—28,0261	⊙4 <i>r</i> sur une borne, à gauche de la route, près d'un aqueduc voûté.
⊙3—⊙4	0,382	— 4,0745	— 4,0719	— 4,0732	⊙3 <i>r</i> sur le milieu du parapet d'aval du pont sur la Melezze, à l'issue de la vallée.
⊙2—⊙3	1,016	—23,3328	—23,3286	—23,3307	⊙2 <i>r</i> sur une dalle, recouvrant le fossé à droite de la route, et donnant accès à une maison isolée.

Résultats des deux opérations de nivellement sur la ligne Locarno-Simplon-Brigue.

Repères.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence de niveau d'un repère à l'autre.			Designation des repères.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
4° De Sta-Maria Maggiore NF 91 à Domo d'Ossola NF 90 (suite).					
⊙ 1—⊙ 2	1,940 ^{km}	-17,8969 ^m	-17,8865 ^m	-17,8917 ^m	⊙ 1 r sur une grosse pierre, à droite de la route, à 250 ^m au delà du bac sur la Toce. Ce repère est dans la limite des terrains soumis aux inondations de la rivière.
⊙ 74—⊙ 1	0,635	+16,0539	+16,0533	+16,0536	⊙ 74 r sur la tête d'une coulisse, près du croisement de la route du Val di Vegezzo et de celle du Simplon, à 3 ^m de la borne kilométrique.
NF90—⊙ 74	0,713	-4,2830	-4,2806	-4,2818	NF90 r en bronze scellé sur le soubassement, entre deux colonnes du vestibule d'entrée du palais municipal à Domo d'Ossola.
NF90—⊙ 91	16,612	-539,5679	-539,5236	-539,5457	
Raccordement de repères intermédiaires sur la section NF 91 à NF 90.					
⊙ 15 _a —⊙ 15	0,415 ^{km}		+9,9410 ^m		⊙ 15 _a r entre ⊙ 16 et ⊙ 15, sur une borne à droite de la route, en face de la deuxième maison de Gagnone.
⊙ 14—⊙ 15	0,784	-39,6952			⊙ 14 r entre ⊙ 15 et ⊙ 13, sur un rocher à droite de la route. Ce repère n'a pas été retrouvé en 1873.
⊙ 11 _a —⊙ 12	0,342		-24,4270		⊙ 11 _a r entre ⊙ 12 et ⊙ 11, sur le tronçon d'une borne brisée, à gauche de la route.
⊙ 9 _a —⊙ 9	0,170		+15,8354		⊙ 9 _a r entre ⊙ 10 et ⊙ 9, sur un rocher à droite de la route, à 0 ^m ,9 de l'extrémité d'un mur de soutènement.
⊙ 8 _a —⊙ 8	0,186		+10,4758		⊙ 8 _a r entre ⊙ 9 et ⊙ 8, sur le mur du parapet d'un pont voûté, à droite de la route.
5° De Domo d'Ossola NF 90 à Gondo NF 89.					
⊙ 74—NF90	0,713 ^{km}	+4,2830 ^m	+4,2806 ^m	+4,2818 ^m	⊙ 74 même repère que dans la section précédente.
⊙ 73—⊙ 74	1,822	+0,3839	+0,3989	+0,3914	⊙ 73 r sur la 66 ^{me} borne à gauche de la route, après le pont sur la Bogna.
⊙ 72—⊙ 73	1,826	+51,4470	+51,4302	+51,4386	⊙ 72 r sur le commencement du parapet d'aval du pont sur la Diveria, à Preglia.
⊙ 71—⊙ 72	0,710	+42,0981	+42,0923	+42,0952	⊙ 71 r sur un banc en pierre devant une petite chapelle, à droite de la route, près de Allera.
⊙ 70—⊙ 71	1,036	-13,8847	-13,8901	-13,8874	⊙ 70 r sur un rocher à 2 ^m du bord gauche de la route, près du « Ponte Orco, » sur la Diveria.
⊙ 69—⊙ 70	1,384	+28,0592	+28,0450	+28,0521	⊙ 69 r sur le mur de parapet à gauche de la route, à la sortie d'une galerie.
⊙ 68—⊙ 69	1,695	+34,0800	+34,0764	+34,0782	⊙ 68 r sur un rocher entre la Diveria et la route, à 4 ^m du bord de celle-ci, à 350 ^m environ en deçà du hameau de Moniatta.
⊙ 67—⊙ 68	1,634	+32,4928	+32,4826	+32,4877	⊙ 67 r sur une pierre à gauche de la route, à 200 ^m environ au delà d'une contre-pente.
⊙ 66—⊙ 67	0,841	+27,5103	+27,5078	+27,5090	⊙ 66 r sur le couvercle d'un aqueduc, à droite de la route, à 200 ^m en deçà de « l'Albergo di Spagna, » au-dessous de Varzo.

Résultats des deux opérations de nivellement sur la ligne Locarno-Simplon-Brigue.

Repères.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence de niveau d'un repère à l'autre.			Designation des repères.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
5° De Domo d'Ossola NF 90 à Gondo NF 89 (suite).					
⊙65—⊙66	1,470	+52,7270	+52,7235	+52,7252	⊙65 r sur la bordure du fossé de la route, à droite, à son entrée dans un aqueduc transversal, près d'un mur de jardin à Fontagna.
⊙64—⊙65	0,933	+44,9735	+44,9657	+44,9696	⊙64 r sur le milieu du parapet d'aval du pont sur la Cherasca, à Bertonio.
⊙63—⊙64	1,003	— 7,9417	— 7,9455	— 7,9436	⊙63 r sur un rocher à 2 ^m du bord droit de la route, près d'une chute de la Diveria, à 200 ^m environ en deçà d'une caserne.
⊙62—⊙63	1,565	+41,8456	+41,8381	+41,8419	⊙62 r sur la pierre de couronnement d'un aqueduc, à droite de la route, à 1 ^{km} en deçà d'Isella.
⊙61—⊙62	1,096	+45,8560	+45,8536	+45,8548	⊙61 r sur le parapet entre la route et la Diveria, en face du milieu de la douane, à Isella.
⊙60—⊙61	1,420	+36,5518	+36,5476	+36,5497	⊙60 r sur le couvercle d'aval d'un aqueduc pour un ruisseau, à 200 ^m en deçà d'un gros rocher isolé entre la route et la Diveria.
⊙59—⊙60	1,097	+62,2678	+62,2637	+62,2658	⊙59 r sur le mur de parapet, près de Paglino.
⊙58—⊙59	0,865	+39,1088	+39,1095	+39,1092	⊙58 r sur le milieu de la bordure d'aval du pont sur le ruisseau qui forme la limite entre l'Italie et la Suisse.
<i>A partir de ce point la ligne de nivellement rentre sur le territoire suisse.</i>					
NF89—⊙58	0,291	+13,9277	+13,9245	+13,9261	NF89 r en bronze scellé sur le rocher sur lequel est bâtie la chapelle de S. Marco, près de la route à gauche, en deçà de Gondo.
NF89—NF90	21,401	+535,7861	+535,7044	+535,7453	
<i>Raccordement de repères intermédiaires sur la section NF 90 à NF 89.</i>					
⊙70 _a —⊙70	0,103		+ 8,6667		⊙70 _a r entre ⊙71 et ⊙70 sur un mur de parapet, à gauche de la route dans une contre-pente.
⊙68 _a —⊙69	1,001		+21,3103		⊙68 _a r entre ⊙69 et ⊙68 sur la bordure d'un mur de soutènement entre la route et la Diveria, à 85 ^m au delà des premières maisons après la galerie.
6° De Gondo NF 89 au village du Simplon NF 88.					
⊙57—NF89	0,592	+42,0604	+42,0606	+42,0605	⊙57 r sur la 3 ^{me} marche du perron de l'église de Gondo.
⊙56—⊙57	0,670	+47,6182	+47,6202	+47,6192	⊙56 r sur le mur de soutènement, à gauche de la route, à 150 ^m d'un pont voûté sur un ruisseau.
⊙54—⊙56	1,163	+88,9838	+88,9882	+88,9860	⊙54 r sur un rocher à droite de la route, à 30 ^m au delà d'une niche pratiquée dans le mur de soutènement, à gauche de la route.
⊙53—⊙54	0,651	+53,2402	+53,2409	+53,2405	⊙53 r sur le parapet d'aval du pont sur « l'Alpien-bach, » avant l'entrée de la grande galerie,
⊙52—⊙53	0,375	+23,3857	+23,3872	+23,3865	⊙52 r sur le milieu du parapet d'aval du pont sur la Diveria, près du Refuge n° 9.
⊙51—⊙52	0,397	+13,5073	+13,5062	+13,5067	⊙51 r sur le mur de soutènement entre la route et la Diveria.

Résultats des deux opérations de nivellement sur la ligne Locarno-Simplon-Brigüe.

Repères.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence de niveau d'un repère à l'autre.			Désignation des repères.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
6° De Gondo NF 89 au village du Simplon NF 88 (suite).					
⊙50—⊙51	0,903	+57,1382	+57,1403	+57,1393	⊙50 r sur le parapet d'amont du pont sur la Diveria.
⊙49—⊙50	1,294	+46,7855	+46,7849	+46,7852	⊙49 r sur la tête d'amont du 4 ^{me} aqueduc, au 3 ^{me} contour de la route avant la galerie d'Algaby.
⊙48—⊙49	0,879	+43,4407	+43,4356	+43,4381	⊙48 r sur le milieu du parapet d'aval du pont sur le « Krummbach, » à Algaby.
⊙47—⊙48	0,595	+36,5455	+36,5450	+36,5452	⊙47 r sur un couvercle de coulisse, à droite de la route, près d'un mur de soutènement très-élevé.
⊙46—⊙47	0,466	+30,5327	+30,5287	+30,5307	⊙46 r sur la cadette du mur de soutènement à droite de la route, à 150 mètres au delà du Wechselkehr.
⊙45—⊙46	0,173	+13,8995	+13,9060	+13,9028	⊙45 r sur un rocher à gauche de la route.
⊙44—⊙45	0,655	+54,6910	+54,6675	+54,6793	⊙44 r sur une grosse pierre, à 2 1/2 ^m du bord gauche de la route, près d'une fontaine. Ce repère ne paraît pas être placé sur un objet bien solide.
NF88—⊙44	1,711	+111,4797	+111,4819	+111,4808	NF88 r en bronze scellé sur la marche inférieure du perron de l'hôtel de la Poste, dans le village du Simplon.
NF88—NF89	10,524	+663,3084	+663,2932	+663,3008	
<i>Raccordement de repères intermédiaires sur la section NF 89 à NF 88.</i>					
⊙56 _a —⊙57	0,418		+28,5998		⊙56 _a r entre ⊙57 et ⊙56 sur une pierre à droite de la route, à 1 ^m ,7 en deçà d'un mur de soutènement.
⊙55—⊙56	0,572	+42,6616			⊙55 r sur une pierre à droite de la route; le même point est marqué à la couleur rouge comme un repère cantonal avec la désignation « R70, » mais il n'a pas été retrouvé en 1873.
⊙54 _a —⊙54	0,144		-12,5649		⊙54 _a r entre ⊙56 et ⊙54 sur un rocher, à droite de la route, devant une paroi verticale de 5 à 6 mètres de hauteur.
⊙43 _a —⊙44	0,791		+51,8811		⊙43 _a r entre ⊙44 et NF88, sur un couvercle de coulisse à gauche de la route, à 55 ^m du point où le sentier d'Algaby au village du Simplon rejoint la route.
⊙43—NF88	0,442	-24,1384			⊙43 r entre ⊙44 et NF88, sur une pierre à 1 ^m du bord gauche de la route, à 45 ^m en deçà du pont voûté sur le « Lauengraben. » Ce repère n'a pas été retrouvé en 1873.
7° Du village du Simplon NF 88 au sommet du col NF 86.					
⊙42—NF88	0,509	+33,3544	+33,3494	+33,3519	⊙42 r sur le commencement du 1 ^{er} parapet à droite de la route, à partir du village.
⊙41—⊙42	0,615	+46,5675	+46,5676	+46,5675	⊙41 r sur le parapet d'amont du pont sur le « Sengbach. » Sur la même cadette se trouve un repère cantonal marqué en rouge.
⊙40—⊙41	1,483	+58,6035	+58,5936	+58,5986	⊙40 r sur le milieu du parapet d'amont du pont sur le « Krummbach, » près Meienhaus. Sur la même cadette se trouve un repère cantonal marqué en rouge avec la lettre R et un numéro illisible.

Résultats des deux opérations de nivellement sur la ligne Locarno-Simplon-Brigue.

Repères.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence de niveau d'un repère à l'autre.			Désignation des repères.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
7° Du village du Simplon NF 88 au sommet du col NF 86 (suite).					
⊙39—⊙40	0,763	+54,4476	+54,4442	+54,4459	⊙39 r sur un rocher, à 2 ^m du bord droit de la route.
⊙38—⊙39	0,539	+40,6642	+40,6587	+40,6615	⊙38 r sur un rocher à 2 ^m du bord gauche de la route et à 1 ^m plus bas, au delà de Enge.
⊙37—⊙38	0,315	+25,4683	+25,4673	+25,4678	⊙37 r sur un rocher à 5 ^m du bord gauche de la route, à 15 ^m en deçà de la borne kilométrique portant 7 lieues de Brigue et 7 lieues de Domo d'Ossola.
⊙36—⊙37	0,722	+57,1300	+57,1156	+57,1228	⊙36 r sur la marche supérieure du perron du Refuge n° 7.
⊙35—⊙36	0,385	+28,1508	+28,1479	+28,1494	⊙35 r sur un rocher à droite de la route, dans un contour en face de Klusmatten.
⊙34—⊙35	0,587	+42,8786	+42,8711	+42,8748	⊙34 r sur un rocher à droite de la route.
⊙33—⊙34	0,421	+30,8723	+30,8677	+30,8700	⊙33 r sur un rocher à droite de la route, à 15 ^m en deçà de la bifurcation à gauche du sentier conduisant à l'ancien hospice.
⊙32—⊙33	0,460	+33,9735	+33,9708	+33,9721	⊙32 r sur un rocher à droite de la route, à 250 ^m environ au delà de l'ancien hospice.
⊙31—⊙32	1,194	+60,8910	+60,8758	+60,8834	⊙31 r sur un rocher à 8 ^m du bord gauche de la route, à 10 ^m en deçà de la borne kilométrique portant 6 lieues de Brigue et 8 de Domo d'Ossola.
⊙30—⊙31	0,563	+ 8,7764	+ 8,7715	+ 8,7739	⊙30 r sur la marche inférieure du perron de l'hospice, côté Nord.
NF86—⊙30	0,693	+ 7,8697	+ 7,8664	+ 7,8681	NF86 r en bronze scellé sur le rocher à droite de la route, à 3 ^m en deçà de la croix; ce repère marque le point culminant du col.
NF86—NF88	9,249	+529,6478	+529,5676	+529,6077	
Raccordement de repères intermédiaires sur la section NF 88 à NF 86.					
⊙40 _a —⊙41	0,869		+37,2358		⊙40 _a r entre ⊙41 et ⊙40 sur un couvercle de coulisse à gauche de la route, à 250 ^m environ au delà du hameau de Eggen.
⊙39 _a —⊙40	0,452		+30,3201		⊙39 _a r entre ⊙40 et ⊙39 sur une pierre à 3 ^m du bord droit de la route, en deçà d'un petit ruisseau.
⊙36 _a —⊙36	0,177		-14,3791		⊙36 _a r entre ⊙37 et ⊙36 sur la tête d'un aqueduc, à 177 ^m en deçà du Refuge n° 7.
⊙34 _a —⊙35	0,301		+22,1380		⊙34 _a r entre ⊙35 et ⊙34 sur un rocher à gauche de la route, en face de Niederalp.
⊙31 _a —⊙32	0,389		+29,6767		⊙31 _a r entre ⊙32 et ⊙31 sur un rocher à droite de la route, à 15 ^m en deçà d'un mur de soutènement.
⊙ p—⊙30	0,026	+ 0,537			⊙ p surface supérieure du pilier ayant servi aux observations astronomiques faites à l'hospice du Simplon, en 1870. Ce pilier est dans la prairie de l'autre côté de la route qui passe le long de la façade occidentale.

Résultats des deux opérations de nivellement sur la ligne Locarno-Simplon-Brigue.

Repères.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence de niveau d'un repère à l'autre.			Désignation des repères.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
<i>Raccordement de repères intermédiaires sur la section NF 88 à NF 86 (suite).</i>					
NF87—⊙30 NF87—NF86		+ ^m 2,5326 — 5,3371	+ ^m 2,5321 — 5,3343	+ ^m 2,5324 — 5,3357	NF87 <i>r</i> en bronze scellé sur le rocher dans lequel est taillé le fossé qui longe la façade orientale de l'hospice. Ce repère est placé devant la fenêtre de la salle du rez-de-chaussée dans laquelle le pendule à réversion était installé, lors de l'expédition de 1870. Les points suivants ont été rattachés au repère NF87 : Centre de figure du pendule — NF87 = + ^m 2,401 Pointe du baromètre de M. Plantamour — NF87 = + ^m 2,221 Pointe du baromètre de la station météorologique du Simplon — NF87 = + ^m 6,113 L'on aura ainsi pour la différence de niveau de ces mêmes points, rapportée au repère NF86 placé au sommet du col : Centre de figure du pendule — NF86 = — ^m 2,935 Pointe du baromètre de M. Plantamour — NF86 = — ^m 3,115 Pointe du baromètre de la station météorologique du Simplon — NF86 = + ^m 0,777
7° Du Sommet du col du Simplon NF 86 à Berisal NF 85.					
⊙29—NF86	km 1,462	— ^m 34,9336	— ^m 34,9242	— ^m 34,9289	⊙29 <i>r</i> sur le rocher à gauche de la route, entre les Refuges nos 6 et 5, au milieu environ entre la 2 ^{me} et la 3 ^{me} galeries.
⊙28—⊙29	0,882	—39,2416	—39,2374	—39,2395	⊙28 <i>r</i> sur le socle de la 7 ^{me} borne, à gauche de la route, après le Refuge n° 5.
⊙27—⊙28	0,712	—42,0676	—42,0464	—42,0570	⊙27 <i>r</i> sur un rocher à gauche de la route, dans le 2 ^{me} contour avant la galerie du « Kapfloch. »
⊙26—⊙27	0,821	—55,2812	—55,2712	—55,2762	⊙26 <i>r</i> sur la 6 ^{me} borne, à 50 ^m en deçà d'une source sortant du talus, à droite de la route.
⊙25—⊙26	0,785	—54,0716	—54,0598	—54,0657	⊙25 <i>r</i> sur un rocher à droite de la route, à 550 ^m environ du Refuge n° 4.
⊙24—⊙25	0,966	—64,6251	—64,6079	—64,6165	⊙24 <i>r</i> sur un rocher, à 3 ^m du bord gauche de la route.
⊙23—⊙24	0,727	—45,9412	—45,9335	—45,9373	⊙23 <i>r</i> sur le couronnement de la culée rive droite du pont sur le « Durstbach, » à 80 ^m en deçà de la borne kilométrique portant 4 lieues de Brigue, 10 de Domo d'Ossola.
⊙22—⊙23	1,366	—80,7609	—80,7428	—80,7519	⊙22 <i>r</i> sur une grosse pierre au bord de la route, à droite, à 120 ^m au delà du ponceau sur le « Frohnbach. »
⊙20—⊙22	1,157	—65,9377	—65,9365	—65,9371	⊙20 <i>r</i> sur la 3 ^{me} marche du perron de la chapelle de Berisal.
⊙19—⊙20	0,649	—46,7428	—46,7477	—46,7452	⊙19 <i>r</i> sur une grosse pierre, au bord droit de la route, au commencement d'une rangée de bornes.
NF85—⊙19	1,123	¹ —71,6057	—71,6116	—71,6087	NF85 <i>r</i> en bronze scellé sur la culée de la rive gauche, côté d'amont, du pont de « Ganter » sur la Saltine, au-dessous de Berisal.
NF 85—NF86	10,650	—601,2090	—601,1190	—601,1640	

¹ Cette section a été nivelée deux fois en 1873, la première opération faite en 1873 ne s'accordant pas avec celle de 1870 qui donnait un chiffre de 5^{cm} plus fort; l'on a pris pour cette section les deux opérations de 1873 qui s'accordent entre elles.

Résultats des deux opérations de nivellement sur la ligne Locarno-Simplon-Brigue.

Repères.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence de niveau d'un repère à l'autre.			Désignation des repères.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
<i>Raccordement de repères intermédiaires sur la section NF 86 à NF 85.</i>					
⊙25 _a —⊙26	0,378 ^{km}	^m	—25,6167 ^m		⊙25 _a <i>r</i> entre ⊙26 et ⊙25 sur le commencement d'un mur de parapet à gauche de la route.
⊙21—⊙20	0,326	+15,3426			⊙21 <i>r</i> entre ⊙22 et ⊙20 sur une grosse pierre au bord droit de la route, dans la forêt au-dessus de Berisal; ce repère n'a pas été retrouvé en 1873.
Se De Berisal NF 85 à Brigue NF 84.					
⊙18—NF85	1,162 ^{km}	— 0,8128 ^m	— 0,8195 ^m	— 0,8161 ^m	⊙18 <i>r</i> sur un rocher à droite de la route, à 40 ^m en deçà d'un ruisseau qui se précipite des rochers.
⊙17—⊙18	1,352	—50,7365	—50,7300	—50,7333	⊙17 <i>r</i> sur le milieu du parapet d'aval d'un pont sur un ruisseau.
⊙15—⊙17	0,790	—35,9413	—35,9320	—35,9367	⊙15 <i>r</i> sur le banc en pierre devant l'auberge du Monte Leone (Schallberg, Refuge n° 2).
⊙14—⊙15	0,241	—14,2225	—14,2176	—14,2200	⊙14 <i>r</i> sur un rocher à droite de la route, à 200 ^m au delà de la borne kilométrique, 2 lieues de Brigue.
⊙13—⊙14	0,487	—34,3208	—34,3128	—34,3168	⊙13 <i>r</i> sur le commencement du mur de parapet, à gauche de la route.
⊙11—⊙13	1,122	—97,2326	—97,2190	—97,2258	⊙11 <i>r</i> sur un rocher à gauche de la route.
⊙10—⊙11	0,562	—52,3788	—52,3697	—52,3743	⊙10 <i>r</i> sur la 8 ^{me} borne à gauche de la route, au delà d'un aqueduc sous la route.
⊙ 9—⊙10	0,507	—51,0705	—51,0610	—51,0657	⊙ 9 <i>r</i> sur une grosse pierre à droite de la route, à 130 ^m en deçà du Refuge n° 1.
⊙ 8—⊙ 9	0,704	—68,6016	—68,5973	—68,5995	⊙ 8 <i>r</i> sur une dalle sur le fossé de la route, près d'une maison isolée.
⊙ 7—⊙ 8	0,283	—25,2291	—25,2150	—25,2220	⊙ 7 <i>r</i> sur la 1 ^{re} borne à gauche, après la borne kilométrique portant 1 lieue de Brigue.
⊙ 6—⊙ 7	0,985	—81,5248	—81,5042	—81,5145	⊙ 6 <i>r</i> sur un rocher à gauche de la route, à 30 ^m au delà de la scierie du hameau de Schlucht.
⊙ 5—⊙ 6	0,384	—25,3198	—25,3150	—25,3174	⊙ 5 <i>r</i> sur un rocher à droite de la route, dans le contour près du hameau de Bach.
⊙ 4—⊙ 5	1,090	—74,2180	—74,2092	—74,2136	⊙ 4 <i>r</i> sur la 6 ^{me} borne à gauche de la route, près du point où le sentier la croise.
⊙ 2—⊙ 4	1,194	—76,2115	—76,1889	—76,2002	⊙ 2 <i>r</i> sur le milieu du parapet d'aval du pont sur un ruisseau au-dessus de Brigue.
⊙ 1—⊙ 2	0,242	—11,3136	—11,3124	—11,3130	⊙ 1 <i>r</i> sur la marche inférieure du perron de l'église de l'hôpital, à Brigue.
NF84—⊙ 1	0,396	—24,2736	—24,2723	—24,2730	NF84 <i>r</i> en bronze scellé sur la borne kilométrique, à l'angle de l'hôtel de la Poste, à Brigue.
NF84—NF85	11,501	—723,4078	—723,2759	—723,3419	

Résultats des deux opérations de nivellement sur la ligne Locarno-Simplon-Brigue.

Repères.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence de niveau d'un repère à l'autre.			Designation des repères.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
<i>Raccordement de repères intermédiaires sur la section NF 85 à NF 84.</i>					
⊙16 _a - ⊙17	0,173				<p>⊙16_a r entre ⊙17 et ⊙15 sur un mur de parapet à gauche de la route; ce mur a été reconstruit depuis 1870, et l'ancien repère ⊙16 sur ce mur a été déplacé.</p> <p>⊙12_a r entre ⊙13 et ⊙11 sur le mur de parapet à gauche de la route, à 180^m en deçà d'une chapelle.</p> <p>⊙12 r entre ⊙13 et ⊙11 sur un rocher à droite de la route, à 150^m en deçà du point où la ligne télégraphique se détache sur Brigue. L'ancien repère ⊙12 de 1870 ayant été endommagé par le tailleur de pierres chargé de le graver, la détermination de 1870 doit être laissée de côté.</p> <p>⊙10_a r entre ⊙11 et ⊙10 sur une borne à gauche de la route, au croisement d'un sentier conduisant à Ried.</p> <p>⊙6_a r entre ⊙7 et ⊙6 sur la bordure du fossé à gauche de la route, à 20^m en deçà du « Ruffigraben. »</p> <p>⊙4_a r entre ⊙5 et ⊙4 sur une borne à gauche de la route, au-dessus du hameau de Bach.</p> <p>⊙3 r entre ⊙4 et ⊙2 sur la bordure du fossé à gauche de la route, près du pont Napoléon, à la bifurcation de la route de Gliss. La détermination de ce repère, faite en 1870, a été laissée de côté, parce que l'on peut reconnaître un affaissement de la bordure du fossé qui s'est produit depuis cette époque; la première opération donnait — 39,0286.</p>
	km		m		
⊙12 _a - ⊙13	0,255		— 7,4751		
⊙12 - ⊙13	0,702		— 18,3643		
			— 54,5459		
⊙10 _a - ⊙11	0,315		— 30,1546		
⊙6 _a - ⊙7	0,546		— 55,6093		
⊙4 _a - ⊙5	0,225		— 13,3958		
⊙3 - ⊙4	0,533		— 39,0372		

**Résultats des deux opérations de nivellement sur la ligne
Schwytz-Pfäeffikon-Zurich-Brugg.**

Repères.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence de niveau d'un repère à l'autre.			Désignation des repères.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
1^o De Schwytz NF 95 à Sattel NF 100.					
⊙10—NF95	0,884	+15,1516	+15,1568	+15,1557	NF95 r en bronze sur la plate-forme du perron de l'hôtel du « Cheval Blanc, » à Schwytz.
⊙ 1—⊙10	1,902	+72,8147	+72,8168	+72,8157	⊙10 r sur le balustre en pierre à l'extrémité d'amont du garde-fou du pont sur le Niethenbach.
⊙ 2—⊙ 1	1,231	+44,6567	+44,6559	+44,6563	⊙ 1 r sur la pierre inférieure, au commencement du premier mur de soutènement à droite de la route, au delà du premier pont après la scierie.
⊙ 4—⊙ 2	2,087	+68,0327	+68,0340	+68,0334	⊙ 2 r sur un rocher à droite de la route, un peu au delà de l'hôtel du « Cerf, » à Auf der Burg.
⊙ 5—⊙ 4	2,362	+64,8429	+64,8411	+64,8420	⊙ 4 r sur la plate-forme devant la porte de l'auberge « Zur frohen Aussicht, » à Adelboden.
NF100—⊙ 5	0,784	+43,9427	+43,9444	+43,9435	⊙ 5 r sur le couronnement du pont sur l'Aabach, au-dessus de la clef de voûte, côté d'aval.
					NF100 r en bronze scellé sur un rocher de Nagelfluh, à droite du grand perron de l'église de Sattel, près de la 13 ^{me} marche.
NF100—NF95	9,250	+309,4443	+309,4490	+309,4466	
<i>Raccordement de repères intermédiaires sur la section NF 95 à NF 100.</i>					
⊙ 0—⊙10	0,897		+37,1223		⊙ 0 r entre ⊙10 et ⊙1, sur la tête d'une coulisse sur un ruisseau, à 65 ^m du pont sur le Siechenbach.
⊙ 1 _a —⊙ 1	0,549		+21,6456		⊙ 1 _a r entre ⊙1 et ⊙2, sur une borne à gauche de la route.
⊙ 2 _a —⊙ 2	0,925		+29,9942		⊙ 2 _a r entre ⊙2 et ⊙4, sur la tête d'une coulisse à droite de la route, à 37 ^m en deçà de l'indicateur en fer portant 1 lieue de Schwytz. Le repère ⊙3 déterminé en 1870 a été détruit par un éboulement qui a emporté une partie de la route.
⊙ 4 _a —⊙ 4	1,439		+49,5369		⊙ 4 _a r entre ⊙4 et ⊙5, sur une borne à gauche de la route, à 150 ^m en deçà d'un aqueduc sur un ruisseau.
2^o De Sattel NF 100 à Rothenthurm NF 101.					
⊙ 7—NF100	1,544	+55,8544	+55,8393	+55,8468	⊙ 7 r sur la 7 ^{me} borne à droite, au delà du poteau télégraphique n° 166.
⊙ 8—⊙ 7	0,850	+37,5553	+37,5519	+37,5536	⊙ 8 r sur la dernière borne, au point où la route commence à s'éloigner de l'Aabach.
⊙ 9—⊙ 8	1,241	+ 5,5460	+ 5,5439	+ 5,5450	⊙ 9 r sur un mur à droite de la route, à 20 ^m en deçà de la 1 ^{re} maison de Rothenthurm.
NF101—⊙ 9	0,771	+ 5,0470	+ 5,0472	+ 5,0471	NF101 r en bronze scellé sur un rocher de Nagelfluh, à droite, près de la porte de Rothenthurm, à 2 ^m au sud de la porte.
NF101—NF100	4,406	+104,0027	+103,9823	+103,9925	

**Résultats des deux opérations de nivellement sur la ligne
Schwytz-Pfäeffikon-Zurich-Brugg.**

Repères.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence de niveau d'un repère à l'autre.			Désignation des repères.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
<i>Raccordement de repères intermédiaires sur la section NF 100 à NF 101.</i>					
⊙ 6-NF100	0,267 ^{km}	+ 0,7543 ^m			⊙ 6 r entre NF100 et ⊙7, sur une pierre au contour du chemin qui conduit de l'église de Sattel à l'auberge « Zum Rössli. » Ce repère n'a pas été retrouvé en 1873.
⊙6 _a -NF100	0,665		+14,1895		⊙ 6 _a r entre NF100 et ⊙7, sur un rocher à gauche de la route, à 50 ^m en deçà de l'indicateur portant 2 lieues de Schwytz, ³ / ₄ de lieue de Rothenthurm.
3° De Rothenthurm NF 101 à Biberbrück NF 102.					
⊙10-NF101	3,074 ^{km}	- 5,2541 ^m	- 5,2631 ^m	- 5,2586 ^m	⊙10 r sur un couvercle de coulisse, à droite de la route, à 20 ^m en deçà de la 1 ^{re} maison de Altmatt.
NF102-⊙10	3,955	-98,1774	-98,1777	-98,1776	NF102 r en bronze scellé sur la culée d'aval, rive gauche, du pont sur la Biber, près de l'hôtel de la Poste, à Biberbrück.
NF102-NF101	7,029	-103,4315	-103,4408	-103,4362	
<i>Raccordement de repères intermédiaires sur la section NF 101 à NF 102.</i>					
⊙ 9 _a -⊙101	1,110 ^{km}		- 0,9450 ^m		⊙ 9 _a r entre NF101 et ⊙10, sur le socle de l'indicateur portant 3 lieues de Schwytz.
⊙11-⊙10	1,531	-16,7682			⊙11 r entre ⊙10 et NF102, sur le parapet du pont voûté sur le Schwarzenbach, entre Altmatt et Biberbrück. En 1873, ce parapet était tellement recouvert de terre et de gazon que le repère n'était pas visible.
⊙11 _a -⊙10	2,721		-42,3884		⊙11 _a r entre ⊙10 et NF102, sur la dalle en pierre, au pied de l'escalier d'une maison isolée, près de la bifurcation du chemin conduisant à Bennau.
⊙12 _a -NF102	0,632		+10,9753		⊙12 _a r entre ⊙10 et NF102, sur la culée d'aval, rive droite, du pont couvert sur la Biber. Le repère ⊙12, placé en 1870 sur la pierre de couronnement de la culée d'amont du même pont, a disparu; cette pierre, étant très-friable, la partie supérieure s'est détachée; il était de 0 ^m 72 plus bas que ⊙12 _a .
⊙12 _b -NF102	0,111		+ 6,2703		⊙12 _b r sur la pierre de fondation de l'angle nord de l'hôtel de la Poste à Biberbrück.
4° De Biberbrück NF 102 à Schindellegi NF 103.					
⊙13-NF102	2,366 ^{km}	-14,7842 ^m	-14,7934 ^m	-14,7888 ^m	⊙13 r sur un bloc de granit, à 1 ^m du bord gauche de la route, près du contour au-dessous de « St.-Meinrads-Brunnen. »
NF103-⊙13	1,163	-44,8741	-44,8811	-44,8776	NF103 r en bronze scellé sur une pierre de fondation, formant saillie, à l'angle sud-ouest de la chapelle de Schindellegi.
NF103-NF102	3,529	-59,6583	-59,6745	-59,6664	

**Résultats des deux opérations de nivellement sur la ligne
Schwytz-Pfäeffikon-Zurich-Brugg.**

Repères.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence de niveau d'un repère à l'autre.			Désignation des repères.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
<i>Raccordement de repères intermédiaires sur la section NF 102 et NF 103.</i>					
⊙13 _a - NF103	0,423 ^{km}		+ 9,8197 ^m		⊙13 _a <i>r</i> entre ⊙13 et NF103, sur un couvercle de coulisse, à gauche de la route, en face des filatures de Schindellegi.
5° De Schindellegi NF 103 à Pfäeffikon NF 104.					
⊙14 - NF103	0,785 ^{km}	-52,3391 ^m	-52,3402 ^m	-52,3396 ^m	⊙14 <i>r</i> sur un rocher à 4 ^m du bord gauche de la route, à 150 ^m du point où elle est traversée par un chemin vicinal.
⊙15 - ⊙14	0,811	-57,4175	-57,4420	-57,4298	⊙15 <i>r</i> sur la 1 ^{re} borne, à gauche de la route, après la bifurcation de la route de Feusisberg.
⊙16 - ⊙15	1,763	-83,8794	-83,8688	-83,8741	⊙16 <i>r</i> sur le mur de soutènement d'un chemin, qui se détache de la route, en face de l'auberge « in der Stalden. »
⊙17 - ⊙16	0,493	-34,9296	-34,9338	-34,9317	⊙17 <i>r</i> sur un rocher à droite de la route.
⊙18 - ⊙17	1,885	-91,3279	-91,3319	-91,3299	⊙18 <i>r</i> sur la plate-forme de l'escalier, à l'angle sud-est, de la maison qui se trouve à l'endroit où la pente de la route augmente notablement.
NF104 - ⊙18	0,333	-28,1956	-28,1934	-28,1945	NF104 <i>r</i> en bronze scellé sur la pierre de fondation, à l'angle nord, de la chapelle de Pfäeffikon.
NF104 - NF103	6,070	-348,0891	-348,1101	-348,0996	
6° De Pfäeffikon NF 104 à Richterschwyl NF 105.					
⊙19 - NF104	3,507 ^{km}	- 7,5181 ^m	- 7,5317 ^m	- 7,5249 ^m	⊙19 <i>r</i> sur le mur du jardin du restaurant « Wirthschaft zur Bächau. »
⊙20 - ⊙19	0,872	- 0,2049	- 0,2074	- 0,2061	⊙20 <i>r</i> sur le couvercle d'aval de l'aqueduc sur le « Dorfbach, » à Bäch.
NF105 - ⊙20	1,468	+ 7,5106	+ 7,5146	+ 7,5126	NF105 <i>r</i> en bronze scellé sur l'avant-bec de la pile du pont, à l'entrée de Richterschwyl, près de la pharmacie.
NF105 - NF104	5,847	- 0,2124	- 0,2245	- 0,2184	
<i>Raccordement de repères intermédiaires sur la section NF 104 à NF 105.</i>					
⊙19 _b - NF104	0,443 ^{km}		- 4,6226 ^m		⊙19 _b <i>r</i> entre NF104 et ⊙19, sur un couvercle de coulisse, à droite de la route.
⊙19 _a - NF104	2,095		+ 0,1044		⊙19 _a <i>r</i> entre NF104 et ⊙19, sur le seuil de la porte d'une remise appartenant à M. Stoker, à Freyenbach.
7° De Richterschwyl NF 105 à Wädenschwyl NF 106.					
⊙21 - NF105	1,332 ^{km}	+ 3,3073 ^m	+ 3,3063 ^m	+ 3,3068 ^m	⊙21 <i>r</i> sur la tête d'amont de l'aqueduc d'écoulement des eaux de la manufacture de soieries de M. Stapfer, à Mühlenen.
⊙22 - ⊙21	1,426	- 9,4729	- 9,4792	- 9,4761	⊙22 <i>r</i> sur un couvercle de coulisse, près de la manufacture de M. Zinggeler, à Giessen.
NF106 - ⊙22	1,280	+14,1292	+14,1315	+14,1304	NF106 <i>r</i> en bronze scellé sur le socle, à l'angle sud-est, de l'église de Wädenschwyl.
NF106 - NF105	4,038	+ 7,9636	+ 7,9586	+ 7,9611	

**Résultats des deux opérations de nivellement sur la ligne
Schwytz-Pfäffikon-Zurich-Brugg.**

Repères.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence de niveau d'un repère à l'autre.			Designation des repères.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
8° De Wädenschwyl NF 106 à Horgen NF 107.					
⊙23-NF106	0,707	^m -15,6713	^m -15,6709	^m -15,6711	⊙23 r sur la pile en aval du pont, près de la scierie, à Wädenschwyl.
⊙24-⊙23	2,772	+ 2,8445	+ 2,8361	+ 2,8403	⊙24 r sur un couvercle d'aqueduc à droite de la route, à 60 ^m en deçà de l'allée de peupliers conduisant à la presqu'île d'An.
⊙25-⊙24	2,244	+ 0,5008	+ 0,4998	+ 0,5003	⊙25 r sur le cordon d'amont du pont sur le Aabach, à Käpfnach, au-dessus du sommet de la voûte.
NF107-⊙25	1,531	+ 9,3733	+ 9,3775	+ 9,3754	NF107 r en bronze scellé sur la pierre de fondation, à l'angle Est du nouveau collège à Horgen.
NF107-NF106	7,254	- 2,9527	- 2,9575	- 2,9551	
9° De Horgen NF 107 à Thalwyl NF 108.					
⊙26-NF107	1,178	^m -10,7026	^m -10,7022	^m -10,7024	⊙26 r sur une borne à droite de la route, en face de la teinturerie de MM. Zwald.
⊙27-⊙26	1,988	- 2,5307	- 2,5323	- 2,5315	⊙27 r sur le couvercle d'aval d'un aqueduc sur un ruisseau, près de l'embarcadère des bateaux à vapeur, à Oberrieden.
NF108-⊙27	2,393	+ 0,4168	+ 0,4154	+ 0,4161	NF108 r en bronze scellé sur la pierre de fondation, à l'angle nord de la maison de M. Scheller, à Ludretikon, près Thalwyl, à la croisée d'un chemin montant à gauche.
NF108-NF107	5,559	-12,8165	-12,8191	-12,8178	
<i>Raccordement de repères intermédiaires sur la section NF 107 à NF 108.</i>					
⊙27 _a -⊙27	0,957	^m	+ ^m 0,4658		⊙27 _a r entre ⊙27 et NF108, sur la marche inférieure du perron du jardin attenant à la maison « im Grübschi, » au bord de la route.
⊙28-NF108	0,061	- 0,8248			⊙28 r entre ⊙27 et NF108, sur le débarcadère des bateaux à vapeur, en face de la pinte « zur Zinne, » à Ludretikon, commune de Thalwyl.
10° De Thalwyl NF 108 à Zurich NF 109.					
⊙29-NF108	0,360	+ ^m 0,4626	+ ^m 0,4628	+ ^m 0,4627	⊙29 r sur une borne, à l'angle de la dernière maison, n° 112, à Ludretikon.
⊙30-⊙29	0,873	- 0,0519	- 0,0501	- 0,0510	⊙30 r sur une borne à l'angle du jardin de l'auberge, près de la station des bateaux à vapeur, à Rüschtikon.
⊙31-⊙30	2,790	- 0,1884	- 0,1828	- 0,1856	⊙31 r sur la première borne à droite de la route, après la station des bateaux à vapeur à Mönchhof.
⊙32-⊙31	1,775	+ 2,9498	+ 2,9492	+ 2,9495	⊙32 r sur la borne à l'angle nord de l'hôtel du Cerf, à Wollishofen.
⊙33-⊙32	1,849	+ 2,3213	+ 2,3296	+ 2,3255	⊙33 r sur la dalle du perron de la chapelle, à Enge.

**Résultats des deux opérations de nivellement sur la ligne
Schwytz-Pfäffikon-Zurich-Brugg.**

Repères.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence de niveau d'un repère à l'autre.			Désignation des repères.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
10° De Thalwyl NF 108 à Zurich NF 109 (suite).					
⊙34—⊙33	km 0,910	m — 3,2544	m — 3,2617	m — 3,2581	⊙34 r sur le mur du Schanzgraben, sous l'angle ouest du pavillon de M. Baumann, près du pont « Bleicherweg, » à Zurich.
⊙36—⊙34	0,928	+ 1,3037	+ 1,3054	+ 1,3046	⊙36 r sur le cordon de la culée, rive droite en amont, du pont en fer sur la Sihl, à Zurich, route de Bade.
NF109—⊙36	0,848	— 3,0573	— 3,0574	— 3,0573	NF109 r en bronze scellé sur le socle devant l'entrée de droite sur la façade principale de la gare de Zurich.
NF109-NF108	10,333	+ 0,4854	+ 0,4950	+ 0,4902	
<i>Raccordement de repères intermédiaires sur la section NF 108 à NF 109.</i>					
⊙35—⊙34	km 0,500	m + 2,6593	m + 2,6624	m + 2,6609	⊙35 r sur le socle à gauche du perron de la préfecture « Bezirksgebäude, » à Zurich.
11° De Zurich NF 109 à Dietikon NF 113.					
⊙36-NF109	km 0,848	m + 3,0573	m + 3,0574	m + 3,0573	⊙36 même repère que ci-dessus.
⊙37—⊙36	0,886	+ 0,1453	+ 0,1437	+ 0,1445	⊙37 r sur une petite borne à droite de la route, à Aussersihl, au point où un sentier traverse la route.
⊙38—⊙37	3,030	— 9,5761	— 9,5751	— 9,5756	⊙38 r sur la clef de voûte, en amont, du ponceau sur le Dorfbach, à Oberdorf Altstetten.
⊙39—⊙38	0,747	— 1,9235	— 1,9252	— 1,9243	⊙39 r sur le parapet de droite du pont sur un ruisseau, près de la teinturerie, à Unter-Altstetten.
⊙41—⊙39	3,678	—11,2910	—11,3024	—11,2967	⊙41 r sur une passerelle en pierre sur le fossé de la route, conduisant dans les champs avant la colline, entre Schlieren et Dietikon.
NF113—⊙41	2,615	+ 1,7515	+ 1,7431	+ 1,7473	NF113 r en bronze scellé sur une pierre de fondation de la tour de l'église de Dietikon, à 2 ^m ,15 de l'angle sud-ouest.
NF113-NF109	11,804	—17,8365	—17,8585	—17,8475	
<i>Raccordement de repères intermédiaires sur la section NF 109 à NF 113.</i>					
⊙40—⊙39	km 2,567	m — 5,3358	m		⊙40 r entre ⊙39 et ⊙41, sur un couvercle de coulisse, à droite de la route, servant de passage à un ruisseau, à Schlieren. Ce repère n'a pas été retrouvé en 1873.
⊙40 _a —⊙39	2,589		— 5,7719		⊙40 _a r entre ⊙39 et ⊙41, sur un couvercle de coulisse sur un ruisseau, à droite de la route, en face de l'auberge et magasin d'épicerie, à Schlieren.
⊙41 _a —⊙41	1,604		+ 0,3207		⊙41 _a r entre ⊙41 et NF113, sur le parapet d'amont du pont sur le Schlæflibach.

**Résultats des deux opérations de nivellement sur la ligne
Schwytz-Pfäeffikon-Zurich-Brugg.**

Repères.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence de niveau d'un repère à l'autre.			Désignation des repères.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
12° De Dietikon NF 113 à Baden NF 114.					
⊙42-NF113	1,168	— 1,2330	— 1,2310	— 1,2320	⊙42 r sur le parapet du pont sur le ruisseau entre Dietikon et Spreitenbach.
⊙43—⊙42	3,652	+10,8598	+10,8644	+10,8621	⊙43 r sur une grosse borne, à l'angle des vignes, en deçà de Killwangen.
⊙44—⊙43	2,521	+ 1,8260	+ 1,8182	+ 1,8221	⊙44 r sur une pierre de fondation de la chapelle de Neuenhof.
⊙45—⊙44	1,167	-14,5877	-14,5819	-14,5848	⊙45 r sur le socle de l'indicateur des routes, à la bifurcation de la route conduisant à Wettingen. Ce repère n'est probablement pas très-solide, l'indicateur étant penché.
⊙46—⊙45	1,488	+11,7244	+11,7107	+11,7176	⊙46 r sur le parapet de gauche d'un petit pont dans la forêt, avant Baden.
⊙47—⊙46	1,494	-14,4560	-14,4598	-14,4579	⊙47 r sur le couronnement en aval du pont du chemin de fer sur le Stadtbach, à Baden, près du passage à niveau avant le tunnel.
NF114—⊙47	0,207	+ 0,8113	+ 0,8145	+ 0,8129	NF114 r en bronze scellé sur le socle à l'extrémité, côté droit, du tunnel du chemin de fer, à Baden.
NF114-NF113	11,697	— 5,0552	— 5,0649	— 5,0600	
<i>Raccordement de repères intermédiaires sur la section NF 113 à NF 114.</i>					
⊙42 _a —⊙42	1,537		+12,0078		⊙42 _a r entre ⊙42 et ⊙43, sur la marche inférieure du peron du moulin, à Spreitenbach.
⊙43 _a —⊙43	0,703		+ 9,9595		⊙43 _a r entre ⊙43 et ⊙44, sur le couvercle en pierre d'une fosse, près de la 1 ^{re} maison de Killwangen.
13° De Baden NF 114 à Turgi NF 115.					
⊙48-NF114	0,472	+ 1,4409	+ 1,4424	+ 1,4416	⊙48 r sur le seuil du portail du cimetière catholique, à Baden.
⊙49—⊙48	3,001	-32,3371	-32,3429	-32,3400	⊙49 r sur l'extrémité nord d'un long mur de soutènement, à droite du chemin de fer.
NF115—⊙49	2,108	-13,2343	-13,2313	-13,2328	NF115 r en bronze scellé sur le couronnement de la culée d'amont du pont du chemin de fer sur la Limmat, ligne Turgi-Waldshut.
NF115-NF114	5,581	-44,1305	-44,1318	-44,1312	
<i>Raccordement de repères intermédiaires sur la section NF 114 à NF 115.</i>					
⊙48 _a —⊙48	1,527		-12,1763		⊙48 _a r entre ⊙48 et ⊙49 sur le mur de soutènement d'un déblai de chemin de fer, à l'entrée du hameau de Capelerhof.
⊙49 _a —⊙49	1,572		-12,9872		⊙49 _a r sur une dalle devant la façade nord de la gare de Turgi, à 2 ^m à droite de la porte de la salle d'attente, 2 ^{me} classe.

**Résultats des deux opérations de nivellement sur la ligne
Schwytz-Pfäffikon-Zurich-Brugg.**

Repères.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence de niveau d'un repère à l'autre.			Désignation des repères.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
14^e De Turgi NF 115 à Brugg NF 35.					
⊙50-NF115	km 1,110	m - 4,2162	m - 4,2169	m - 4,2166	⊙50 r sur le couronnement de la culée, rive gauche côté d'aval, du pont du chemin de fer sur la Reuss.
NF35-⊙50	2,839	+13,7740	+13,7689	+13,7715	NF35 r en bronze scellé sur le socle à droite de l'entrée de la caserne de Brugg.
NF35-NF115	3,949	+ 9,5578	+ 9,5520	+ 9,5549	

Résultats des deux opérations de nivellement sur la ligne Aarbourg-Lucerne.

Repères.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence de niveau d'un repère à l'autre.			Désignation des repères.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
1^e D'Aarbourg ⊙ 50 à Zofingue NF 47.					
⊙ 1-⊙50	km 1,152	m + 7,1728	m + 7,1623	m + 7,1676	⊙50 r sur le socle du premier pilier soutenant l'avant-toit de la gare d'Aarbourg.
⊙ 2-⊙ 1	1,389	+ 5,4307	+ 5,4326	+ 5,4316	⊙ 1 r sur le socle en pierre de l'indicateur des routes, dans le hameau de Kreuzstrasse.
NF47-⊙ 2	2,154	+14,2381	+14,2411	+14,2396	⊙ 2 r sur la marche inférieure du perron de la manufacture de draps de M. Schibler à Oftringen.
NF47-⊙50	4,695	+26,8416	+26,8360	+26,8388	NF47 r en bronze scellé à l'angle du soubassement de l'hôtel de ville, à Zofingue.

Raccordement du nouveau repère de premier ordre à Aarbourg, NF169, en remplacement de l'ancien repère NF30, qui avait été détruit; ce nouveau repère a été scellé exactement à la même place que l'ancien, sur un angle du rocher sur lequel l'église d'Aarbourg est construite, et il se trouve sensiblement au même niveau d'après la comparaison suivante: en 1867 M. Schenholzer avait trouvé NF30 — ⊙50 = — 14^m,4910, en 1869 M. Benz avait obtenu pour la même différence — 14^m,4908, moyenne — 14^m,4909, en 1874 M. Redard a trouvé NF169 — ⊙50 = — 14^m,4892. Par la comparaison avec le repère ⊙51, placé à 2^k,160 de NF30, sur la route d'Olten, M. Schenholzer avait trouvé, en 1867, NF30 — ⊙51 = — 0^m,2100, M. Spahn en 1872 — 0^m,2078, moyenne — 0^m,2089, et M. Redard en 1874 NF169 — ⊙51 — 0^m,1887. Le nouveau repère NF169 est ainsi de 11 millimètres environ plus élevé que l'ancien NF30; du reste comme ce point est en dehors de la ligne de nivellement, c'est le repère ⊙50 dans la gare d'Aarbourg, qui sert de point de départ.

Résultats des deux opérations de nivellement sur la ligne Aarbourg-Lucerne.

Repères.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence de niveau d'un repère à l'autre.			Designation des repères.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
2^o De Zofingue NF 47 à Sursee NF 48.					
⊙ 3—NF47	2,078 ^{km}	— 0,2280 ^m	— 0,2270 ^m	— 0,2275 ^m	⊙ 3 r sur le pilier en pierre (côté droit) de l'écluse d'un ruisseau, à 20 ^m à gauche de la route, un peu avant Adelboden.
⊙ 4—⊙ 3	1,693	+12,4011	+12,4105	+12,4058	⊙ 4 r sur une borne, à gauche de la route, à 66 ^m en deçà de l'embranchement de la route de Wikon.
⊙ 6—⊙ 4	3,267	+14,0640	+14,0669	+14,0654	⊙ 6 r sur le parapet, côté gauche, du pont sur un ruisseau, en deçà du moulin avant Dagmersellen.
⊙ 7—⊙ 6	2,426	+17,9872	+17,9825	+17,9849	⊙ 7 r sur le parapet, côté gauche, du pont sur un ruisseau, au delà de Dagmersellen.
⊙ 9—⊙ 7	4,536	+55,6021	+55,6122	+55,6071	⊙ 9 r sur la troisième borne, à gauche de la route, au delà de l'embranchement du sentier qui conduit à Eriswyl.
⊙ 10—⊙ 9	2,013	+22,6717	+22,6718	+22,6718	⊙ 10 r sur le socle en pierre de l'indicateur des routes, à l'embranchement de la route de Knutwyl.
⊙ 11—⊙ 10	2,045	—49,4348	—49,4295	—49,4322	⊙ 11 r sur une borne à gauche de la route, à 60 ^m de la dernière maison de St.-Erhard.
NF48—⊙ 11	2,880	— 9,8119	— 9,8175	— 9,8147	NF48 r en bronze scellé sur le socle d'un pilier de l'hôtel de Ville de Sursee, façade sud.
NF48—NF47	20,938	+63,2514	+63,2699	+63,2606	
Raccordement de repères intermédiaires sur la section NF 47 à NF 48.					
⊙ 2 _a —NF47	1,243 ^{km}		— 1,0847 ^m		⊙ 2 _a r entre NF47 et ⊙ 3 sur la marche inférieure du perron de la fromagerie de Riedthal, à Altachen.
⊙ 5 _a —⊙ 4	1,281		+ 6,7195		⊙ 5 _a r entre ⊙ 4 et ⊙ 6 sur la deuxième marche du perron de l'hôtel du Soleil à Reiden. L'ancien repère ⊙ 5 n'existe plus, il a été détruit dans une correction de la route.
⊙ 6 _a —⊙ 6	0,700		+ 3,0338		⊙ 6 _a r entre ⊙ 6 et ⊙ 7, sur une borne à droite de la route, portant d'un côté l'inscription « Dagmersellen, » de l'autre « Stat, » un peu avant un passage à niveau.
⊙ 7 _a —⊙ 7	0,975		+18,8516		⊙ 7 _a r entre ⊙ 7 et ⊙ 9 sur la marche inférieure du perron d'une maison à Baumsberg, à gauche de la route.
⊙ 7 _b —⊙ 7	2,088		+28,4323		⊙ 7 _b r entre ⊙ 7 et ⊙ 9 sur la marche inférieure du perron de l'hôtel « zum Rössli » à Uffikon.
⊙ 8—⊙ 7	3,024		+28,0706		⊙ 8 r entre ⊙ 7 et ⊙ 9 sur une grosse borne, à droite de la route, à l'embranchement d'un chemin conduisant à Buchs. Ce repère a été déplacé depuis l'époque de la première opération en 1869, car il était alors à 1 ^{km} ,99 de ⊙ 7, avec une différence de niveau de + 29 ^m ,835.
⊙ 8 _a —⊙ 7	3,992		+37,1616		⊙ 8 _a r entre ⊙ 7 et ⊙ 9 sur la marche inférieure du perron d'une maison isolée, à gauche de la route, près de l'embranchement d'un chemin conduisant à Buchs.
⊙ 10 _a —⊙ 10	0,946		—17,2511		⊙ 10 _a r entre ⊙ 10 et ⊙ 11 sur une borne à gauche de la route, à 110 ^m en deçà de St.-Erhard.

Résultats des deux opérations de nivellement sur la ligne Aarbourg-Lucerne.

Repères.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence de niveau d'un repère à l'autre.			Designation des repères.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
<i>Raccordement de repères intermédiaires sur la section NF 47 à NF 48 (suite).</i>					
⊙11 _a —⊙11	1,312 ^{km}		+ 9,0822 ^m		⊙11 _a <i>r</i> entre ⊙11 et NF48 sur une grosse borne à droite de la route, avec l'inscription « Ergiswyl, Sursee » à 400 ^m en deçà de l'embranchement conduisant à Ettiswyl.
⊙12—⊙11	1,868	— 9,0720			⊙12 <i>r</i> entre ⊙11 et NF48 sur une borne du chemin de fer, à 10 ^m à gauche de la route, près de la gare de Sursee. Ce repère n'a pas été retrouvé en 1874.
3^e De Sursee NF 48 à Emmenbrücke NF 49.					
⊙13—NF48	1,853 ^{km}	+ 9,5845 ^m	+ 9,5857 ^m	+ 9,5851 ^m	⊙13 <i>r</i> sur le parapet, côté gauche, au-dessus du sommet de la voûte, du pont sur la Suhr, à Oberkirch.
⊙14—⊙13	3,036	+13,6448	+13,6504	+13,6476	⊙14 <i>r</i> sur le parapet, côté droit, du pont sur un ruisseau, avant la station de Nottwyl.
⊙15—⊙14	1,822	— 3,3253	— 3,3298	— 3,3276	⊙15 <i>r</i> sur le couvercle du passage voûté sur le Maienbach, au delà de Nottwyl.
⊙16—⊙15	1,767	— 7,3550	— 7,3528	— 7,3539	⊙16 <i>r</i> sur le parapet de droite du pont sur un ruisseau, en deçà de la scierie à Bützwyli.
⊙18—⊙16	3,107	+38,2667	+38,2620	+38,2643	⊙18 <i>r</i> sur une cadette du mur d'un jardin, à droite de la route, près de l'hôtel du Soleil à Neuenkirch, en face de l'église.
⊙19—⊙18	1,674	— 4,3610	— 4,3494	— 4,3552	⊙19 <i>r</i> sur une borne à gauche de la route, près du Weierhäusli.
⊙20—⊙19	2,545	—34,6340	—34,6393	—34,6367	⊙20 <i>r</i> sur une borne à gauche de la route, en deçà du pont sur le Rothbach.
⊙22—⊙20	2,226	—57,3079	—57,3107	—57,3093	⊙22 <i>r</i> sur une borne à gauche de la route, à 100 ^m au delà de l'hôtel du Soleil, à Gerlischwyl.
NF49—⊙22	1,157	—21,2333	—21,2278	—21,2305	NF49 <i>r</i> en bronze scellé sur un pilier du pont sur l'Emme à Emmenbrücke; ce pilier, le plus rapproché de la rive droite, porte la date 1844.
NF49—NF48	19,187	—66,7205	—66,7118	—66,7162	
<i>Raccordement de repères intermédiaires sur la section NF 48 à NF 49.</i>					
⊙15 _a —⊙15	1,234 ^{km}		—12,0175 ^m		⊙15 _a <i>r</i> entre ⊙15 et ⊙16 sur un couvercle de coulisse, à gauche de la route, à 200 ^m en deçà d'une maisonnette de garde-voie.
⊙17 _a —⊙16	2,132		+22,5315		⊙17 _a <i>r</i> entre ⊙16 et ⊙18 sur une grosse pierre à droite de la route, à la bifurcation d'un chemin conduisant à Lippenrüti. L'ancien repère ⊙17 de l'opération de 1869, placé sur le socle de l'indicateur, à la croisée des routes de Sursee et de Sempach, à 1 ^k ,650 de ⊙16, soit à 0 ^k ,482 en deçà de ⊙17 _a , a disparu. La pierre très-friable se délite à l'air et l'on ne voit plus trace du repère.

Résultats des deux opérations de nivellement sur la ligne Locarno-Simplon-Brigue.

Repères.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence de niveau d'un repère à l'autre.			Désignation des repères.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
<i>Raccordement de repères intermédiaires sur la section NF 48 à NF 49 (suite).</i>					
⊙21 _a - ⊙20	^{km} 1,706		^m -39,3157		⊙21 _a <i>r</i> entre ⊙20 et ⊙22 sur le mur du jardin de la première maison après l'embranchement des routes de Sursee et de Rothenburg, en deçà de Gerlischwyl. L'ancien repère ⊙21 était placé à 60 ^m en deçà de ⊙21 _a , à l'embranchement même, sur une marche près de l'indicateur des routes; cette marche est cassée et vacille au moindre choc, en sorte qu'elle n'offre plus un point de repère solide.
4° De Emmenbrücke NF 49 à Lucerne (Église des Jésuites) NF 50.					
⊙24 - NF49	^{km} 2,790	^m - 1,2455	^m - 1,2452	^m - 1,2453	⊙24 <i>r</i> sur une cadette du parapet du quai le long de la Reuss, à côté de la fontaine près de l'arsenal, à Lucerne.
NF50 - ⊙24	0,300	+ 0,9200	+ 0,9191	+ 0,9195	NF50 <i>r</i> en bronze scellé sur le soubassement, à gauche de la porte principale de l'église des Jésuites, à Lucerne.
NF50 - NF49	3,090	- 0,3255	- 0,3261	- 0,3258	
<i>Raccordement de repères intermédiaires sur la section NF 49 et NF 50.</i>					
⊙22 _a - NF49	^{km} 0,868		^m - 1,1473		⊙22 _a <i>r</i> entre NF49 et ⊙24 sur la culée d'un viaduc du chemin de fer, en face de l'entrée du tunnel de la ligne de Zurich. L'ancien repère ⊙23 n'a pas été retrouvé et il est probable qu'il n'existe plus, des bâtiments neufs se construisant à l'endroit indiqué.
5° De Lucerne (Église des Jésuites) NF 50 à Lucerne (cathédrale) NF 51.					
NF51 - NF50	^{km} 1,029	^m +10,9515	^m +10,9534	^m +10,9525	NF51 <i>r</i> en bronze scellé sur une pierre saillante du soubassement de la cathédrale de Lucerne, entre la tour méridionale et une porte latérale.

Résultats des deux opérations de nivellement sur la ligne de Cully à Ouchy.

Repères.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence de niveau d'un repère à l'autre.			Désignation des repères.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
⊙ 9—NF70	km 0,527	+ m 7,0940	+ m 7,0929	+ m 7,0935	NF70 <i>r</i> en bronze scellé sur la marche supérieure du monument du Major Davel, à Cully.
⊙ 8—⊙ 9	3,822	— 4,2428	— 4,2441	— 4,2435	⊙ 9 <i>r</i> sur le seuil d'une porte à droite de la route, en face de la dernière maison de Cully.
⊙ 7—⊙ 8	1,607	— 2,7207	— 2,7238	— 2,7222	⊙ 8 <i>r</i> sur le parapet de droite du pont à Lutry.
⊙ 5—⊙ 7	3,063	+ 2,6351	+ 2,6401	+ 2,6376	⊙ 7 <i>r</i> sur le parapet le long du lac, à 50 ^m à l'Est du tilleul près d'une fontaine, à Pully.
⊙ 4—⊙ 5	0,409	+36,1480	+36,1427	+36,1453	⊙ 5 <i>r</i> sur le cordon, angle sud-ouest, de la maison n° 5, à Ouchy.
⊙ 4—NF70	9,428	+38,9136	+38,9078	+38,9107	⊙ 4 <i>r</i> sur le socle, à droite, du perron de l'église d'Ouchy, façade ouest.
<i>Raccordement de repères intermédiaires sur la section NF 70 à ⊙ 4.</i>					
(Nous ne reproduisons pas les données relatives aux repères déterminés en 1870, dans la première opération, et qui se trouvent dans la quatrième livraison, page 264.)					
⊙ 6 _a —⊙ 7	km 1,680	+ m 8,1727			⊙ 6 _a <i>r</i> entre ⊙ 7 et ⊙ 5 sur l'extrémité du mur devant la maison de campagne « Mon Rivage. »
S — ⊙ 5	0,178	— 3,6751	— 3,6745	— 3,6748	S sommet de la nouvelle échelle limnimétrique dans le port d'Ouchy.
Nivellement d'Ouchy ⊙ 4 à Morges NF 15.					
⊙ I—⊙ 4	km 2,892	— m 37,6233			⊙ I <i>r</i> sur une pierre, à la bifurcation de l'avenue d'une maison de campagne isolée, entre Ouchy et Préveranges.
⊙ II—⊙ I	0,876	+ 1,8037			⊙ II <i>r</i> sur le milieu du parapet d'amont du pont sur la Chambrone,
⊙ III—⊙ II	1,613	+16,5709			⊙ III <i>r</i> sur une grosse borne, à droite de la route près d'un noyer, à 400 ^m en deçà de la bifurcation de la route de St.-Sulpice.
⊙ IV—⊙ III	0,957	+ 0,2894			⊙ IV <i>r</i> sur la margelle du puits à gauche de la route, au delà de la maison d'école à St.-Sulpice.
⊙ V—⊙ IV	2,270	+ 6,1177			⊙ V <i>r</i> sur la marche supérieure du perron du jardin appartenant à la première maison de Préveranges.
⊙ 92—⊙ V	1,300	—24,2477			⊙ 92 <i>r</i> posé par M. Schœnholzer, en 1866, sur l'extrémité d'aval du parapet du pont sur un ruisseau, entre Préveranges et Morges.
NF15—⊙ 92	1,376	— 0,4867			NF15 <i>r</i> en bronze scellé sur le soubassement à droite de la porte de l'église de Morges; en 1866 M. Schœnholzer avait trouvé pour NF15—⊙ 92 —0 ^m ,486.
NF15—⊙ 4	11,284	—37,5760			

Nivellements exécutés dans la ville de Genève, et ses environs, en vue de raccorder les zéros des échelles limnimétriques.

Repères.	Distance d'un repère à l'autre.	Différence de niveau d'un repère à l'autre.			Désignation des repères.
		1 ^{re} opération.	2 ^{me} opération.	Moyenne.	
RL—RPN	0,412 ^{km}	+ 1,4600 ^m	+ 1,4596 ^m	+ 1,4598 ^m	RPN repère en bronze scellé au sommet de la Pierre du Niton.
⊙ A — RL		— 1,2302	— 1,2296	— 1,2299	RL repère en bronze scellé sur le socle de la colonne du limnimètre, à l'extrémité du jardin anglais.
NF186—RL	0,537	— 1,0225	— 1,0209	— 1,0217	⊙ A arête saillante taillée dans le cordon du parapet du quai devant la colonne du limnimètre.
⊙ I—NF186	0,110	— 0,4327	— 0,4323	— 0,4325	NF186 repère en bronze scellé sur l'un des éperons en amont de la machine hydraulique, le deuxième à partir de la rive gauche.
⊙ II—NF186	0,961	+ 0,5977	+ 0,5981	+ 0,5979	⊙ I r sur la dernière console du quai-pont allant de la petite Fusterie à la place de Bel-Air.
NF188—⊙ II	0,750	— 0,8365	— 0,8385	— 0,8365	⊙ II r sur la cadette de l'extrémité sud du parapet du quai du Léman, à l'angle de la jetée des Pâquis.
⊙ 5 _a — ⊙ 5	0,337	+ 1,4715			NF188 r en bronze scellé sur la neuvième marche du port, dans la campagne de M. Plantamour, à Sécheron.
NF187—⊙ 5 _a	0,158	— 11,3574	— 11,3554	— 11,3564	⊙ 5 r sur un couvercle de coulisse, à droite de la route, sous Genthod.
⊙ P—NF187		— 0,0364			⊙ 5 _a r sur un couvercle de coulisse, à droite de la route, à la bifurcation du chemin qui descend au creux de Genthod.
⊙ 6 _a — ⊙ 5 _a	2,383	— 1,2331			NF187 r en bronze scellé sur le mur au bord du lac, dans le creux de Genthod, dans la propriété de M. de Saussure.
					⊙ P r sur une cadette du même mur, près du repère précédent.
					⊙ 6 _a r sur l'encadrement en pierre du poids public, à Versoix.

Cotes des repères ci-dessus rapportées à la plaque de la Pierre du Niton.

RL	+ 1,4598 ^m	
⊙ A	+ 0,2299	
NF 186	+ 0,4381	
⊙ I	+ 0,0056	
⊙ II	+ 1,0360	
NF 188	+ 0,1995	
⊙ 5	+ 10,0511	(Voyez la 2 ^{me} livraison, page 149, en ayant égard à la nouvelle correction des mires.)
⊙ 6 _a	+ 10,2891	id.
⊙ 5 _a d'après ⊙ 5	+ 11,5226	Moyenne + 11 ^m ,5224.
» d'après ⊙ 6 _a	+ 11,5222	
NF 187	+ 0,1660	
⊙ P	+ 0,1296	

§ XXIII.

Recherches sur les erreurs commises dans les opérations de nivellement.

Ce sujet a déjà été traité à plusieurs reprises dans les livraisons précédentes (voyez §§ XI, XIV et XIX); dans la dernière livraison, en particulier, nous avons cherché à évaluer l'importance relative des erreurs d'observation proprement dites, et de celles provenant de la variabilité des mires, en basant cette étude sur la comparaison du double nivellement pour les 28 sections de la ligne Lucerne-Gothard-Locarno comprises entre deux repères de premier ordre. Il nous a paru à propos de reprendre cette étude afin d'obtenir, si possible, des données suffisamment approchées pour établir un critère permettant de se prononcer sur les deux questions suivantes :

1^o Lorsque l'un des côtés des polygones du réseau a été nivelé à double, la différence entre les deux opérations peut être en dedans des limites de l'incertitude calculée en tenant compte, soit des erreurs moyennes d'observation, soit de la variabilité moyenne des mires, ou bien cette différence ne dépassera l'incertitude que d'une très-petite quantité, ou bien enfin elle sera notablement plus forte; dans les deux premiers cas, il est permis de prendre la demi-différence entre les deux opérations pour erreur moyenne de leur moyenne; mais cela n'est plus possible dans le troisième cas, pour lequel il faut admettre que des circonstances particulières aient influé d'une manière exceptionnelle sur la différence de niveau obtenue dans l'une, ou dans l'autre des opérations, peut-être sur les deux. Comme on ne peut pas supposer que cette influence ait agi en sens contraire sur les deux opérations, et de la même quantité, l'incertitude réelle sur la moyenne de deux opérations peut, dans ce cas, dépasser sensiblement leur demi-différence.

2° L'erreur de clôture d'un polygone peut être en dedans des limites de l'incertitude provenant de l'erreur sur les différents côtés, soit que cette erreur résulte de la différence entre deux opérations, soit qu'elle ait été calculée en tenant compte des erreurs moyennes d'observation et de la variabilité moyenne des mires, ou bien elle ne dépassera cette incertitude que d'une très-faible quantité, ou bien elle la dépassera d'une quantité assez notable, pour que l'on soit obligé d'admettre une cause particulière, telle que l'attraction des montagnes, pour rendre compte du fait que le polygone des hauteurs ne se ferme pas.

Pour qu'une pareille recherche puisse amener à des résultats aussi approchés que possible, il importe, en premier lieu, de la baser sur des données tirées de toutes les lignes nivelées à double depuis le commencement des opérations, et non sur telle ligne en particulier, et, en second lieu, de restreindre la longueur de la ligne, sur laquelle porte la comparaison entre les deux opérations, à celle qui peut être nivelée dans le cours d'un seul jour, soit aux sous-sections comprises entre deux repères consécutifs. Si l'on prend, en effet, les sections comprises entre deux repères de premier ordre, pour lesquelles chaque opération prend souvent un assez grand nombre de jours, on est obligé de recourir à l'une ou à l'autre de ces deux hypothèses : ou bien que la longueur de la mire ait varié d'un jour à l'autre dans les limites de la variabilité moyenne, ce qui donne l'expression $\pm y \sqrt{\Sigma h^2}$ pour la mesure de l'incertitude due à cette cause, ou bien que la mire ait conservé pendant le nombre de jours nécessaires à l'opération la même longueur, auquel cas on a $\pm y H$ pour la mesure de l'incertitude. Dans les très-fortes pentes continues, telles qu'on les rencontre dans les passages des Alpes, H est notablement plus grand que $\sqrt{\Sigma h^2}$: ainsi, entre Hospenthal et le sommet du Gothard, H est de 649^m en nombres ronds, tandis que $\sqrt{\Sigma h^2}$ est de 209^m seulement; du sommet du Gothard à Airolo, H est de 930^m et $\sqrt{\Sigma h^2}$ de 250^m. Dans les vallées, au contraire, et en plaine sur un terrain ondulé, H peut être très-petit et $\sqrt{\Sigma h^2}$ assez fort par suite de ces ondulations; ainsi, entre Brunnen et Flüelen par exemple, la différence de ni-

veau H est d'une fraction de mètre seulement, tandis que les pentes et contre-pentes de la route de l'Axenstein donnent pour $\sqrt{\Sigma h^2}$ un peu plus de 100 mètres. Dans l'équation de condition fournie par chaque section, et devant servir à la détermination de l'inconnue y représentant la variabilité moyenne des mires, le coefficient de y pourra être très-différent suivant que l'on adoptera l'une ou l'autre des deux hypothèses, sans qu'on puisse invoquer dans chaque cas particulier un argument spécial qui motive l'adoption de l'une plutôt que de l'autre.

Dans les recherches relatives à la ligne du Gothard, contenues dans la dernière livraison, nous avons effectué le calcul des deux manières, en appliquant d'abord la première hypothèse aux 28 sections de cette ligne, puis la seconde, et nous avons indiqué les résultats obtenus dans la première hypothèse comme devant être adoptés, étant les plus probables pour ces deux motifs : en premier lieu, les comparaisons des mires faites à Berne et à Neuchâtel montrent qu'elles varient, dans quelques cas, dans des limites tout aussi étendues d'un jour à l'autre que d'une année à l'autre, et, en second lieu, le chiffre de la variabilité moyenne obtenue dans la seconde hypothèse est un chiffre très-faible, un peu plus du quart seulement de celui qui résulte de ces comparaisons, tandis qu'on aurait dû s'attendre à un chiffre plus fort, tel que celui obtenu dans la première hypothèse, eu égard aux intempéries auxquelles les mires sont exposées dans les opérations du nivellement et qui peuvent influencer sur leur longueur. Toutefois, si l'on peut admettre que, dans la majorité des cas, l'hypothèse d'un changement dans la longueur de la mire, s'opérant d'un jour à l'autre dans les limites de la variabilité moyenne, soit la plus probable, on ne peut pas nier la possibilité que la mire conserve pendant plusieurs jours consécutifs la même longueur, sinon d'une façon absolue, du moins dans des limites de variation beaucoup moindres, ce qui diminue dans une certaine mesure la confiance que l'on peut accorder au résultat obtenu.

En basant la recherche de la variabilité des mires sur la différence entre deux opérations effectuées sur une sous-section, nivelée dans cha-

cune des opérations dans un seul jour, et les deux opérations ayant été exécutées à quelques mois d'intervalle, si elles avaient eu lieu la même année, et, le plus souvent, après un intervalle de une ou plusieurs années, on évite toute incertitude tenant à l'adoption de l'une ou de l'autre des hypothèses; mais, d'un autre côté, le calcul aurait été démesurément long, si l'on avait formé l'équation de condition fournie par chacune des sous-sections nivelées à double depuis l'année 1865, le nombre de ces sous-sections étant assez considérable pour rendre le travail presque inabordable. On peut cependant arriver à une solution très-approchée en n'introduisant dans le calcul qu'une partie seulement de ces sous-sections, à la condition que leur nombre soit suffisamment grand pour que l'influence d'écarts exceptionnellement forts, pouvant se présenter de temps à autre, ne soit pas trop à redouter, et que ces sous-sections soient choisies de façon à obtenir le plus grand poids possible dans la détermination des deux inconnues.

Si l'on désigne par $\pm d$ la différence entre les chiffres obtenus dans les deux opérations pour la différence de niveau entre deux repères consécutifs, par $\pm x$ l'erreur moyenne d'observation par kilomètre, par $\pm y$ la variabilité moyenne dans la longueur des mires, chaque sous-section donne une équation de condition de la forme $d^2 = 2kx^2 + 2ky^2$, k représentant la longueur de la section, et h la différence de niveau entre les deux extrémités. Pour arriver à la détermination la plus exacte des deux inconnues x^2 et y^2 , par la résolution de ces équations à l'aide de la méthode des moindres carrés, en ne tenant compte que d'une partie des sous-sections, il faut évidemment les choisir de telle façon, que pour une moitié d'entre elles, à peu près, le coefficient de y^2 soit aussi petit, et que pour l'autre moitié il soit aussi grand que possible; il faut, en d'autres termes, prendre, d'une part, toutes les sous-sections pour lesquelles la différence de niveau entre deux repères est la plus faible, au-dessous d'une certaine limite, et, d'autre part, toutes celles pour lesquelles elle est la plus forte, au-dessus d'une autre limite. Le choix des sous-sections est ainsi déterminé seulement, et en faisant abstraction de toute

autre considération, par la différence de hauteur entre les deux extrémités, suivant qu'elle se trouve au-dessous d'une certaine limite, ou au-dessus d'une autre limite; il est de plus à noter, que dans les sous-sections à forte pente, pour lesquelles le coefficient de y^2 est considérable, celui de x^2 est au contraire ordinairement plus faible, la distance parcourue dans le même laps de temps étant plus courte, parce que le nombre de coups de niveau est notablement plus grand.

Nous avons pris le chiffre de 3 mètres pour la limite supérieure de la différence de niveau entre les deux extrémités d'une sous-section à faible pente, et nous trouvons 85 sous-sections dans cette catégorie, en réunissant les nivellements exécutés à double sur toutes les lignes du réseau publiées jusqu'à présent; avec cette limite de 3 mètres, on peut égaler à 0 le coefficient de y^2 dans les équations de condition relatives à ces 85 sous-sections, la variabilité des mires ne pouvant pas produire sur cette différence de niveau un écart dépassant une fraction de millimètre, en la supposant même trois ou quatre fois plus grande que la variabilité moyenne. En prenant dans ces équations, pour la commodité du calcul, 100 mètres pour l'unité de h et, par suite, la valeur de $\pm y$ obtenue pour la variabilité moyenne des mires se rapportant également à une longueur de 100 mètres, le coefficient de y^2 dans les 85 sous-sections de la première catégorie atteindrait en maximum 0,0018, et dans la très-grande majorité des cas il est au-dessous de 0,001, il peut par conséquent être négligé sans s'exposer à aucune erreur appréciable.

Pour les sous-sections de la seconde catégorie, à forte pente, nous avons pris 60 mètres pour la limite inférieure de la différence de niveau entre les deux extrémités, chiffre qui nous permet de réunir 73 sous-sections de cette catégorie dans les publications faites jusqu'à présent; si ce nombre est un peu inférieur à celui de la première catégorie, il ne s'en écarte cependant pas beaucoup, et il est du reste suffisant, comme nous le montrerons par la suite. Avec cette limite de 60^m, la valeur minimum du coefficient de y^2 dans les équations de condition est de 0,72.

Nous donnons dans le tableau suivant, pour chacune des 158 sous-

sections, la valeur $\pm d$ de la différence entre les deux opérations, le coefficient de x^2 dans les équations de condition, soit $2k$, celui de y^2 , soit $2h^2$; en traitant ces équations par la méthode des moindres carrés, on arrive aux équations finales

$$\begin{aligned} 1601,29 x^2 + 226,243 y^2 &= 21152,30 \\ 226,243 x^2 + 112,424 y^2 &= 7255,90 \end{aligned}$$

D'où l'on tire:

$$\begin{aligned} x^2 &= 5,716 \text{ et } x = \pm 2^{\text{mm}},391 \\ y^2 &= 53,039 \text{ et } y = \pm 7^{\text{mm}},283 \text{ pour } 100 \text{ mètres, ou } y = \pm 0^{\text{mm}},07283 \text{ pour } 1 \text{ mètre.} \end{aligned}$$

Ces tableaux renferment en outre, pour chaque sous-section, la valeur $\pm x\sqrt{2k}$ de l'incertitude qui peut être attribuée, d'après cette valeur de x , aux erreurs d'observation proprement dites, et la valeur $\pm y\sqrt{2h^2}$ de l'incertitude qui provient de la variabilité des mires, enfin l'incertitude théorique totale $\pm d'$, calculée en tenant compte de ces deux causes d'incertitude.

Ligne.	Sous-section.	$\pm d$	$2k$	$2h^2$	$\pm 2,391 \sqrt{2k}$	$\pm 7,283 \sqrt{2h^2}$	$\pm d'$
1^{re} livraison.							
Genève à Morges	⊙ 1—RL	$\pm 5,0$	2,16	0	$\pm 3,5$	± 0	$\pm 3,5$
	⊙ 9—NF11	2,0	5,48	0	5,6	0	5,6
	⊙ 11—⊙ 9	5,0	2,98	0	4,1	0	4,1
	NF12—⊙ 12	1,0	3,17	0	4,3	0	4,3
	⊙ 51—⊙ 50	0,0	0,23	0	1,4	0	1,4
Neuchâtel au Chaumont	⊙ 51—⊙ 7 _a	4,0	2,78	1,782	4,0	9,7	10,5
	⊙ 53—⊙ 52	2,0	1,41	0,846	2,8	6,7	7,3
	⊙ 55—⊙ 54	0,0	1,42	0,941	2,8	7,1	7,6
	⊙ 57—⊙ 56	3,0	1,79	1,651	3,2	9,4	9,9
	⊙ 1—⊙ 58	6,0	1,77	0,730	3,2	6,3	7,0
Chufford au Chasseral	NF 3—⊙ 1	6,0	2,37	1,441	3,7	8,7	9,5
	⊙ 19—⊙ 18	16,0	2,11	0,828	3,5	6,6	7,5
	⊙ 20—⊙ 19	19,0	2,03	0,785	3,4	6,5	7,3
Chufford à Dombresson	⊙ 24—⊙ 22	19,0	1,76	2,153	3,2	10,7	11,1
	⊙ 35—⊙ 34	6,0	0,96	0,736	2,3	6,2	6,7
	⊙ 37—⊙ 36	14,0	1,01	0,951	2,4	7,1	7,5
	⊙ 39—⊙ 38	14,0	1,30	1,471	2,7	8,8	9,2
	⊙ 42—⊙ 41	0,0	3,71	0,900	4,6	6,9	8,3

Ligne.	Sous-section.	$\pm d$	$2k$	$2h^2$	$\pm 2,391 \sqrt{2k}$	$\pm 7,283 \sqrt{2h^2}$	$\pm d'$
1^{re} livraison (suite).							
Chaux-de-Fonds à Morteau	⊙28—⊙27	$\pm 1,0$	2,25	1,128	$\pm 3,6$	$\pm 7,7$	$\pm 8,5$
	⊙31—⊙30	18,0	3,77	0,871	4,6	6,5	8,0
	⊙34—⊙33	2,0	3,41	0	4,4	0	4,4
	⊙35—⊙34	8,0	4,10	0	4,9	0	4,9
Neuchâtel à Bienne	⊙36—⊙35	2,0	2,81	0	4,0	0	4,0
	⊙1—⊙3	0,0	0,51	0	1,7	0	1,7
	⊙2—⊙1	1,0	5,92	0	5,8	0	5,8
	⊙3—⊙2	3,0	1,24	0	2,7	0	2,7
	⊙4—⊙3	4,0	8,12	0	6,8	0	6,8
	⊙5—⊙4	2,0	4,94	0	5,3	0	5,3
	⊙6—⊙5	5,0	5,03	0	5,4	0	5,4
	⊙7—⊙6	6,0	5,15	0	5,4	0	5,4
	⊙8—⊙7	6,0	5,73	0	5,7	0	5,7
2^{me} livraison.							
Bienne à St.-Imier Bienne à Berne	⊙14—⊙13	0,0	2,68	0,826	3,9	6,6	7,7
	⊙1—NF21	6,0	6,09	0	5,9	0	5,9
	⊙3—⊙2	0,0	5,98	1,166	5,8	7,9	9,8
	⊙4—⊙3	2,0	4,30	0,881	5,0	6,8	8,4
	⊙6—⊙b	4,0	2,55	0	3,8	0	3,8
	⊙9—⊙8	3,0	3,31	0	4,3	0	4,3
	⊙13—⊙12	4,0	4,20	0	4,9	0	4,9
	⊙15—⊙14	6,0	4,54	0	5,1	0	5,1
Fribourg à Berne	NF26—⊙18	2,0	0,95	0	2,3	0	2,3
	⊙4—⊙3	2,0	3,03	0	4,2	0	4,2
	⊙5—⊙4	8,0	4,24	0	4,9	0	4,9
	⊙18—⊙17	3,0	1,88	0	3,3	0	3,3
4^{me} livraison.							
Aarbourg à Brugg	NF31—⊙51	2,8	3,21	0	4,3	0	4,3
	⊙55—NF31	4,2	6,88	0	6,3	0	6,3
	⊙58—⊙57	2,3	2,00	0	3,4	0	3,4
	⊙61—⊙60	4,7	3,26	0	4,3	0	4,3
	NF32—⊙62	11,2	0,49	0	1,7	0	1,7
	⊙66—⊙65	3,1	4,63	0	5,1	0	5,1
	⊙70—⊙69	7,7	1,86	0	3,2	0	3,2
	⊙73—⊙72	6,9	4,48	0	5,1	0	5,1
	NF35—⊙75	4,0	1,48	0	2,9	0	2,9
	Lucerne à Locarno	⊙19—⊙20	2,1	2,46	0	3,7	0
⊙18—⊙19		2,3	1,08	0	2,5	0	2,5
⊙14—⊙15		8,9	2,66	0,865	3,9	6,8	7,8
⊙10—⊙11		0,1	4,16	0,748	4,9	6,3	8,0
⊙9—NF95		0,4	2,76	0,766	4,0	6,4	7,5
⊙12—NF96		4,9	2,34	0	3,7	0	3,7

Ligne.	Sous-section.	$\pm d$	$2k$	$2h^2$	$\frac{\text{mm}}{\pm 2,391 \sqrt{2k}}$	$\frac{\text{mm}}{\pm 7,283 \sqrt{2h^2}}$	$\pm d'$
4^{me} livraison (suite).							
Lucerne à Locarno	⊙ 1—⊙ 2	$\pm 3,8$	4,04	0,840	$\pm 4,8$	$\pm 6,7$	$\pm 8,2$
	⊙ 20—⊙ 21	4,9	1,98	0,958	3,4	7,1	7,9
	⊙ 19—⊙ 20	5,2	3,08	0,910	4,2	6,9	8,1
	⊙ 14—⊙ 15	2,9	3,20	0,853	4,3	6,7	8,0
	⊙ 10—⊙ 11	6,1	1,92	0	3,3	0	3,3
	⊙ 9—⊙ 10	1,8	3,21	0,797	4,3	6,5	7,8
	NF64—⊙ 8	5,4	2,51	0,867	3,8	6,8	7,8
	⊙ 5—⊙ 6	0,2	1,55	0,829	3,0	6,6	7,3
	⊙ 3—⊙ 4	5,1	2,52	2,198	3,8	10,8	11,4
	⊙ 2—⊙ 3	4,8	1,52	0,805	2,9	6,5	7,2
	⊙ 3—NF54	7,2	1,81	0,825	3,2	6,6	7,4
	⊙ 4—⊙ 3	0,3	1,68	0,807	3,1	6,5	7,2
	⊙ 6—⊙ 5	4,6	2,31	1,013	3,6	7,3	8,2
	⊙ 7—⊙ 6	1,4	2,19	1,206	3,5	8,0	8,7
	⊙ 8—⊙ 7	1,2	1,81	1,056	3,2	7,5	8,1
	⊙ 9—⊙ 8	3,6	2,14	1,000	3,5	7,3	8,1
	⊙ 10—⊙ 9	17,3	3,21	1,401	4,3	8,6	9,6
	⊙ 16—⊙ 15	4,6	2,38	1,693	3,7	9,5	10,2
	⊙ 17—⊙ 16	20,2	1,56	0,786	3,0	6,5	7,1
	⊙ 18—⊙ 17	28,9	1,72	0,969	3,1	7,2	7,8
	⊙ 21—⊙ 20	2,7	2,36	1,134	3,7	7,8	8,6
	⊙ 22—⊙ 21	3,1	1,90	1,117	3,3	7,7	8,4
	⊙ 24—⊙ 23	1,2	1,91	1,095	3,3	7,6	8,3
	⊙ 25—⊙ 24	0,5	2,37	1,740	3,7	9,6	10,3
	⊕ 1—⊙ 25	10,5	2,47	1,119	3,8	7,7	8,6
	⊙ 27—⊙ 26	14,3	5,05	1,214	5,4	8,0	9,7
	⊙ 32—⊙ 30	0,2	3,66	2,610	4,6	11,8	12,6
	⊙ 39—⊙ 38	0,9	1,75	0,747	3,2	6,3	7,0
	⊙ 40—⊙ 39	2,9	2,95	0,752	4,1	6,3	7,5
	⊙ 8—⊙ 7	2,4	1,63	0	3,1	0	3,1
	⊙ 12—⊙ 11	1,2	1,86	0	3,3	0	3,3
	⊙ 17—⊙ 16	0,0	2,82	0	4,0	0	4,0
	⊙ 24—NF119	2,0	1,34	0	2,8	0	2,8
⊙ 26—⊙ 25	8,8	2,48	0	3,8	0	3,8	
NF93—⊙ 26	3,9	1,66	0	3,1	0	3,1	
⊙ 15—NF93	0,4	1,92	0	3,3	0	3,3	
⊙ 8—⊙ 9	3,2	3,45	0	4,4	0	4,4	
⊙ 6—⊙ 7	8,9	2,38	0	3,7	0	3,7	
5^{me} livraison.							
Locarno à Brigue.	⊙ 65—⊙ 67	1,5	4,60	0	5,1	0	5,1
	⊙ 62—⊙ 63	3,0	0,98	0	2,4	0	2,4
	⊙ 56—⊙ 57	10,6	1,60	0	3,0	0	3,0
	⊙ 55—⊙ 56	9,5	3,43	0	4,4	0	4,4

Ligne.	Sous-section.	$\pm d$	$2k$	$2h^2$	$\pm 2,391 \sqrt{2k}$ mm	$\pm 7,283 \sqrt{2h^3}$ mm	$\pm d'$	
5^{me} livraison (suite).								
Locarno à Brigue.	⊙54—⊙55	$\pm 6,1$	3,37	0	$\pm 4,4$	± 0	$\pm 4,4$	
	⊙51—⊙52	1,1	1,13	0	2,5	0	2,5	
	⊙50—⊙51	2,2	1,41	0,861	2,8	6,8	7,4	
	⊙39—⊙41	2,8	1,71	2,641	3,1	11,8	12,2	
	⊙25—⊙26	4,1	1,96	0,734	3,3	6,2	7,1	
	⊙13—⊙15	3,0	3,81	1,384	4,7	8,6	9,8	
	⊙9—⊙10	6,2	1,75	0,918	3,2	7,0	7,7	
	⊙7—⊙8	7,2	2,49	0,896	3,8	6,9	7,9	
	⊙73—⊙74	15,0	3,64	0	4,6	0	4,6	
	⊙59—⊙60	4,1	2,19	0,775	3,5	6,4	7,3	
	⊙54—⊙56	4,4	2,33	1,580	3,6	9,2	9,9	
	NF88—⊙44	2,2	3,42	2,485	4,4	11,5	12,3	
	⊙31—⊙32	15,2	2,89	0,741	3,7	6,3	7,3	
	⊙24—⊙25	17,2	1,93	0,835	3,3	6,7	7,4	
	⊙22—⊙23	18,1	2,73	1,304	3,9	8,3	9,2	
	⊙20—⊙22	1,2	2,31	0,870	3,6	6,8	7,7	
	⊙18—NF85	6,7	2,32	0	3,6	0	3,6	
	⊙11—⊙13	13,6	2,24	1,890	3,6	10,0	10,6	
	⊙8—⊙9	4,3	1,41	0,941	2,7	7,1	7,6	
	⊙6—⊙7	20,6	1,97	1,329	3,4	8,4	9,0	
	⊙4—⊙5	8,8	2,18	1,101	3,5	7,6	8,4	
	⊙2—⊙4	22,6	2,39	1,161	3,7	7,8	8,7	
	Schwytz à Brugg	⊙1—⊙10	2,1	3,80	1,060	4,7	7,5	8,8
		⊙4—⊙2	1,3	4,17	0,926	4,9	7,0	8,5
		⊙5—⊙4	1,8	4,72	0,841	5,2	6,7	8,5
		NF102—⊙10	0,3	7,91	1,928	6,7	10,1	12,1
		⊙16—⊙15	10,6	3,53	1,407	4,5	8,6	9,7
⊙18—⊙17		4,0	3,77	1,668	4,6	9,4	10,5	
⊙20—⊙19		2,5	1,74	0	3,2	0	3,2	
⊙24—⊙23		8,4	5,54	0	5,6	0	5,6	
⊙25—⊙24		1,0	4,49	0	5,1	0	5,1	
⊙27—⊙26		1,6	3,98	0	4,8	0	4,8	
NF108—⊙27		1,4	4,79	0	5,2	0	5,2	
⊙29—NF108		0,2	0,72	0	2,0	0	2,0	
⊙30—⊙29		1,8	1,75	0	3,2	0	3,2	
⊙31—⊙30		5,6	5,58	0	5,7	0	5,7	
⊙32—⊙31		0,6	3,55	0	4,5	0	4,5	
⊙33—⊙32		8,3	3,70	0	4,6	0	4,6	
⊙36—⊙34		1,7	1,86	0	3,3	0	3,3	
NF109—⊙36		0,1	1,70	0	3,1	0	3,1	
⊙35—⊙34		3,1	1,00	0	2,4	0	2,4	
⊙37—⊙36		1,6	1,77	0	3,2	0	3,2	
⊙39—⊙38	1,7	1,49	0	2,9	0	2,9		
NF113—⊙41	8,4	5,23	0	5,5	0	5,5		
⊙42—NF113	2,0	2,34	0	3,7	0	3,7		

Ligne.	Sous-section:	$\pm d$	$2k$	$2h^2$	$\pm 2,391 \sqrt{2k}$ mm	$\pm 7,283 \sqrt{2h^2}$ mm	$\pm d'$
5^{me} livraison (suite).							
Schwytz à Brugg	⊙44—⊙43	$\pm 7,8$	5,04	0	$\pm 5,4$	± 0	$\pm 5,4$
	NF114—⊙47	3,2	0,41	0	1,5	0	1,5
Aarbourg à Lucerne	⊙48—NF114	1,5	0,94	0	2,3	0	2,3
	⊙3—NF47	1,0	4,16	0	4,9	0	4,9
	⊙24—NF49	0,3	5,58	0	5,7	0	5,7
	NF50—⊙24	0,9	0,60	0	1,8	0	1,8
Cully à Ouchy	⊙7—⊙8	3,1	3,21	0	4,3	0	4,3
	⊙5—⊙7	5,0	6,13	0	5,9	0	5,9
Genève à Genthod	RL—RPN	0,4	0,82	0	2,2	0	2,2
	NF186—RL	1,6	1,07	0	2,5	0	2,5
	⊙I—NF186	0,4	0,22	0	1,1	0	1,1
	⊙II—NF186	0,4	1,92	0	3,3	0	3,3
	NF188—⊙II	0	1,50	0	2,9	0	2,9

La somme de $2k$, pour les 158 sous-sections des lignes nivelées à double, est de $441^{\text{km}},69$, soit de $220^{\text{km}},84$ pour leur longueur totale; il en revient $125^{\text{km}},67$ pour les 85 sous-sections à faible pente, dont la longueur moyenne est d'un peu moins de $1^{\text{km}},48$, et $95^{\text{km}},67$ pour les 73 sous-sections à forte pente, dont la longueur moyenne est de $1^{\text{km}},31$. Ces 158 sous-sections ne forment qu'une petite fraction, un peu moins des trois dixièmes, de la longueur totale $739^{\text{km}},82$ des lignes nivelées à double, la différence de niveau entre les deux extrémités d'une sous-section étant le plus souvent supérieure à 3 mètres, ou inférieure à 60 mètres; leur développement est néanmoins suffisant, pour que la valeur de l'incertitude x par kilomètre due aux erreurs d'observation, déduite d'une longueur de 442 kilomètres, puisse être regardée comme très-approchée, surtout si l'on a égard à la circonstance que ces sous-sections sont tirées de tout l'ensemble du réseau, et peuvent ainsi le représenter.

De même, la détermination de l'inconnue y , qui représente la variabilité moyenne des mires pour un mètre, est déduite de 73 sous-sections, pour lesquelles la différence moyenne de niveau entre les deux extrémités est de $74^{\text{m}},64$; la somme des différences de niveau pour les

73 sous-sections est de 5449 mètres, soit de 10898 mètres pour la dénivellation totale. Dans un premier calcul, nous avons pris 65 mètres pour la limite inférieure de la différence de niveau pour les sous-sections à forte pente, dont le nombre était réduit à 53, et par la résolution des 138 équations de condition nous avons trouvé $x = \pm 2^{\text{mm}},356$, et y par mètre $= \pm 0^{\text{mm}},07341$; ces valeurs diffèrent assez peu de celles obtenues par l'adjonction des 20 sous-sections, pour lesquelles la différence de niveau est comprise entre 60 et 65 mètres, pour que l'on puisse en conclure que les valeurs ne seraient pas sensiblement modifiées en abaissant encore la limite, ou en établissant le calcul sur toutes les sous-sections.

Si l'on examine les valeurs de $\pm d$, données dans les tableaux précédents, on voit qu'elles sont généralement plus faibles dans les 85 sous-sections à faible pente, pour lesquelles $2h^2$ est 0; il n'y a que trois cas pour lesquels la valeur de la différence entre les deux opérations dépasse un centimètre, la différence maximum étant de 15^{mm} , et la moyenne arithmétique des valeurs de d étant de $3^{\text{mm}},67$. Sur les 73 sous-sections à forte pente, il s'en trouve 18 pour lesquelles la différence entre les deux opérations dépasse un centimètre, la différence maximum s'élevant à $28^{\text{mm}},9$ et la moyenne arithmétique des valeurs de d étant de $6^{\text{mm}},50$; en ayant égard à la circonstance, que la longueur moyenne de ces dernières est un peu moins grande que pour les premières, on peut conclure que la variabilité des mires double à peu près l'incertitude du nivellement dans les fortes pentes, comparativement à ce qu'elle est en plaine.

Si l'on compare la valeur théorique de $\pm d'$, calculée pour chaque sous-section avec les valeurs adoptées pour x et y , avec les valeurs observées de $\pm d$, on voit que, pour les 85 sections à faible pente, dans 53 cas la valeur numérique de d' est plus forte que celle de d , et dans 32 cas seulement plus faible; sur les 73 sous-sections à forte pente, il y a également 53 cas dans lesquels d' est plus grand que d , et 20 cas dans lesquels il est plus faible. L'on devait s'attendre à ce résultat, parce que le petit nombre de cas, dans lesquels la valeur de d atteint une valeur exceptionnellement forte, tend à élever sensiblement les valeurs numéri-

ques de x et de y , et l'on peut en conclure que l'incertitude probable sur une opération de nivellement doit être inférieure à celle calculée avec ces valeurs. Dans les cas, par conséquent, où l'incertitude sur la différence de niveau entre deux points, déduite d'une double opération, dépasse l'incertitude théorique calculée avec ces valeurs de x et de y , on peut soupçonner que l'exactitude de l'une ou de l'autre des opérations a été diminuée par une cause accidentelle, comme, par exemple, si dans une opération sur un terrain incliné la longueur de la mire avait différé de sa longueur moyenne d'une quantité dépassant notablement les limites de la variabilité moyenne, ce qui peut arriver; une cause de cette nature peut produire sur la moyenne de deux opérations une erreur plus forte que celle donnée par leur demi-différence.

Il nous reste encore à discuter la question de savoir, jusqu'à quel point l'on est autorisé à déduire la valeur de x de l'ensemble des 158 sous-sections, et à considérer les erreurs d'observation proprement dites comme étant les mêmes sur un terrain, où la pente est très-faible, et sur un terrain très-incliné. Ces erreurs tiennent à deux causes, l'erreur commise dans la lecture de la mire, et l'erreur sur la correction apportée pour l'inclinaison d'après la lecture du niveau; celle-ci se fait avant et après la lecture de la mire et l'on en prend la moyenne. Ces deux lectures du niveau s'accordent en général assez bien entre elles; il y a cependant des cas où la différence est assez appréciable, pour que l'on puisse l'attribuer à un mouvement de l'instrument; il peut donc y avoir quelque incertitude dans la supposition, que l'inclinaison donnée par la moyenne corresponde bien avec celle qui avait lieu au moment de la lecture de la mire. Si l'on désigne par $\pm \epsilon$ l'erreur moyenne commise, à chaque observation, dans la lecture de la mire, par $\pm i$ l'erreur moyenne sur la correction pour l'inclinaison du niveau, et par n le nombre des observations pour un kilomètre, on aura $\pm x = \pm \sqrt{n \epsilon^2} \pm \sqrt{n i^2}$. Sur un terrain en plaine ou très-peu incliné, la valeur de n est sensiblement plus faible, l'ingénieur prenant, pour abrégé les opérations, des coups de niveau plus longs, jusqu'à la limite où l'estimation de la fraction de

centimètre devient trop difficile; cette limite est atteinte, lorsque la mire est de 50 à 60 mètres de la lunette, ou en moyenne de 55 mètres, qui est la distance ordinaire sur un terrain plat. A cette distance, un centimètre soustend un angle de $37''{,}5$, ou dans la lunette grossissant 30 fois environ, d'un peu moins de $19'$, et la valeur de n est de 18 environ. Sur un terrain très-incliné, la longueur du coup de niveau est limitée par la longueur de la mire, celle-ci étant de 3 mètres, sur lesquels on ne peut guère utiliser que $2^m{,}80$. D'après ce qui a été dit plus haut, la différence moyenne de hauteur entre les extrémités des 73 sous-sections à forte pente est de $74^m{,}64$, pour une distance de $1^{\text{km}}{,}305$, ce qui correspond à une différence de $57^m{,}2$ pour un kilomètre (soit une pente de $57{,}2$ pour 1000), et il faut 20 coups de niveau, en moyenne, pour franchir un kilomètre, d'où n' dans ce cas est égal à 40. A la distance moyenne de 25 mètres, un centimètre soustend un angle de $82''{,}64$, soit de $41'$ avec un grossissement de 30 fois.

Il n'y a donc aucun doute, que l'exactitude serait moindre sur un terrain très-incliné, par suite du nombre d'observations n' plus grand que n , si l'erreur commise, à chaque observation, soit dans la lecture de la mire, soit dans la correction appliquée pour l'inclinaison, était la même; mais il n'en est pas ainsi, car les erreurs commises à chaque coup de niveau, ε' et i' , la mire étant en moyenne à 25 mètres de la lunette, sont moindres que celles qui ont lieu à une distance plus grande, de 55^m en moyenne pour les sections à faible pente, ce qui introduit une sorte de compensation. Pour que la compensation soit complète, et que la valeur de x soit la même pour les deux extrêmes de pente, il faut que $n\varepsilon^2 = n'\varepsilon'^2$ et $ni^2 = n'i'^2$, ou bien $\varepsilon : \varepsilon' = \sqrt{n'} : \sqrt{n}$, et $i : i' = \sqrt{n'} : \sqrt{n}$, le rapport de $\sqrt{n'} : \sqrt{n}$ étant pour les distances moyennes dans les deux cas celui de 1,5 : 1. Comme l'exactitude dans la lecture du niveau est la même, quelle que soit la distance de la mire, et que la correction pour l'inclinaison est proportionnelle à cette distance, on a $i : i' = n' : n$, soit dans le rapport de 2,2 : 1; il en résulte que $n'i'^2$ est moindre que ni^2 , en d'autres termes, que l'incertitude dans le nivellement, causée

par la correction appliquée pour l'inclinaison, est moindre sur un terrain très-incliné qu'elle ne l'est en plaine. Il est nécessaire d'ajouter que l'incertitude sur l'inclinaison, donnée par les deux lectures du niveau, entre pour une très-faible partie seulement dans les erreurs du nivellement; en effet, même dans les cas extrêmes, où la différence entre ces lectures montre un petit changement dans l'instrument, l'incertitude sur l'inclinaison n'atteint pas une partie entière du niveau, ce qui correspond à $0^{\text{mm}},4$ à une distance de 25^{m} , et à $0^{\text{mm}},85$ à une distance de 55^{m} . Ces cas sont du reste fort rares, et l'accord entre les deux lectures du niveau restreint dans la presque totalité des cas l'incertitude sur l'inclinaison à une petite fraction de partie, et par suite l'erreur sur la correction appliquée à une très-petite fraction de millimètre.

Il est moins facile de déterminer a priori le rapport $\varepsilon : \varepsilon'$ de l'erreur commise dans la lecture de la mire à différentes distances; ce qui peut être admis sans difficulté, c'est que l'estimation de la fraction de centimètre, correspondant à chacun des trois fils du réticule, soit plus facile à une distance moindre, où un centimètre soustend dans la lunette un angle de $41'$, qu'à une distance plus grande, lorsque cet angle est réduit à $19'$; mais une évaluation du rapport dans lequel l'erreur est augmentée dans le dernier cas n'est guère possible. En diminuant successivement la distance de la mire, on ne peut pas s'attendre non plus à voir diminuer l'erreur indéfiniment; lorsque cette distance est réduite à un petit nombre de mètres seulement, de 4 à 8, ce qui s'est présenté dans quelques cas sur des sentiers de montagne très-rapides, où les fils extrêmes embrassaient à peine un centimètre, la lecture est moins facile, le tirage de l'oculaire ne permettant pas de mettre exactement au foyer. Il existe probablement pour chaque observateur une limite de distance, à partir de laquelle l'erreur commise dans l'estimation de la fraction de centimètre augmente, soit que la distance soit augmentée, soit qu'elle soit diminuée, cette limite pouvant être différente d'un observateur à l'autre. Mais cette limite et l'augmentation de l'erreur, en dehors, ou en dedans de cette limite, ne pourrait pas être déterminée par des opérations de

nivellement, même entreprises dans ce but spécial sur un terrain plat, pour éviter les erreurs dues à la variabilité des mires, parce que l'on ne peut pas isoler l'erreur commise dans la lecture de la mire de celle qui provient de la correction pour l'inclinaison. Ce que l'on pourrait déterminer par des expériences directes, répétées en nombre suffisant, c'est le rapport suivant lequel l'erreur $\pm x$ dans le nivellement d'une section, de 1 kilomètre en plaine, due aux deux causes indiquées ci-dessus, varie avec le nombre des coups de niveau employés pour parcourir la section, ou avec la distance de la lunette à laquelle la mire est placée dans chaque opération. De pareilles expériences offriraient certainement de l'intérêt, parce qu'elles permettraient à chaque observateur de fixer la distance à laquelle il doit placer la mire pour obtenir la plus grande exactitude possible, toutes les fois que l'inclinaison du terrain le permet; mais la variation de $\pm x$ avec la distance, déduite d'expériences faites en plaine, ne pourrait pas être appliquée dans les fortes pentes que l'on rencontre dans les passages de montagnes, par suite de l'impossibilité de tenir compte de diverses circonstances, telles que la force du vent par exemple, souvent très-gênant sur les hauteurs, qui peuvent influencer d'une manière très-sensible sur l'exactitude des observations.

Les conclusions que l'on peut tirer de cette discussion sont : d'une part, l'impossibilité d'arriver par des expériences directes à trouver le rapport dans lequel l'erreur $\pm x$ par kilomètre varie, suivant que l'on opère en plaine avec de longs coups de niveau, ou sur un terrain très-incliné avec des coups de niveau beaucoup moins longs; d'autre part, la très-grande probabilité qu'il s'établisse une compensation entre les circonstances plus ou moins favorables dans chacune de ces alternatives. Comme la valeur de $\pm x$, déduite de ces 158 sous-sections, doit servir à calculer l'erreur sur les grandes sections, formant des côtés de polygones, sur le parcours desquelles on rencontre tantôt des parties plates, tantôt des parties à pente plus ou moins forte, nous sommes d'autant plus autorisés à adopter la valeur obtenue par la résolution des 158 équations de condition; il serait, en effet, impraticable de calculer isolément

l'erreur sur chaque sous-section avec une valeur de x différente, en ayant égard à la longueur et à la pente, et le résultat serait sensiblement le même que celui obtenu en appliquant la valeur moyenne de x à la longueur totale de la section. Si l'on réunit l'erreur commise dans la lecture de la mire et celle sur la correction pour l'inclinaison donnée par le niveau, et si l'on désigne par $\pm \delta$ la valeur moyenne de l'erreur totale due à cette double cause pour chaque observation, on aura $\pm x = \pm \sqrt{n \delta^2}$; en mettant pour x la valeur déduite des 158 équations de condition, savoir $\pm 2^{\text{mm}},391$, on aura dans les sections à faible pente : $\delta = \pm \sqrt{\frac{5^{\text{mm}},716}{18}} = \pm 0^{\text{mm}},564$, et dans les sections à forte pente : $\delta = \pm \sqrt{\frac{5^{\text{mm}},716}{40}} = \pm 0^{\text{mm}},378$.

Une dernière cause d'erreur que nous ayons à examiner, et qui se présente dans les fortes pentes seulement, lorsque, d'un côté, la lecture s'effectue au bas de la mire dans les premiers centimètres, et, de l'autre, dans les derniers tout au haut, est celle qui peut provenir de l'inclinaison de la mire. Si l'erreur provenant de cette cause à chaque coup de niveau était appréciable, elle pourrait avoir une influence sensible sur l'exactitude des opérations, parce qu'elle s'ajoute à chaque coup de niveau et qu'elle agit dans le même sens, celui d'augmenter la différence de niveau trouvée dans l'opération; il est vrai que cette cause d'erreur tendrait à s'annuler sur la différence de niveau entre deux points situés à la même hauteur de chaque côté d'un passage de montagne, son effet étant seulement de donner une différence de niveau trop forte entre le sommet et chacun de ces points.

Dans le but de prévenir les erreurs tenant à cette cause, la mire est munie d'un niveau à boîte, ou circulaire, sur lequel sont gravés trois cercles concentriques, et qui est rectifié tous les jours à l'aide du fil à plomb; le diamètre du cercle intérieur est un peu plus grand que celui de la bulle, et les instructions données au porte-mire lui enjoignent de maintenir la bulle en dedans du cercle intérieur, ce qui, avec un peu d'attention, n'est pas difficile, vu la manière dont le niveau est placé, qui

lui permet de tenir la mire en ayant toujours les yeux fixés sur la bulle. Nous avons déterminé l'erreur qui serait causée par une négligence du porte-mire, si, au lieu de maintenir la bulle en dedans du cercle intérieur, celle-ci venait à atteindre le deuxième, ou même le troisième cercle, c'est-à-dire le bord du niveau; dans le premier cas, l'inclinaison de la mire serait de 10', dans le second de 20'; sur une longueur de 2^m,80, soit la partie de la mire utilisée dans les fortes pentes, l'erreur serait respectivement de 0^{mm},0118 et de 0^{mm},0474. Si l'on supposait une inclinaison de la mire de 10' pour chaque coup de niveau, depuis le pied d'une montagne jusqu'au sommet, pour une différence de hauteur de 2000^m, l'erreur totale serait de un peu plus de 8^{mm}, et elle serait de 32^{mm}, si l'inclinaison avait été de 20'.

Ces erreurs, bien que peu considérables en elles-mêmes, dépassent notablement celles auxquelles on est en droit de s'attendre, puisqu'elles supposeraient une négligence constante, et se reproduisant à chaque coup de niveau, dans la manière dont le porte-mire s'acquitte de ses fonctions, tandis que nos ingénieurs donnent au contraire les témoignages les plus favorables aux personnes qu'ils ont employées dans ce but. L'ingénieur peut très-bien juger dans la lunette de la constance avec laquelle la mire est maintenue dans la même position, surtout dans les fortes pentes, où la mire est assez rapprochée; il peut même, à l'aide du fil vertical, contrôler la verticalité de la mire, sauf lorsque l'inclinaison a lieu dans le plan passant par l'instrument, ou dans un plan peu incliné à celui-ci. Nous pensons, par conséquent, que la limite de 10' pour l'inclinaison ne sera atteinte que rarement par un temps calme, ou par un vent très-faible, lorsqu'il suffit d'un peu d'attention de la part du porte-mire pour maintenir la bulle en dedans du cercle intérieur, ou du moins en dedans du deuxième cercle. Lorsque le vent est un peu fort, cette limite de 10' pourra être atteinte plus fréquemment, ou même dépassée, par la difficulté de maintenir la mire dans une immobilité complète, mais comme les ingénieurs interrompaient les opérations lorsque le vent était assez fort pour compromettre leur exactitude, soit par les oscillations impri-

mées à la mire, soit par l'instabilité de la bulle du niveau de la lunette, les erreurs à redouter du chef de l'inclinaison de la mire peuvent être regardées comme non appréciables, d'autant plus qu'elles tendent à se compenser sur les pentes opposées d'une montagne.

Nous allons maintenant appliquer les valeurs obtenues ci-dessus pour l'erreur moyenne d'observation par kilom., et pour la variabilité moyenne des mires par mètre, savoir $x = \pm 2^{\text{mm}},391$ et $y = \pm 0^{\text{mm}},07283$, au calcul de l'erreur théorique sur les grandes sections formant des côtés de polygone, qui ont été nivelées à double, pour la comparer à l'erreur résultant de l'observation, c'est-à-dire à la demi-différence entre les deux opérations. Ce calcul nous met de nouveau en présence de l'incertitude sur l'intervalle de temps pendant lequel la mire conserve la même longueur: doit-on supposer cet intervalle limité à la durée d'un seul jour et admettre, par conséquent, que cette longueur varie d'une sous-section à l'autre, ce qui donne pour l'incertitude sur la section entière $\pm y \sqrt{\Sigma h^2}$, ou bien peut-on admettre que la mire ait conservé la même longueur pendant tout le temps exigé pour le nivellement de la section entière, ce qui donne l'expression $\pm y H$, H étant la différence de niveau entre les deux extrémités? Dans l'impossibilité de se décider a priori en faveur de l'une ou de l'autre de ces deux hypothèses, l'erreur théorique a été calculée en faisant successivement les deux suppositions, dont on trouve le résultat comparatif dans le tableau suivant pour les 20 sections nivelées à double, desquelles on a tiré les 158 sous-sections ayant servi à la détermination de x et de y ; l'erreur expérimentale $\pm \mu$ est la demi-différence entre les deux opérations.

Au bas de ce tableau, on trouve le calcul fait séparément pour les deux parties Hospenthal-Airolo et Airolo-Locarno de la section Hospenthal-Locarno, ce calcul ayant été fait pour les raisons indiquées plus loin.

Section.	H	Σh^2	Distance k	$\pm x \sqrt{k}$	$\pm y \sqrt{\Sigma h^2}$	$\pm y H$	1 ^{re} hypothèse.		2 ^{me} hypothèse.		Erreur expérimentale $\pm \mu$
							Erreur théorique sur une opération de $\frac{\delta}{\sqrt{2}}$	$\pm \delta$	Erreur théorique sur une opération de $\frac{\delta}{\sqrt{2}}$	$\pm \delta'$	
Morges NF15—Genève R. P. Niton	2,0201	2279	49,83	$\pm 16,9$	$\pm 3,5$	$\pm 0,1$	$\pm 17,2$	$\pm 12,2$	$\pm 16,9$	$\pm 11,9$	$\pm 1,75$
Chamont NF3—Neuchâtel ☉3	692,2223	47935	8,33	6,9	15,9	50,4	17,4	12,3	50,9	36,0	0,5
Chasseral NF4—Chufford ☉17	379,9443	24844	7,14	6,4	11,5	27,7	13,1	9,3	28,4	20,1	19,5
Dombresson ☉43—Chufford ☉17	485,9165	28208	8,19	6,8	12,2	35,4	14,0	9,9	36,0	25,5	23,5
Morteau NF9—Chaux-de-Fonds NF7	216,3739	14642	23,26	11,5	8,8	15,8	14,5	10,3	19,5	13,8	4,05
Biemme NF21—Neuchâtel NF1	4,8344	143	30,93	13,3	0,9	0,3	13,3	9,4	13,3	9,4	0,0
St.-Imier NF6—Bienne NF21	371,8153	13290	28,78	12,8	8,4	27,1	15,3	10,8	30,0	21,2	3,75
Berne NF26—Bienne NF21	101,4873	15973	40,12	15,1	9,2	7,4	17,7	12,5	16,9	11,9	25,25
Berne NF26—Fribourg NF18	47,2864	3532	31,50	13,4	4,3	3,4	14,1	10,0	13,9	9,8	5,5
Aarbourg ☉50—Brugg NF35	61,0543	1151	36,38	14,4	2,5	4,4	14,6	10,3	15,1	10,7	3,45
Schwytz NF95—Lucerne NF51	67,8338	21050	35,43	14,2	10,6	4,9	17,7	12,5	15,1	10,7	15,65
Hospenthal NF54—Schwytz NF95	945,8493	80448	58,63	18,3	20,7	68,9	27,6	19,5	71,3	50,4	25,7
Locarno NF92—Hospenthal NF54	1262,2944	164250	100,57	24,0	29,5	91,9	38,0	26,9	95,0	67,2	73,3
Domo d'Ossola NF90—Locarno NF92	79,1558	89818	62,70	18,9	21,8	5,8	28,9	20,4	19,8	14,0	12,3
Brigue NF84—Domo d'Ossola NF90	404,1479	168215	63,32	19,0	29,9	29,4	35,4	25,0	35,1	24,8	22,4
Pfäffikon NF104—Schwytz NF95	97,7631	58193	30,28	13,2	17,6	7,1	21,9	15,5	15,0	10,6	31,1
Zurich NF109—Pfäffikon NF104	7,5400	910	33,03	13,7	2,2	0,5	13,9	9,8	13,8	9,7	7,45
Brugg NF35—Zurich NF109	57,4888	2346	33,03	13,7	3,5	4,2	14,2	10,0	14,4	10,2	19,4
Lucerne NF51—Aarbourg ☉50	34,0099	13977	48,94	16,7	8,6	2,5	18,8	13,3	16,9	12,0	11,45
Ouchy ☉4—Cully NF70	38,9107	1385	9,43	7,3	2,7	2,8	7,8	5,5	7,9	5,6	2,9
Airolo NF57—Hospenthal NF54	298,4865	106408	23,14	11,5	23,8	21,7	26,4	18,7	24,6	17,4	15,7
Locarno NF92—Airolo NF57	963,8076	57842	77,43	21,0	17,5	70,2	27,4	19,4	73,3	51,8	57,6

Pour 7 de ces sections, l'erreur due à la variabilité des mires ne s'élève qu'à un très-petit nombre de millimètres, qu'on la calcule par l'une ou par l'autre des deux hypothèses, et, eu égard à leur longueur, cette erreur n'est qu'une petite fraction de celle qui provient des erreurs ordinaires d'observation, et n'influe que fort peu sur l'erreur totale. Sur un terrain très-peu accidenté, comme de Genève à Morges, de Neuchâtel à Bienne, de Fribourg à Berne, de Brugg à Arbourg, de Pfäffikon à Zurich, de Zurich à Brugg, de Cully à Ouchy, il est indifférent de prendre l'une ou l'autre des hypothèses, l'erreur totale restant la même à une fraction de millimètre près; il est à remarquer que pour toutes ces sections, sauf celle de Zurich à Brugg, l'erreur expérimentale, donnée par la demi-différence des deux opérations, est fort au-dessous de l'erreur théorique, mais pour la dernière, elle est près de deux fois plus forte, et, vu la nature du terrain, la différence considérable entre les deux opérations ne peut pas être expliquée par la variabilité des mires. Cette différence ne peut pas non plus être attribuée à une moins grande exactitude des observations, car si l'on compare dans chaque opération les sous-sections comprises entre deux repères consécutifs, elles s'accordent en général à un petit nombre de millimètres près, et dans les mêmes limites que dans d'autres parties du réseau, les plus grandes différences entre les deux opérations ne dépassant pas 11^{mm} et 14^{mm} sur 7^{km},4 et 3^{km},0 pour la double longueur. On peut seulement remarquer que la différence entre les deux opérations est presque toujours dans le même sens; les erreurs accidentelles, au lieu de se compenser en partie, s'ajoutent de façon à ce que la deuxième opération donne une différence de niveau entre les deux extrémités de près de 4 centimètres plus forte que la première. La moyenne des deux opérations, pour cette section, est affectée d'une incertitude dépassant l'erreur théorique pour une opération.

Pour les 13 sections, pour lesquelles la nature accidentée du terrain donne une assez grande influence à la variabilité des mires, l'erreur théorique calculée dans la première hypothèse s'accorde en général mieux avec l'erreur expérimentale, surtout lorsque la longueur de la section est

telle que la durée de chaque opération a été un peu longue, de plusieurs semaines. Lorsque la longueur de la section est d'un petit nombre de kilomètres seulement, comme de Chufford au sommet du Chasseral, ou de Chufford à Dombresson, et lorsqu'une différence considérable de niveau entre les deux extrémités a été atteinte dans un nombre restreint de jours, par une pente continue assez forte, l'erreur théorique calculée dans la seconde hypothèse $\pm y H$ s'accorde mieux avec l'erreur expérimentale, ce qui se comprend facilement. Les comparaisons des mires faites à Berne et à Neuchâtel ont bien montré dans quelques cas des variations de longueur à peu près aussi fortes d'un jour à l'autre que d'une année à l'autre; on peut néanmoins regarder comme assez probable, et comme un fait se présentant assez souvent dans les opérations, que la mire conserve pendant quelques jours consécutifs la même longueur, sinon d'une façon absolue, du moins dans des limites bien moins étendues que celles de la variabilité moyenne. Si, pendant ce court intervalle de temps, la ligne de nivellement a suivi une pente très-forte et à peu près continue, l'incertitude sur le résultat d'une opération due à la variabilité des mires, sera sensiblement proportionnelle à la différence de niveau entre les deux extrémités. Dans des cas analogues, c'est-à-dire pour des sections d'une faible longueur entre deux points situés à une différence considérable de niveau, avec peu ou point de contre-pentes, il est préférable de prendre la seconde hypothèse dans le calcul de l'incertitude due à la variabilité des mires et de supposer que pendant le petit nombre de jours employés pour l'opération la mire ait conservé la même longueur.

On peut concevoir des cas dans lesquels l'incertitude due à la variabilité des mires dépasserait notablement celle qui serait calculée par l'une ou par l'autre des deux hypothèses, lorsque, par exemple, une section est comprise entre deux points dont la différence de niveau n'est pas très-considérable, mais entre lesquels se trouve un plateau à un niveau beaucoup plus élevé sur une assez grande longueur. Si la mire a conservé, à de faibles variations près, la même longueur pendant une partie de l'opération, celle qui comprend la pente la plus forte entre l'un des points

et le commencement de ce plateau, et si à l'autre extrémité du plateau se trouve également une forte pente par laquelle l'autre point est atteint sur une longueur peu considérable, l'incertitude calculée par la formule $\pm y \sqrt{\Sigma h^2}$, ou par la formule $\pm y H$, pourrait être fort au-dessous de l'incertitude provenant en réalité de la variabilité des mires. Il est probable que, dans ce cas, l'incertitude réelle serait mieux représentée par la formule $\pm y \sqrt{H'^2 + \Sigma h^2 + H''^2}$, dans laquelle H' et H'' désignent les différences de niveau entre les deux extrémités du plateau et les extrémités correspondantes de la section, et Σh^2 la somme des carrés des différences de niveau pour les différentes sous-sections du plateau.

La section Schwytz à Pfäffikon du tableau précédent offre un exemple d'un cas pareil : la différence de niveau entre ces deux points n'atteint pas 98 mètres et $\Sigma h^2 = 58193^m$, ou $\sqrt{\Sigma h^2} = 241^m$; l'incertitude due à la variabilité des mires est près de $2 \frac{1}{2}$ fois plus forte d'après le calcul fait dans la première hypothèse que dans la seconde, et l'erreur expérimentale donnée par le désaccord entre les deux opérations est le double de l'erreur théorique calculée dans la première hypothèse, et le triple de celle calculée dans la seconde. L'incertitude résultant pour cette section de la différence entre les deux opérations dépasse ainsi considérablement celle que l'on peut lui assigner, même d'après la première hypothèse, et comme, d'un autre côté, pour chaque sous-section comprise entre deux repères consécutifs, les deux opérations s'accordent fort en dedans de la limite posée par la relation $\pm x \sqrt{2k} \pm y \sqrt{2h^2}$, à une ou deux exceptions près, où cette limite est un peu dépassée, il est évident que ce n'est pas à une moins grande exactitude des observations sur cette section, mais au procédé employé pour calculer l'erreur théorique, que l'on doit attribuer le chiffre trop faible obtenu pour celle-ci. L'examen du terrain compris entre Schwytz et Pfäffikon fait précisément rentrer cette section dans le cas considéré ci-dessus; en effet, on trouve d'abord entre Schwytz et Sattel une forte pente continue, différence de niveau + 309^m,45 sur une longueur de 9^{km},25, puis de Sattel à Schindellegi un plateau ondulé sur une

longueur de 14^{km},96, pour lequel $\Sigma h^2 = 16484$, enfin de Schindellegi à Pfäffikon une forte pente sur une longueur de 6^{km},07 avec une différence de niveau de — 348^m,10. Si l'on met ces chiffres dans la formule donnée ci-dessus, on aurait $\pm y \sqrt{H^2 + \Sigma h^2 + H'^2} = \pm 35^{\text{mm}},2$, et l'erreur théorique calculée d'après ce procédé pour la moyenne de deux opérations serait $\pm 26^{\text{mm}},6$, c'est-à-dire se rapprochant beaucoup de l'erreur expérimentale, quoiqu'encore un peu plus faible. L'incertitude plus forte que de coutume, dont la section Schwytz-Pfäffikon est affectée, peut ainsi être expliquée par la variabilité des mires et la nature du terrain.

Il est encore une autre section sur laquelle le désaccord entre les deux opérations laisse subsister une incertitude plus forte que de coutume sur leur moyenne, c'est celle de Hospenthal à Locarno par le col du Gothard, dont le point culminant est élevé de 649^m au-dessus du premier point, et de 1911 au-dessus du second. Vu la longueur considérable de cette ligne, pour le nivellement de laquelle chaque opération a exigé près de trois mois, il est difficile d'admettre que la mire ait conservé sensiblement la même longueur pendant tout ce laps de temps, surtout si l'on a égard aux variations excessives de climat et de circonstances atmosphériques dans les différentes parties; même dans cette hypothèse si peu probable, l'erreur théorique est encore inférieure à l'erreur donnée par les observations, tandis que l'erreur théorique calculée dans la première hypothèse, qui paraîtrait cependant la plus probable, est un peu plus du tiers seulement de cette dernière. Dans le but de rechercher sur quelle partie de cette section se trouvait l'incertitude, si elle résidait dans le passage même de la montagne, ou dans la vallée du Tessin, la ligne entière a été partagée en deux sous-sections, de Hospenthal à Airolo et d'Airolo à Locarno, pour lesquelles le résultat a été calculé séparément dans les deux hypothèses à la fin du tableau précédent. L'on voit ainsi, que l'incertitude ne se trouve pas dans le passage de la montagne, de Hospenthal à Airolo, car l'erreur théorique est sensiblement la même dans les deux hypothèses et elle dépasse un peu l'erreur résultant de la demi-diffé-

rence entre les deux opérations. C'est dans le nivellement le long de la vallée, d'Airolo à Locarno, que se trouve l'incertitude, du moins pour une très-forte part, et là encore, l'erreur théorique calculée dans la seconde hypothèse se rapproche plus de l'erreur donnée par les observations mêmes. Bien que chacune des opérations ait duré deux mois environ, laps de temps pendant lequel il est peu probable que la mire ait conservé la même longueur, la variabilité des mires calculée dans cette hypothèse représente mieux l'erreur expérimentale que celle calculée dans la première hypothèse, d'après laquelle l'incertitude s'élèverait à un peu plus du tiers seulement. Il faut remarquer que l'erreur théorique a été calculée d'après le chiffre représentant la variabilité moyenne des mires; si à un moment donné la différence entre la longueur réelle de la mire et la longueur moyenne peut être inférieure à ce chiffre, elle peut aussi le dépasser considérablement, du double, ou plus encore, comme les comparaisons faites à Berne et à Neuchâtel l'ont montré. C'est peut-être à cette cause qu'est due la forte différence entre les deux opérations sur la ligne Airolo-Locarno, et par suite l'incertitude que l'on peut attribuer à cette section.

La section Schwytz-Hospenthal, au nord des Alpes, se trouve dans des conditions très-analogues à celle d'Airolo à Locarno, au sud des Alpes, la longueur est un peu plus courte, mais la différence de niveau entre les deux extrémités et les accidents de pente sont assez semblables; pour cette section, au contraire, l'erreur théorique calculée dans la première hypothèse est un peu plus faible seulement que l'erreur expérimentale, tandis que l'erreur théorique calculée dans la seconde hypothèse est près de deux fois plus forte.

Il ressort de cette discussion et de la comparaison entre l'erreur expérimentale et l'erreur théorique, calculée dans les deux hypothèses, que l'on ne peut désigner ni l'une, ni l'autre, comme représentant toujours, et d'une manière très-approximative, l'incertitude déduite d'un double nivellement; il pourrait même arriver que cette dernière fût inférieure à l'incertitude réelle, car le chiffre de deux opérations est insuffisant

pour amener à une évaluation exacte de l'erreur qui peut affecter leur moyenne, surtout si la discordance entre les opérations est un peu forte. Toutefois, sauf les cas exceptionnels qui ont été discutés plus haut, l'erreur théorique, calculée pour chaque opération par la formule $\pm x \sqrt{k} \pm y \sqrt{\Sigma h^2}$, représente d'une manière assez approchée, dans la majorité des cas, l'erreur déduite de la différence entre les deux opérations ; comme elle est plutôt trop forte que trop faible, on pourra se servir de cette formule pour calculer l'incertitude sur les côtés de polygones nivelés une seule fois, afin de s'assurer si l'erreur de clôture d'un polygone dépasse notablement celle à laquelle on peut s'attendre, d'après l'incertitude sur les différents côtés.

Nous allons maintenant comparer l'erreur de clôture des différents polygones nivelés jusqu'à présent avec l'erreur de clôture à laquelle on peut s'attendre, d'après l'incertitude résultant pour chaque côté, soit des erreurs ordinaires d'observation, soit de la variabilité des mires ; pour les sections, ou côtés de polygones, nivelés à double, nous prenons pour l'incertitude la demi-différence entre les deux opérations, en indiquant à côté quelle serait l'erreur théorique. Pour les sections nivelées une seule fois, l'erreur théorique a été calculée par la formule $\pm x \sqrt{k} \pm y \sqrt{\Sigma h^2}$.

Nous commençons par le petit polygone qui relie Ouchy, Morges et Lausanne, parce que la compensation de ce petit polygone permet de fixer les différences de niveau entre ces trois points avec une très-grande exactitude, les corrections calculées proportionnellement aux carrés des erreurs s'élevant à un petit nombre de millimètres ; avec les hauteurs corrigées résultant de cette compensation, on peut rattacher à Morges, le point de départ de la partie occidentale du réseau, la ligne Brigue-Morges du polygone au nord des Alpes, tandis que la ligne de nivellement était partie de Lausanne. Il va sans dire que toutes les différences de hauteur indiquées dans les livraisons précédentes ont été

corrigées en ayant égard à la longueur des mires, telle qu'elle résulte de l'ensemble des comparaisons faites jusqu'à ce jour, et que l'on trouve à la page 292; elles sont, par conséquent, toutes réduites à la même unité de longueur.

1^{er} Polygone : Ouchy-Morges-Lausanne-Ouchy.

Côté.	Longueur k	Différence de niveau H	Σh^2	$\pm x\sqrt{k}$	$\pm y\sqrt{\Sigma h^2}$	Erreur théo- rique.	Correc- tion.	Différence de niveau corrigée.
Morges NF15—Ouchy $\odot 4$	km 11,28	m - 37,5760	m 2315	mm $\pm 8,0$	mm $\pm 3,5$	mm $\pm 8,7$	mm $+ 3,7$	m - 37,5723
Lausanne NF23—Morges NF15	11,85	+166,4715	7531	8,2	6,3	10,4	+ 5,5	+166,4770
Ouchy $\odot 4$ —Lausanne NF23	3,06	-128,9072	5544	4,2	5,4	6,8	+ 2,5	-128,9047
Ouchy $\odot 4$ —Ouchy $\odot 4$	26,19	- 0,0117	15390	$\pm 12,2$	$\pm 9,0$	$\pm 15,2$	+11,7	0,0000

Ce polygone se clôt par conséquent avec une erreur moindre que l'erreur théorique, et les corrections calculées en vue d'amener la clôture exacte sont très-inférieures à l'incertitude sur chaque côté. Avec la valeur corrigée de Morges NF 15 — Ouchy $\odot 4$, donnée ci-dessus, et celle de Ouchy $\odot 4$ — Cully NF 70, que l'on trouve à la page 317 on a : Morges NF 15 — Cully NF 70 = + 1^m,3384, distance 20^{km},71; de cette façon, en ajoutant cette section Morges-Cully à la ligne Cully-Brigue, le polygone du nord des Alpes est rattaché à Morges, au lieu de l'être à Lausanne. La section Morges-Lausanne, faisant partie du côté Morges-Fribourg, commune au polygone du nord des Alpes et au polygone Morges-Fribourg-Neuchâtel-Morges, a été prise dans ces deux polygones avec la valeur compensée donnée ci-dessus.

2^{me} Polygone: Morges-Fribourg-Neuchâtel-Morges.

Côté.	Lon- gueur <i>k</i>	Différence de niveau <i>H</i>	Σh^2	$\pm x \sqrt{k}$	$\pm y \sqrt{\Sigma h^2}$	Erreur théo- rique.
Fribourg NF18—Morges NF15	76,03 km	+212,6090 mm	62328 m	$\pm 20,8$ mm	$\pm 18,2$ mm	$\pm 27,7$ mm
Neuchâtel NF1—Fribourg NF18	43,20	-153,6216	14976	15,7	8,9	18,1
Morges NF15—Neuchâtel NF1	77,38	- 58,9714	17179	24,0	9,5	23,1
Morges NF15—Morges NF15	196,61	+ 0,0160	94483	$\pm 33,5$	$\pm 22,4$	$\pm 40,3$

Pour ce polygone, l'erreur de clôture est de 16^{mm} seulement, par conséquent très-inférieure à l'erreur théorique calculée avec les valeurs adoptées pour l'erreur moyenne d'observation par kilomètre et pour la variabilité moyenne des mires, aucun des côtés n'ayant été nivelé à doublé.

3^{me} Polygone: Fribourg-Berne-Bienne-Neuchâtel-Fribourg.

Côté.	Lon- gueur <i>k</i>	Différence de niveau <i>H</i>	Σh^2	$\pm x \sqrt{k}$	$\pm y \sqrt{\Sigma h^2}$	Erreur théorique		Erreur expérim. $\pm \mu$
						sur 1 opér.	sur la moy. de 2 opér.	
Berne NF26—Fribourg NF18	31,50 km	- 47,2864 m	3532 m	$\pm 13,4$ mm	$\pm 4,3$ mm	$\pm 14,1$ mm	$\pm 10,0$ mm	$\pm 5,5$ mm
Bienne NF21—Berne NF26	40,12	-101,4873	15973	15,1	9,2	17,7	12,5	25,25
Neuchâtel NF1—Bienne NF21	30,93	- 4,8344	143	13,3	0,9	13,3	9,4	0,0
Fribourg NF18—Neuchâtel NF1	43,20	+153,6216	14976	15,7	8,9	18,1		
Fribourg NF18—Fribourg NF18	145,75	+ 0,0135	34624	$\pm 28,9$	$\pm 13,6$	$\pm 31,9$		

Sur les quatre côtés de ce polygone, trois ont été nivelés à double, un seul, celui de Neuchâtel à Fribourg, n'a été nivelé qu'une seule fois; si,

pour les trois côtés nivelés à double, on prend pour l'erreur d'un côté la demi-différence entre les deux opérations, et pour le quatrième côté l'erreur théorique donnée ci-dessus, l'incertitude sur le pourtour du polygone serait de $\pm 31^{\text{mm}},4$, tandis que l'erreur de clôture est plus de moitié moindre, de $13^{\text{mm}},5$ seulement. En prenant pour les trois côtés nivelés à double l'erreur théorique sur la moyenne de deux opérations, l'incertitude sur le pourtour du polygone serait de $\pm 25^{\text{mm}},9$, par conséquent encore près du double de l'erreur de clôture donnée par les observations. Donc, lors même que les deux opérations sur le côté Bienne-Berne s'accordent moins bien que de coutume entre elles, la demi-différence entre les deux opérations étant le double de l'erreur théorique, il n'y a pas lieu de supposer que l'erreur réelle sur ce côté dépasse l'erreur expérimentale $\pm \mu$; on peut admettre, au contraire, que la différence réelle de niveau entre les deux points soit comprise entre les chiffres donnés par les deux opérations, et non en dehors. Il est à remarquer que l'erreur de clôture de ce polygone, qui a le côté Fribourg-Neuchâtel commun avec le précédent, a le même signe que pour ce dernier, tandis que le côté commun y entre avec un signe contraire, ce qui montre que l'erreur, dont ce côté est affecté, est probablement très-faible, une erreur un peu notable ayant dû produire une erreur de signe contraire sur les deux polygones, d'après le sens suivant lequel le parcours a eu lieu.

4^{me} Polygone : Berne-Aarbourg-Brugg-Stein-Bâle-Bienne-Berne.

Côté.	Longueur k	Différence de niveau H	Σh^2	$\pm x\sqrt{k}$	$\pm y\sqrt{\Sigma h^2}$	Erreur théorique		Erreur expérim. $\pm \mu$
						1 opér. $\pm \delta$	moy. de 2 opérat. $\pm \frac{\delta}{\sqrt{2}}$	
Aarbourg $\odot 50$ —Berne NF26	67,10 km	—128,7658 m	10086 m	$\pm 19,6$ mm	$\pm 7,3$ mm	$\pm 20,9$ mm	\pm mm	\pm mm
Brugg NF35—Aarbourg $\odot 50$	36,38	— 61,0543	1151	14,4	2,5	14,6	10,3	3,45
Stein NF37—Brugg NF35	22,35	— 54,1428	21107	11,3	10,6	15,5		
Bâle (Gare C ^{al}) NF46—Stein NF37	31,99	— 17,6222	6923	13,5	6,1	14,8		
Bienne NF21—Bâle (Gare) NF46	88,98	+159,9906	33409	22,6	13,3	26,2		
Berne NF26—Bienne NF21	40,12	+101,4873	15973	15,1	9,2	17,7	12,5	25,25
Berne NF26—Berne NF26	286,92	— 0,1072	88649	$\pm 40,5$	$\pm 21,7$	$\pm 45,9$		

Sur les 6 côtés de ce polygone, 4 ont été nivelés une fois seulement et les deux autres l'ont été à double; si, pour ces deux derniers, l'on prend l'erreur expérimentale donnée par la demi-différence entre les deux opérations, et pour les quatre autres l'erreur théorique donnée ci-dessus, l'incertitude sur le pourtour de tout le polygone serait de $\pm 47^{\text{mm}},2$, tandis que l'erreur de clôture est de $-107^{\text{mm}},2$, c'est-à-dire plus du double. L'incertitude sur le pourtour de tout le polygone serait même de $\pm 42^{\text{mm}},9$ seulement, si, pour les deux côtés nivelés à double, l'on prenait l'erreur théorique sur la moyenne de deux opérations, au lieu de prendre l'erreur expérimentale, ce qui provient de la différence assez forte entre les deux opérations sur le côté Bienne-Berne. L'erreur de clôture de ce polygone, comparée à celle du précédent, qui a le côté Bienne-Berne commun, montre que la différence de niveau entre les deux extrémités de ce côté, telle qu'elle résulte de la moyenne des deux opérations, est probablement un peu trop faible; une augmentation sur la différence de niveau entre ces deux points diminuerait l'erreur de clôture des deux polygones. Il serait néanmoins difficile, pour les raisons indiquées plus haut, d'admettre que l'erreur réelle sur ce côté dépassât la demi-différence entre les deux opérations, et de regarder comme probable que la différence de niveau entre les deux points dût être augmentée de plus de 25 millimètres, chiffre auquel s'élève l'erreur expérimentale; en effet, une pareille correction amènerait l'erreur de clôture du polygone n° 3 à atteindre une valeur égale, mais en signe contraire, de celle que lui assignent les observations, et une correction plus forte encore augmenterait l'erreur de clôture de ce polygone.

Comme on le verra plus loin, par l'erreur de clôture du polygone n° 6, qui a le côté Berne-Aarbourg commun avec le polygone n° 4, la différence de niveau entre ces deux points est probablement trop forte, et il paraît désirable de contrôler par une seconde opération cette différence. L'on ne doit, du reste, pas s'attendre à ce que l'erreur de clôture d'un polygone soit toujours au-dessous de l'incertitude théorique sur le pourtour, calculée par la racine carrée de la somme des carrés de l'incerti-

tude sur chaque côté; celle-ci même peut se trouver dans bien des cas plus faible que l'incertitude réelle, lors même que les observations seraient tout aussi exactes. L'on ne doit pas s'attendre à ce qu'il s'établisse toujours entre les erreurs d'observation sur les sous-sections formant un côté de polygone, une compensation telle, que l'erreur sur le côté soit proportionnelle à la racine carrée de sa longueur; si, dans quelques cas, l'erreur réelle est plus faible, dans d'autres cas elle peut être plus forte. De même aussi, l'incertitude provenant de la variabilité des mires a été calculée en partant de la variabilité moyenne $\pm 0^{\text{mm}},0728$ par mètre; si, dans bien des cas, la longueur de la mire, au moment de l'opération, ne s'écarte pas de la longueur moyenne d'une quantité atteignant ce chiffre, il peut arriver aussi, les comparaisons faites à Berne et à Neuchâtel l'ont montré, qu'elle s'en écarte d'une quantité supérieure, plus du double, dans un sens ou dans l'autre. Si une variation pareille a lieu au moment où la ligne de nivellement suit un terrain incliné, sur une pente un peu longue, l'erreur pourra dépasser notablement l'incertitude théorique calculée avec le chiffre de la variabilité moyenne, en la supposant proportionnelle à la racine carrée de la somme des carrés des différences de niveau entre les sous-sections. Lors même qu'une opération de contrôle sur le côté Berne-Aarbourg ne diminuerait pas sensiblement l'erreur de clôture sur le polygone n° 4, cette erreur pourrait être attribuée à l'incertitude sur les différents côtés, car cette incertitude, plus faible cependant peut-être que l'incertitude réelle dans quelques cas, d'après ce qui vient d'être dit, serait pour tous les côtés au moins égale à la correction qu'il faudrait leur appliquer pour la compensation, et pour annuler l'erreur de clôture.

5^{me} Polygone : Hospenthal-Locarno-Domo d'Ossola-Brigue-Hospenthal.

Côté.	Longueur <i>k</i>	Différence de niveau <i>H</i>	Σh^2	$\pm x\sqrt{k}$	$\pm y\sqrt{\Sigma h^2}$	Erreur théorique		Erreur expérim. $\pm \nu$
						1 opér. $\pm \delta$	moy. de 2 opérat. $\pm \frac{\delta}{\sqrt{2}}$	
Locarno NF92—Hospenthal NF54	100,57	— 1262,2941	164250	$\pm 24,0$	$\pm 29,5$	$\pm 38,0$	$\pm 26,9$	$\pm 73,3$
Domo d'Ossola NF90—Locarno NF92	62,70	+ 79,1558	89818	18,9	21,8	28,9	20,4	12,3
Brigue NF84—Domo d'Ossola NF90	63,32	+ 404,1479	168215	19,0	29,9	35,4	25,0	22,4
Hospenthal NF54—Brigue NF84	77,51	+ 778,8680	155820	21,0	28,7	35,6		
Hospenthal NF54—Hospenthal NF54	304,10	— 0,1224	578103	$\pm 41,7$	$\pm 55,4$	$\pm 69,3$		

Pour ce polygone, dont trois des côtés ont été nivelés à double, l'incertitude sur le pourtour, calculée pour ces trois côtés avec le chiffre de l'erreur expérimentale et pour le quatrième côté avec celui de l'incertitude théorique, est de $\pm 85^{\text{mm}},4$, donc plus faible que l'erreur de clôture — $122^{\text{mm}},4$, mais elle ne s'en écarte pas beaucoup, et si l'on a égard au tracé de ce polygone, qui franchit trois des passages les plus élevés des Alpes, le Gothard, le Simplon et la Furka, cette erreur de clôture peut très-bien être attribuée à l'incertitude des opérations, surtout à celle qui tient à la variabilité des mires. En effet, les corrections nécessaires pour amener la clôture complète du polygone seraient pour tous les côtés inférieures au chiffre de l'incertitude, dont ils sont affectés; ainsi, même dans cette région centrale des Alpes, où l'attraction des différents massifs traversés est la plus forte, et où certainement la différence de niveau entre le sommet de chacun des cols et les points de la vallée situés au-dessous, de chaque côté, a été influencée sensiblement par cette attraction, il n'y a pas d'effet appréciable pour produire une erreur de clôture. Celui des côtés de ce polygone, pour lequel l'incertitude est de beaucoup la plus considérable, est le premier, Hospenthal-Locarno, et nous avons montré que c'est sur la section de ce côté, comprise dans la vallée du Tessin entre Airolo et Locarno, que réside l'incertitude. La

différence de niveau entre ces deux points, telle qu'elle résulte de la moyenne des deux opérations, est probablement de plusieurs centimètres trop forte, et il est facile de concevoir que la variabilité des mires produise une pareille erreur, même sur la moyenne de deux opérations, sur une différence de niveau de près de mille mètres.

6^{me} Polygone : Hospenthal-Brigue-Morges-Fribourg-Berne-Aarbourg-Lucerne-Schwytz-Hospenthal.

Côté.	Longueur <i>k</i>	Différence de niveau <i>H</i>	Σh^2	$\pm x\sqrt{k}$	$\pm y\sqrt{\Sigma h^2}$	Erreur théorique		Erreur expérim. $\pm \nu$
						1 opér. $\pm \delta$	moy. de 2 opérat. $\pm \frac{\delta}{\sqrt{2}}$	
Brigue NF84—Hospenthal NF54	77,51	— 778,8680	155820	$\pm 21,0$	$\pm 28,7$	$\pm 35,6$	\pm	\pm
Morges NF15—Brigue NF84	164,04	— 305,5045	20032	30,6	10,3	32,3		
Fribourg NF18—Morges NF15	76,03	+ 212,6090	62328	20,8	18,2	27,7		
Berne NF26—Fribourg NF18	31,50	— 47,2864	3532	13,4	4,3	14,1	10,0	5,5
Aarbourg 50—Berne NF26	67,10	— 128,7658	10086	19,6	7,3	20,9		
Lucerne NF51—Aarbourg 50	48,94	+ 34,0099	13977	16,7	8,6	18,8	13,3	11,45
Schwytz NF95—Lucerne NF51	35,43	+ 67,8338	21050	14,2	10,6	17,7	12,5	15,65
Hospenthal NF54—Schwytz NF95	58,63	+ 945,8493	80448	18,3	20,7	27,6	19,5	25,7
Hospenthal NF54—Hospenthal NF54	559,18	— 0,1227	367273	$\pm 56,5$	$\pm 44,1$	$\pm 71,7$		

Pour ce polygone, les quatre côtés nivelés à double ne s'élèvent pas au tiers du développement total; si l'incertitude sur chacun de ces quatre côtés est supposée égale à la demi-différence entre les deux opérations, et si l'on prend pour les quatre autres l'erreur théorique, l'incertitude sur le pourtour du polygone sera de $\pm 67^{mm},7$, donc plus faible aussi que l'erreur de clôture — $122^{mm},7$. Mais là aussi, l'erreur de clôture peut être attribuée aux erreurs d'observation et à la variabilité des mires, la correction qu'il faudrait appliquer à chaque côté, pour amener la compensation, étant très-inférieure à l'erreur dont on peut le supposer être affecté, soit par la comparaison entre les deux opérations, soit par le calcul effectué avec les valeurs de x et de y . Sur les huit côtés de ce polygone, il y en a quatre qui sont communs avec l'un ou l'autre des

polygones déjà examinés, deux qui sont communs au dernier polygone qui va suivre, et deux qui ne font partie d'aucun autre polygone, jusqu'à présent du moins. La comparaison du signe que présente l'erreur de clôture de deux polygones, suivant le sens d'après lequel le pourtour est parcouru, et du signe avec lequel la différence de niveau entre les deux extrémités d'un côté commun est prise dans l'un et dans l'autre, permet de juger à un certain point de la part pouvant être attribuée à ce côté dans l'erreur de clôture de l'un et de l'autre. Ainsi, le côté Brigue-Hospenthal entre avec un signe contraire, pour la différence de niveau, dans ce polygone et dans le précédent, le signe de l'erreur de clôture étant le même pour les deux; ce n'est donc pas à ce côté que peut être attribuée une part importante dans l'erreur de clôture, car toute correction appliquée à ce côté, qui diminuerait sensiblement l'erreur de clôture de l'un des polygones, augmenterait d'une quantité égale celle de l'autre. Un raisonnement analogue peut être fait pour les deux côtés Morges-Fribourg et Fribourg-Berne, communs, le premier avec le polygone n° 2, et le second avec le polygone n° 3; dans ce cas, les deux côtés sont pris avec le même signe, mais l'erreur de clôture est de signe contraire. La comparaison du polygone n° 7, qui va suivre, montre que les deux côtés Aarbourg-Lucerne et Lucerne-Schwytz doivent être mis hors de cause pour la même raison; l'erreur de clôture du polygone n° 6 ne peut être attribuée que pour une minime partie à une erreur sur la différence de niveau pour ces cinq côtés, parce que l'erreur de clôture des polygones nos 2, 3, 5 et 7 serait augmentée par une correction apportée à la différence de niveau donnée par les observations. Il n'en est pas de même pour le côté Berne-Aarbourg, qui entre avec le même signe pour la différence de niveau, savoir : Aarbourg \odot 50 — Berne NF 26, dans le polygone n° 6 et dans le polygone n° 4, dont l'erreur de clôture est négative aussi. Le nivellement de ce côté n'a été fait qu'une seule fois; s'il s'est glissé dans cette opération une erreur accidentelle qui ait augmenté la différence de niveau entre les deux extrémités, cette erreur aura agi dans le même sens pour produire une erreur de clôture négative dans

ces deux polygones; on peut remarquer, en outre, que le chiffre même de l'erreur est très-peu différent dans les deux. Il y a donc un intérêt assez grand à contrôler par une seconde opération le chiffre obtenu dans la première, pour la différence de niveau entre Berne et Aarbourg, et à s'assurer de cette façon si l'erreur de clôture des polygones 4 et 6 provient de ce côté ou non. Dans le cas où cette opération de contrôle confirmerait le résultat obtenu dans la première, c'est sur les côtés Brigue-Morges, ou Schwytz-Hospenthal, que l'incertitude devrait être cherchée; ce dernier côté fera partie d'un polygone qui reliera Hospenthal à Schwytz par l'Oberalp, la vallée du Rhin antérieur, Sargans et Pfäffikon, et pourra être contrôlé de cette façon.

7^{me} Polygone: Aarbourg-Lucerne-Schwytz-Pfäffikon-Zurich-Brugg-Aarbourg.

Côté.	Longueur <i>k</i>	Différence de niveau <i>H</i>	Σh^2	$\pm x\sqrt{k}$	$\pm y\sqrt{\Sigma h^2}$	Erreur théorique		Erreur expérim. $\pm \nu$
						1 opér. $\pm \delta$	moy. de 2 opérat. $\pm \frac{\delta}{\sqrt{2}}$	
Lucerne NF51—Aarbourg ⊙50	48,94 km	+ 34,0099 m	13977 m	$\pm 16,7$ mm	$\pm 8,6$ mm	$\pm 18,8$ mm	$\pm 13,3$ mm	$\pm 11,45$ mm
Schwytz NF95—Lucerne NF51	35,43	+ 67,8338	21050	14,2	10,6	17,7	12,5	15,65
Pfäffikon NF104—Schwytz NF95	30,28	— 97,7631	58193	13,2	17,6	21,9	15,5	31,1
Zurich NF109—Pfäffikon NF104	33,03	— 7,5400	910	13,7	2,2	13,9	9,8	7,45
Brugg NF35—Zurich NF109	33,03	— 57,4838	2346	13,7	3,5	14,2	10,0	19,4
Aarbourg ⊙50—Brugg NF35	36,38	+ 61,0543	1151	14,4	2,5	14,6	10,3	3,45
Aarbourg ⊙50—Aarbourg ⊙50	217,09	+ 0,1111	97627	$\pm 35,2$	$\pm 22,8$	$\pm 41,9$	$\pm 29,7$	$\pm 42,3$

Les six côtés de ce polygone ont été nivelés à double, et cependant l'erreur de clôture $+ 111^{\text{mm}},1$ est deux fois et demie plus forte que celle à laquelle on pouvait s'attendre, d'après l'incertitude résultant pour chaque côté de la différence entre les deux opérations, et près de quatre fois plus forte que l'erreur théorique sur la moyenne de deux opérations. Ce polygone renferme les deux côtés Zurich-Brugg et Schwytz-Pfäffikon pour lesquels l'erreur expérimentale dépasse très-notablement l'erreur théorique, ce qui permet de supposer que la différence réelle de niveau

entre les deux extrémités s'écarte de la moyenne des deux opérations d'une quantité plus forte que leur demi-différence. Pour le côté Zurich-Brugg, pour lequel les accidents du terrain sont assez peu prononcés pour restreindre à une quantité insignifiante l'erreur due à la variabilité des mires, et pour lequel l'accord des sous-sections entre elles dans les deux opérations écarte la possibilité d'une erreur, ou d'une moins grande exactitude, dans les observations, on ne peut l'expliquer que par une compensation moins complète que de coutume des erreurs accidentelles. D'après la formule employée, l'on suppose que les erreurs accidentelles commises à chaque coup de niveau, se compensent en partie dans le parcours, soit d'un kilomètre, soit d'une sous-section, soit d'un côté de polygone, de façon à ce que l'erreur totale soit proportionnelle à la racine carrée du nombre de coups de niveau nécessaires pour franchir la distance correspondante, et non à ce nombre même. Si, dans un certain nombre de cas, la compensation est beaucoup plus parfaite, les erreurs accidentelles se détruisant presque complètement sur le parcours d'une sous-section, ou d'une section entière, comme par exemple entre Aarbourg et Brugg, et entre Neuchâtel et Bienne, il doit nécessairement se présenter d'autres cas où la compensation sera moins parfaite, et où l'erreur totale réelle se rapprochera plus ou moins de la somme des erreurs commises à chaque coup de niveau. Pour le côté Schwytz-Pfäffikon, au contraire, la variabilité des mires peut, à cause de la nature du terrain, produire une incertitude assez considérable sur la différence de niveau, comme nous l'avons exposé plus haut; il serait fort possible que la moyenne des deux opérations donnât pour la différence de niveau entre ces deux points un chiffre trop faible, et d'une quantité dépassant même sensiblement l'incertitude déduite de la double opération. Car, si la différence de longueur de la mire, au moment d'une opération, avec la longueur moyenne, peut rester dans bien des cas au-dessous de la variabilité moyenne, elle peut aussi être notablement plus forte, comme les comparaisons faites à Berne et à Neuchâtel l'ont prouvé. Pour contrôler le résultat des deux premières opérations sur la ligne Schwytz-Pfäffikon,

il faudrait recourir à une troisième opération, à moins que le contrôle fourni par la clôture d'un autre polygone, dont ce côté fait partie, vienne confirmer l'erreur dont il est probablement affecté.

Les conclusions par lesquelles nous terminons ces recherches sont les suivantes :

1° Pour les polygones dont les côtés se rapprochent le plus du massif des Alpes et pour lesquels, par conséquent, l'attraction des montagnes sur quelques parties des lignes parcourues est la plus considérable, l'incertitude causée soit par les erreurs ordinaires d'observation, soit par la variabilité des mires, suffit amplement pour rendre compte des erreurs de clôture; en d'autres termes, on peut faire disparaître ces erreurs de clôture, et arriver à une compensation exacte, en appliquant à chaque côté une correction inférieure au chiffre de son incertitude. Le seul polygone pour lequel cela ne soit pas le cas est le dernier, et encore faut-il attendre le résultat de nouvelles opérations pour s'assurer que l'erreur de clôture ne provient pas en grande partie d'une erreur sur un seul côté, par suite de circonstances particulières.

2° Ce dernier polygone, qui devait servir essentiellement à relier la partie orientale du réseau à la partie occidentale, ne peut pas remplir ce but d'une manière suffisante, en raison de l'incertitude causée par l'erreur de clôture; il est, par conséquent, désirable que d'autres lignes soient nivelées dans ce but, entre autres celle le long du Rhin, de Steckborn à Stein. On pourrait, au moyen de cette ligne, former le polygone Steckborn-Stein-Brugg-Zurich-Steckborn, ayant avec le polygone n° 7 le côté Brugg-Zurich commun, ce qui permettrait de contrôler ce côté sur lequel les deux opérations s'accordent moins bien entre elles que de coutume. Ce polygone donnerait en outre un contrôle pour le côté Brugg-Stein par le Bötzing, côté commun avec le polygone n° 4. Si l'on compare la position des lignes dirigées à peu près de l'Ouest à l'Est et servant à relier la partie occidentale à la partie orientale du ré-

seau, on peut remarquer un intervalle considérable entre la ligne Aarbourg-Lucerne-Schwytz au nord, et la ligne Morges-Brigue au sud; il serait, par conséquent, désirable de diminuer cet intervalle par une ligne partant de Berne et aboutissant à Lucerne par le Brünig, ou aboutissant à Wasen dans la partie supérieure de la vallée de la Reuss par le col du Susten.

§ XXIV

Raccordement des échelles limnimétriques sur les bords du lac Léman.

Les opérations renfermées dans cette livraison permettent de déterminer avec une grande exactitude la différence de niveau entre le zéro des différentes échelles établies sur les bords du lac et le repère fondamental de la pierre du Niton, et d'en déduire, par conséquent, la correction qu'il faut appliquer aux indications de chacune d'elles pour les ramener à un même point de départ. En ramenant par cette correction les lectures quotidiennes faites aux différentes échelles à un même point de départ, il sera possible d'aborder l'étude d'une question qui présente un assez grand intérêt, soit au point de vue scientifique, soit à un point de vue pratique, savoir la détermination de la pente que présente un bassin de cette étendue dans ses différentes parties, des variations de pente qui peuvent avoir lieu d'une saison à l'autre, et des dénivellations accidentelles. Pourvu que le niveau adopté pour point de départ soit le même pour toutes les échelles, la hauteur absolue de ce niveau est parfaitement indifférente et peut être choisie arbitrairement; le niveau même du repère de la Pierre du Niton pourrait être suggéré comme point de départ se présentant en premier lieu, mais alors toutes les cotes donnant le niveau de l'eau sont négatives. Pour éviter cet inconvénient, il paraît pré-

férable d'adopter le niveau proposé, il y a plusieurs années déjà, par M. le colonel Burnier, situé à *trois mètres au-dessous du repère de la Pierre du Niton*; en adoptant ce point de départ, la correction C qu'il faut appliquer aux lectures d'une échelle, dont le zéro est situé à une différence H de niveau, relativement à la pierre du Niton, est $H + 3^m,000$.

Nous allons indiquer successivement pour les différentes échelles les données d'après lesquelles H et C peuvent être déduites pour chacune d'elles; pour celles qui sont fixes, et qui ont toutes le zéro en bas, les divisions croissant de bas en haut, la détermination de H peut être faite une fois pour toutes et n'a pas besoin d'être contrôlée, tant que l'échelle reste en place. Il n'en est pas de même pour les limnimètres, dans lesquels l'échelle est portée par un flotteur, la lecture se faisant à un index fixe; dans ce cas, le chiffre des divisions va en croissant de haut en bas, afin qu'une augmentation dans ce chiffre corresponde à une élévation dans le niveau, et vice versa. La détermination de H pour ces limnimètres ne peut pas être faite directement, parce que le flotteur se trouvant au fond d'un puits communiquant avec le lac n'est pas visible; on ne peut voir que la partie de l'échelle voisine de l'index, et il est impossible de déterminer directement, l'appareil une fois posé, la ligne de flottaison et la division de l'échelle à laquelle cette ligne correspond. Il faut avoir recours dans ce cas à une opération indirecte, qui consiste à mesurer la différence de niveau entre la surface du lac devant le limnimètre, la même que la surface de l'eau dans l'intérieur du puits, et un repère fixe placé sur le bord, dont la cote par rapport à la pierre du Niton est connue. Si H' représente cette différence de niveau, rapportée à la pierre du Niton, et L la lecture du limnimètre faite au même moment, on a $H = H' - L$. Il est indispensable de répéter cette opération de temps à autre, et de constater que $H' - L$ est une quantité constante, aux petites variations près, qui peuvent résulter de l'incertitude de la mesure du niveau de l'eau devant le puits, afin de contrôler la constance de la ligne de flottaison, et par suite l'invariabilité du zéro de l'échelle.

1° Limnimètre du Jardin anglais à Genève.

La description de cet appareil se trouve dans la *Notice sur la hauteur des eaux du lac*, publiée par M. Plantamour dans le tome XXIII des Mémoires de la Société de physique et d'histoire naturelle de Genève; il suffira de rappeler que le point fixe, qui sert à déterminer le niveau de l'eau, est le repère \odot A, dont la cote, par rapport à la pierre du Niton, $+ 0^m,2299$, est donnée à la page 518; ce repère est placé verticalement au-dessus du canal qui fait communiquer le lac avec le puits dans lequel se trouve le flotteur. D'après la moyenne de neuf mesures, faites de mois en mois, du 5 février au 9 novembre 1874, on a $H' - L = - 2^m,845$, c'est-à-dire que le zéro de l'échelle correspond à un niveau de $- 2^m,845$ au-dessous du repère de la pierre du Niton; ces neuf mesures s'accordent entre elles à donner la même valeur de $H' - L$, à un ou deux millimètres près, c'est-à-dire dans les limites de l'incertitude de l'opération. Pour ce limnimètre, on a, par conséquent, $C = + 0^m,155$.

2° Limnimètre de la machine hydraulique à Genève.

Cet appareil, également à flotteur, est placé dans la salle du bâtiment exposée au sud, soit la plus rapprochée de la rive gauche, et il indique le niveau de l'eau immédiatement en amont de la machine, soit au-dessus de la chute, qui fait mouvoir la turbine. Le point fixe, qui sert à mesurer le niveau de l'eau devant le limnimètre, est le repère en bronze N F 186, scellé sur l'un des éperons en amont du bâtiment, mais l'opération est assez difficile et incertaine à cause des remous, qui ont lieu dans cet endroit et qui font aussi constamment osciller l'échelle du limnimètre dans les limites de plusieurs centimètres. Les cinq mesures faites du 30 avril au 9 octobre 1874 s'accordent pour cette raison assez peu entre elles, l'écart moyen s'élevant à $2 \frac{1}{2}$ centimètres; la moyenne de ces cinq mesures, en partant de la cote $+ 0^m,4381$ pour le repère N F 186, page 318, donne $H' - L = - 2^m,871$, et par suite $C = + 0^m,129$, pour la correction devant être appliquée aux lectures

de l'échelle pour les ramener au point de départ adopté. Il serait à désirer que le niveau de l'eau, en aval du Jardin anglais, pût être donné par une échelle fixe, placée également près de la machine hydraulique, mais à un petit nombre de mètres plus en amont, ce qui suffirait pour éviter les inconvénients occasionnés par les remous.

3° Limnimètre de Sécheron.

Cet appareil consiste dans une règle en fer, divisée en centimètres, scellée à la face du mur intérieur du port de la campagne de M. Ph. Plantamour à Sécheron. Le repère en bronze NF 188, dont la cote $+ 0^m,1995$ est donnée à la page 318, se trouve presque verticalement au-dessus de l'extrémité de l'échelle, correspondant à la division $2^m,800$, et à une hauteur de $0^m,400$ au-dessus de cette division. Il en résulte, qu'à un demi-millimètre près, $H = - 3^m,000$, et par conséquent $C = 0$; les lectures faites à l'échelle de Sécheron donnent ainsi directement le niveau de l'eau rapporté au point de départ adopté.

4° Limnimètre de Genthod.

Cet appareil, en tout point semblable au précédent, est fixé contre le mur du port dans le creux de Genthod, dans la propriété de M. H. de Saussure, et il est distant d'un peu plus de deux mètres seulement du repère en bronze NF 187, dont la cote $+ 0^m,1660$ est donnée à la page 318. D'après plusieurs mesures faites par M. Ed. Pictet-Mallet avec un niveau à bulle d'air, et s'accordant à une fraction de millimètre près, l'extrémité supérieure de l'échelle, correspondant à la division $3^m,0345$, est à $- 0^m,1196$ au-dessous du repère NF 187, soit à la cote $+ 0^m,0464$ par rapport à la pierre du Niton; par suite $H = - 2^m,9881$, et $C = + 0^m,0119$.

5° Limnimètre d'Ouchy.

Cet appareil consiste également dans une échelle en fer, divisée de cinq en cinq centimètres, fixée contre le mur intérieur de la jetée dans

le port d'Ouchy; les divisions vont en croissant de bas en haut, et le sommet S de l'échelle, rattaché au repère $\odot 5$ à la page 317, correspond à la division $4^m,4044$. La valeur de H pour cette échelle se déduit des opérations suivantes:

NF15 (Morges)	— R. Pierre Niton (Genève)	= + $2,0201^m$	voyez page 337
$\odot 4$ (Ouchy)	— NF15 (Morges)	= + 37,5723	» 344
$\odot 5$ (Ouchy)	— $\odot 4$ (Ouchy)	= — 36,1453	» 317
S (sommet échelle)	— $\odot 5$ (Ouchy)	= — 3,6748	» 317
0 échelle	— S (sommet échelle)	= — 4,4044	
<hr/>			
d'où H,	ou 0 échelle	— R Pierre Niton	= — 4,6321

pour cette échelle, par conséquent, la correction C, qu'il faut appliquer aux lectures pour les ramener au point de départ adopté, est $-1^m,632$.

6° Limnimètre de Vevey.

Le limnimètre placé dans le port de Vevey est construit d'après le même système que celui du jardin anglais, à Genève; il est renfermé dans une colonne en maçonnerie construite au-dessus d'un puits, près du quai, et communiquant avec le lac par un canal. L'échelle se meut dans l'intérieur de la colonne, et elle est portée par un flotteur, les divisions allant de haut en bas, et la lecture se faisant à un index fixe scellé sur les bords d'une fenêtre, ou ouverture, pratiquée dans la colonne. L'échelle porte deux divisions, l'une en pouces de Roi, l'autre en pouces suisses, de trois centimètres. Le point fixe, qui sert à déterminer par une opération indirecte le niveau correspondant au zéro de l'échelle, est le repère en bronze NF 71, scellé sur le socle même de la colonne, et dont la cote, rapportée à la pierre du Niton, est donnée par les chiffres suivants:

⊙4 (Ouchy) — R. Pierre Niton (Genève)	=	+39,5924,	voyez page 359
NF 70 (Cully) — ⊙4 (Ouchy)	=	-38,9107,	» 317
NF 71 (Vevey) — NF 70 (Cully)	=	- 0,1799,	» 265
<hr/>			
NF 71 (Vevey) — R. Pierre Niton	=	+ 0,5018	

Le 2 juin 1870, M. Benz trouva :

Niveau du lac devant le limnimètre — NF 71 = $-1^m,837$, d'où, avec la cote donnée ci-dessus pour NF 71, $H' = -1^m,335$; la lecture de l'échelle, faite au même moment, donnait $L = 47,56$ pouces suisses, soit $1^m,427$, d'où $H' - L = -2^m,762$, ce qui portait la correction C, devant être appliquée aux lectures pour les ramener au point de départ adopté, à $+0^m,238$.

M. Gonin, ingénieur cantonal du canton de Vaud, a bien voulu, sur notre demande, faire vérifier à la fin de l'année 1874 le zéro de l'échelle de ce limnimètre, afin de s'assurer qu'il n'y avait pas eu de changement dans la ligne de flottaison depuis l'opération faite par M. Benz, en 1870. Voici le résultat des cinq opérations faites par M. l'ingénieur Deladoey :

3 décembre 1874	$H' - L = -$	$2,766^m$
.5 » »		$- 2,766$
10 » »		$- 2,767$
14 » »		$- 2,771$
19 » »		$- 2,763$

Ces valeurs s'accordent entre elles, et avec celle trouvée en 1870 par M. Benz, à quelques millimètres près, c'est-à-dire dans les limites de l'exactitude que comporte l'affleurement de l'eau à la surface du lac, par un temps calme. On peut ainsi en conclure, qu'il n'y pas eu depuis 1870 de changement dans la ligne de flottaison dans le limnimètre de Vevey, et l'on peut prendre la moyenne des six mesures, qui donne $H' - L = -2^m,766$, avec une incertitude de moins d'un millimètre. La correction à apporter aux lectures du limnimètre de Vevey, pour les ramener au zéro adopté, est par conséquent $+0^m,234$.

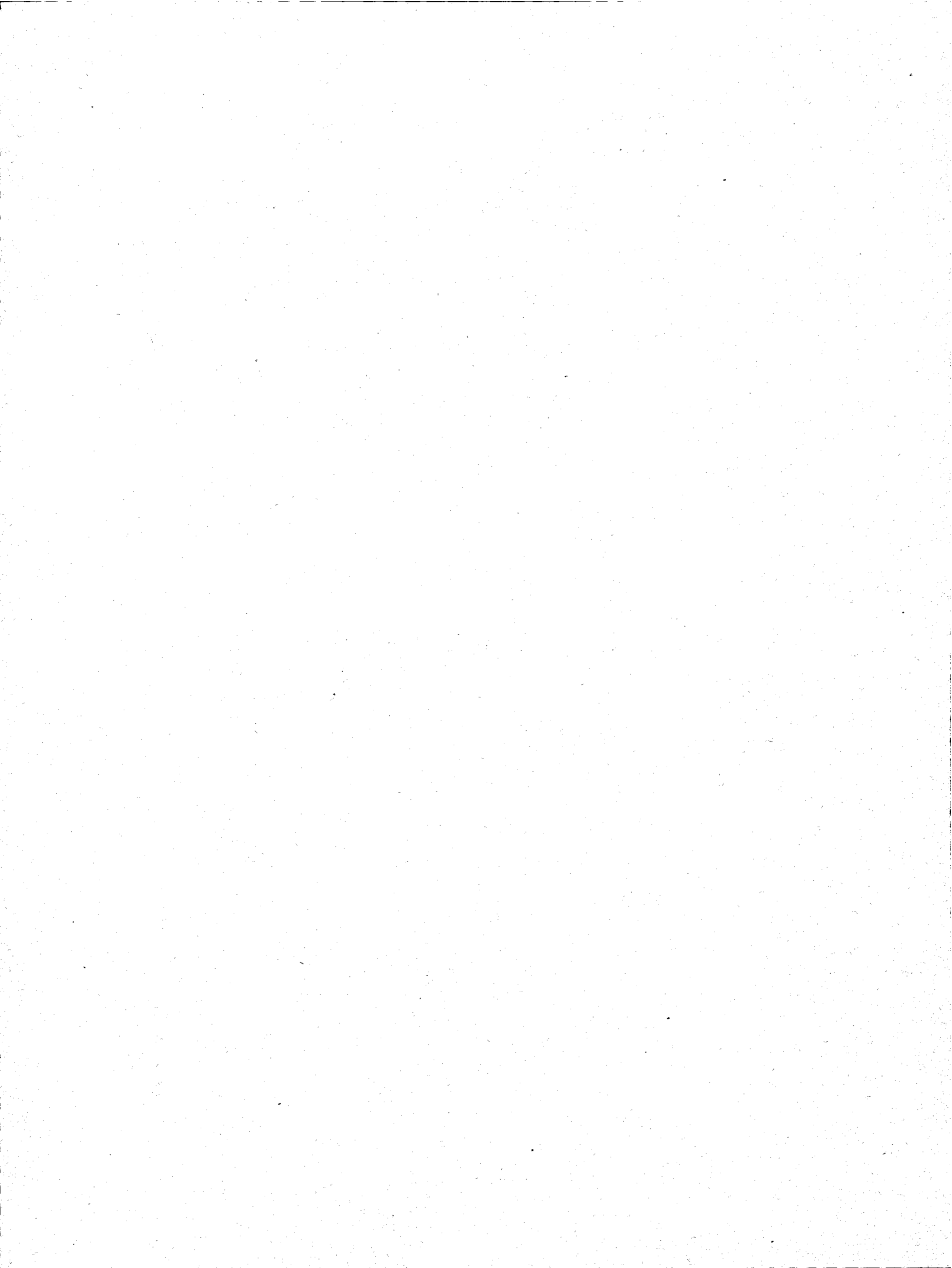
Si l'on réunit les valeurs de C déterminées ci-dessus pour les différentes échelles, on a :

1°	Limnimètre du jardin anglais, à Genève,	C = + 0,155 ^m
2°	» de la machine hydraulique	» + 0,129
3°	» de Sécheron	» 0,000
4°	» de Genthod	» + 0,012
5°	» d'Ouchy	» - 1,632
6°	» de Vevey	» + 0,234

Sauf pour l'échelle de la machine hydraulique, pour laquelle la cause indiquée plus haut rend la détermination du zéro assez incertaine, ces corrections peuvent être regardées comme exactes, à un très-petit nombre de millimètres près.

ERRATA

Page 341, ligne 6, au lieu de $\pm 26^{\text{mm}},6$, lisez $\pm 24^{\text{mm}},9$.



H. GEORG, LIBRAIRE-ÉDITEUR, GENÈVE, BALE, LYON

Publications de la Commission géodésique suisse:

Détermination télégraphique de la différence de longitude entre les observatoires de Genève et de Neuchâtel, par E. Plantamour et A. Hirsch. 1864, in-4 avec 4 planches Fr. 7 50

Expériences faites à Genève avec le pendule à réversion, par E. Plantamour, 1866, in-4 avec 3 planches Fr. 7 50

(Ces deux mémoires ont paru dans les *Mémoires de la Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève.*)

Nouvelles expériences faites avec le pendule à réversion, et détermination de la pesanteur à Genève et au Righi-Kulm, par E. Plantamour. 1872, in-4 Fr. 7 50

Nivellement de précision de la Suisse, exécuté sous la direction de A. Hirsch et E. Plantamour. Livraisons I, II, III et IV. — 1867-1873, in-4. Prix de chaque livraison :
Pour la Suisse Fr. 2 50
Pour l'étranger Fr. 4 —

Détermination télégraphique de la différence de longitude entre la station astronomique du Righi-Kulm et les observatoires de Zurich et de Neuchâtel, par E. Plantamour, R. Wolf et A. Hirsch. 1871, in-4 avec 3 planches Fr. 8 —

Détermination télégraphique de la différence de longitude entre des stations suisses: 1. Entre les stations astronomiques du Weissenstein et l'observatoire de Neuchâtel en 1868. — 2. Entre l'observatoire de Berne et celui de Neuchâtel en 1869, par E. Plantamour et A. Hirsch. 1872, in-4 avec 1 planche Fr. 8 —

Observations faites dans les stations astronomiques du Righi-Kulm, du Weissenstein et de l'observatoire de Berne, par E. Plantamour. 1873, in-4 Fr. 8 —