

NOUVELLES EXPÉRIENCES

FAITES AVEC

LE PENDULE A RÉVERSION

ET

DÉTERMINATION DE LA PESANTEUR

A GENÈVE ET AU RIGHI-KULM

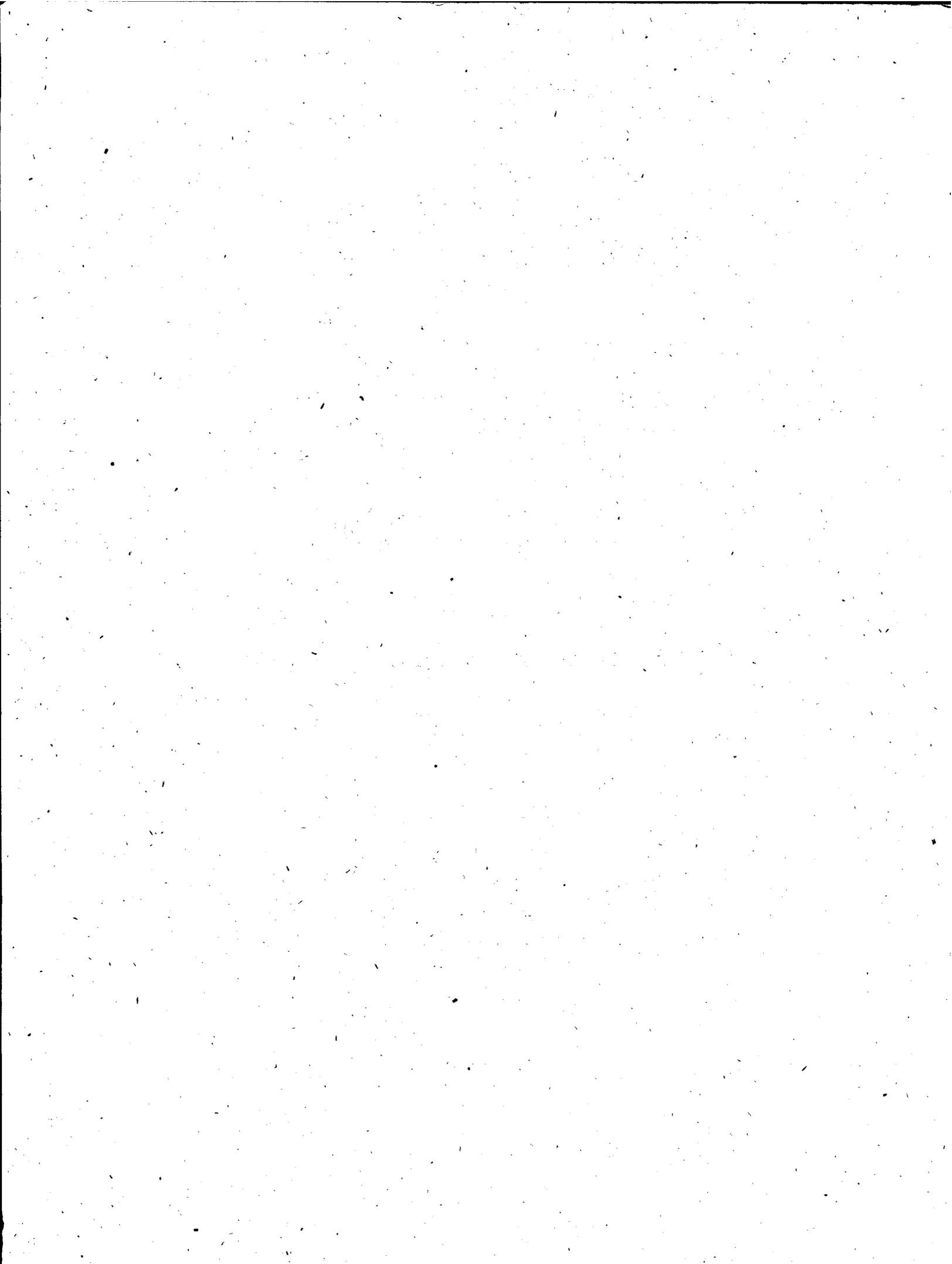
PAR

E. PLANTAMOUR

GENÈVE ET BALE

H. GEORG, LIBRAIRE-ÉDITEUR, 10, CORRATERIE

—
1872



NOUVELLES EXPÉRIENCES

FAITES AVEC

LE PENDULE A RÉVERSION

ET

DÉTERMINATION DE LA PESANTEUR

A GENÈVE ET AU RIGHI-KULM

Il est permis de penser que les
résultats obtenus par les
différents auteurs sont en
bonne harmonie avec les
conclusions auxquelles on est
parvenu par les méthodes
classiques de la chimie
organique.

GENÈVE. — IMPRIMERIE RAMBOZ ET SCHUCHARST.

Il est permis de penser que les
résultats obtenus par les
différents auteurs sont en
bonne harmonie avec les
conclusions auxquelles on est
parvenu par les méthodes
classiques de la chimie
organique.

NOUVELLES EXPÉRIENCES

FAITES AVEC

LE PENDULE A RÉVERSION

ET

DÉTERMINATION DE LA PESANTEUR

A GENÈVE ET AU RIGHI-KULM

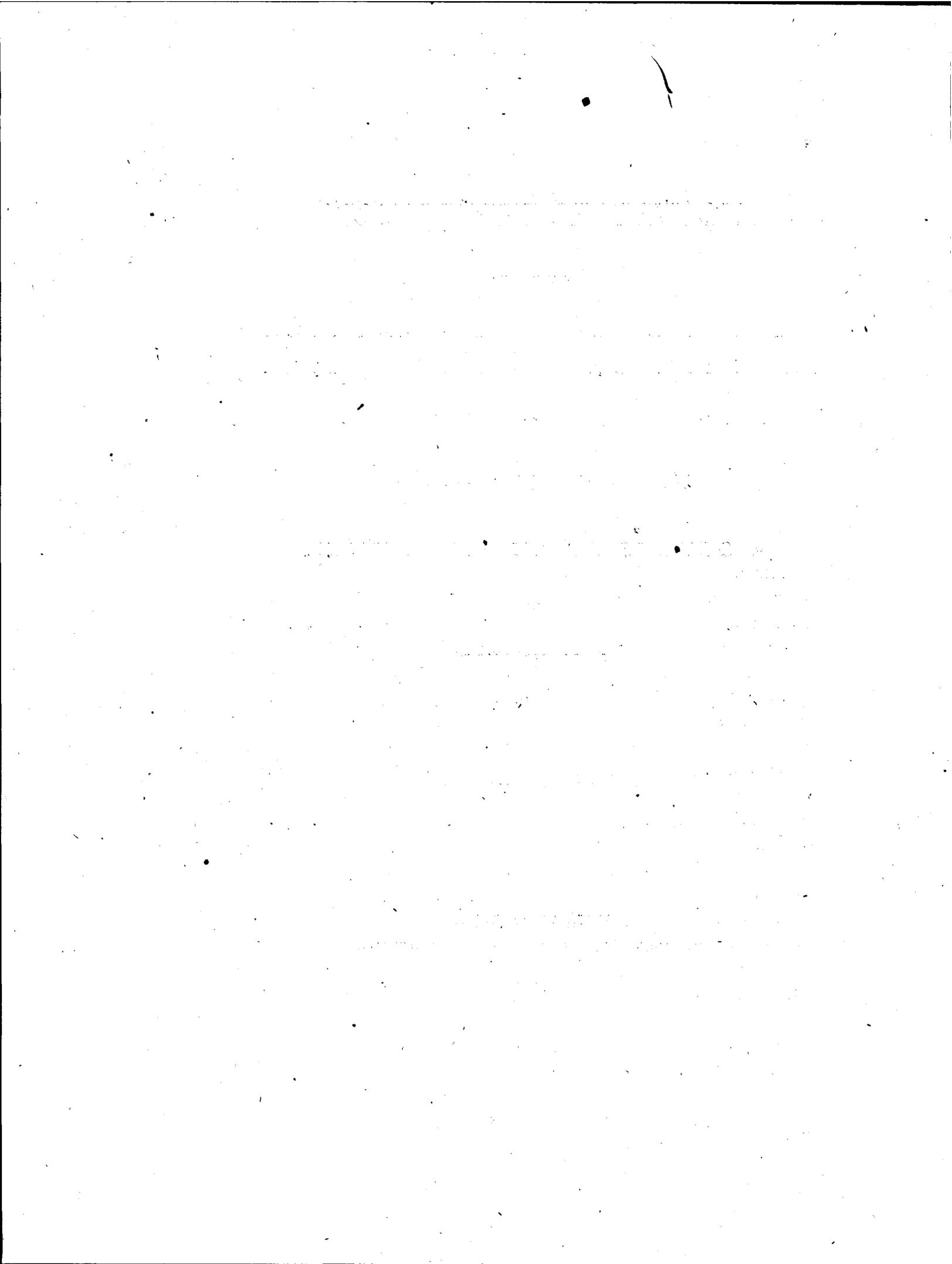
PAR

E. PLANTAMOUR

GENÈVE ET BALE

H. GEORG, LIBRAIRE-ÉDITEUR, 10, CORRATERIE

—
1872



INTRODUCTION

Dans le premier mémoire, que j'ai publié sur ce sujet en 1866, j'étais arrivé à la conclusion que les expériences faites alors étaient insuffisantes pour déterminer, avec l'exactitude nécessaire, quelques-unes des données devant être employées dans la réduction des observations, en particulier le coefficient de dilatation du pendule et celui de l'échelle. L'insuffisance de ces expériences tenait surtout à la circonstance que l'ajustement des couteaux avait été changé à plusieurs reprises, et cela dans le but d'étudier les changements pouvant résulter de l'ajustement. Comme les observations faites dans chaque ajustement différent étaient en très-petit nombre, et se suivaient à peu de jours d'intervalle, pendant lesquels les différences de température étaient très-faibles, la comparaison d'observations faites dans un même ajustement aurait donné un résultat très-peu certain, parce que les erreurs inévitables d'observation auraient exercé une influence trop forte sur des différences peu considérables. D'un autre côté, en combinant entre elles des valeurs obtenues dans une saison différente, il est vrai, mais dans un ajustement différent des couteaux, on introduisait une source d'erreur provenant de ce que cette opération modifie toujours un peu l'appareil, en particulier l'in-

tervalle entre les couteaux, en sorte que les observations ne sont pas directement comparables.

Je pensais alors que la détermination la plus exacte du coefficient de dilatation du pendule et de son échelle pourrait être obtenue par des comparaisons avec un étalon, à l'aide du comparateur du Bureau fédéral des poids et mesures à Berne. Ces comparaisons ont été, en effet, exécutées les années suivantes, au mois de janvier 1870 et 1871, par mon collègue M. le professeur Hirsch et par moi, et elles seront prochainement publiées. Nous nous servions dans ce but du nouveau mètre étalon en argent, dont nous avons déterminé le coefficient absolu de dilatation par des expériences faites à la même époque.

Si nous n'avons aucune raison pour concevoir des doutes sur l'exactitude des résultats obtenus par la comparaison de l'échelle du pendule avec l'étalon d'argent, il n'en est pas de même en ce qui concerne le pendule lui-même. L'installation du pendule dans l'auge du comparateur est très-difficile et très-compiquée; il n'est pas aisé d'arriver à un éclairage convenable du couteau, de plus dans les petits déplacements que subit le chariot dans son mouvement, il est difficile de s'assurer que le même point du tranchant se trouve sous chacun des microscopes dans les mesures successives faites à différentes températures. Enfin, la forme même du pendule, terminé par deux disques de poids inégaux, sur lesquels il repose dans l'auge, est très-défavorable pour satisfaire à la condition que l'allongement ou la contraction de la tige puisse s'opérer sans aucune résistance. Indépendamment de toutes ces difficultés se présente, en outre, la question de savoir, si les variations de longueur de la tige du pendule avec la température sont les mêmes dans la position horizontale et dans la position verticale.

Il nous a semblé préférable, d'après les considérations précédentes, de déterminer le coefficient de dilatation du pendule; ainsi que la différence entre ce coefficient et celui de l'échelle, par des observations faites dans des circonstances identiques à celles dans lesquelles on opère pour la mesure de la pesanteur. Il s'agissait seulement de combiner deux séries

de mesures faites dans deux saisons opposées, et entre des limites de température beaucoup plus espacées que celles qui peuvent se présenter, dans la pratique, dans une station quelconque. De plus, l'ajustement des couteaux ne devait pas être changé, de manière à ce que les observations des deux séries fussent comparables entre elles, l'appareil étant resté identiquement le même aux variations de la température près. Le pendule fut immédiatement expédié à Genève, où j'ai fait une première série d'observations au mois de février 1871, la température étant encore voisine de 0, de + 5° seulement en moyenne. J'ai fait une seconde série d'observations analogues du milieu de juillet au commencement d'août, dans laquelle la température était en moyenne de 21° plus élevée que pour la première. Les détails de ces observations, ainsi que leur discussion, font l'objet des quatre premiers chapitres.

Le chapitre V est consacré à une nouvelle réduction des observations antérieures faites en 1865 et 1866, dans laquelle j'ai fait usage des données obtenues par celles de 1871 pour le coefficient de dilatation du pendule, et pour la différence entre ce coefficient et celui de l'échelle. Une nouvelle réduction de ces observations était indispensable pour une autre cause, que j'ai indiquée dans une lettre publiée dans le n° 1818 des *Astronomische Nachrichten*. J'avais calculé, dans mon premier mémoire, la réduction à l'arc infiniment petit par la formule — $t \cdot \frac{\alpha^2}{32}$, au lieu de — $t \cdot \frac{\alpha^2}{16}$, erreur provenant d'une inadvertance en copiant la formule; toutes les valeurs indiquées pour la réduction à l'arc infiniment petit étaient, par conséquent, la moitié de ce qu'elles devraient être, ce qui m'avait amené à une longueur du pendule de 0,02 environ trop faible. Dans le chapitre VI, j'ai combiné toutes les observations faites à Genève pour en déduire la pesanteur.

Le chapitre VII renferme les observations du pendule faites au Righi-Kulm, en 1867, et la détermination de la pesanteur dans cette station. L'emplacement du pilier, sur lequel le pendule reposait, est marqué sur le plan topographique du Righi-Kulm, levé

par notre collègue, M. l'ingénieur Denzler, et inséré dans le mémoire sur la détermination télégraphique des différences de longitude entre cette station et les observatoires de Zurich et de Neuchâtel. Il se trouve dans une pièce située au rez-de-chaussée, à l'angle sud-ouest de l'ancien hôtel, servant actuellement de dépendance, soit à 63^m,6 au sud, et à 7^m,3 à l'est du pilier placé au centre de l'observatoire. D'après un nivellement fait par M. Denzler, le centre de figure du pendule se trouvait à 12^m au-dessous du pied du signal, dont la hauteur est indiquée de 1800^m,0 dans la triangulation de la Suisse publiée par Eschmann. Il est vrai que la hauteur du Chasseral, de laquelle sont déduites toutes les hauteurs indiquées dans cet ouvrage, n'est pas exacte et qu'elle devra subir une correction, qui dépendra du niveau que l'Association internationale adoptera pour le niveau moyen de la mer. Cette circonstance n'est du reste pas un empêchement à la comparaison de la pesanteur à Genève et au Righi-Kulm, en rapportant l'altitude du pendule dans les deux stations au même point de départ. Dans les observations de Genève, le centre du pendule était à 31^m,65 au-dessus du repère de la pierre du Niton, dont l'altitude, d'après la hauteur du Chasseral adoptée par Eschmann, est de 576^m,85. Le pendule se trouvait ainsi au Righi-Kulm à 1379^m,5 au-dessus du niveau, où il était dans les observations faites à Genève, et à une latitude plus boréale de 50' 30".

CHAPITRE I.

Mesures de longueur du pendule faites à Genève en 1871.

Ces mesures de l'intervalle compris entre les couteaux ont été faites de la même manière et suivant le même système que dans mes premières expériences, en sorte que je peux renvoyer, pour tout ce qui concerne l'appareil et le mode de procéder, aux deux premiers chapitres de mon précédent mémoire. Seulement, il n'y a pas eu de changement dans l'ajustement des couteaux; comme il importait d'écarter toute cause, autre que la température, pouvant modifier la longueur du pendule, l'ajustement des couteaux est resté le même, c'est celui qui avait été désigné par la lettre A. Dans les premières expériences, j'avais opéré avec quatre ajustements différents A, B, C, D, en retournant chaque couteau dans sa monture, et en échangeant les couteaux entre eux, opérations qui avaient pour résultat de modifier dans des limites très-restreintes, il est vrai, l'intervalle entre les deux couteaux. Les mesures ont été faites dans les différents modes de suspension du pendule, suivant qu'il repose sur le couteau, dont la monture porte le nom du fabricant, et qui correspond au disque creux le plus éloigné du centre de gravité, ou suivant qu'il repose sur l'autre couteau correspondant au disque plein; suivant que cette inscription est tournée vers l'est, ou vers l'ouest. Ces quatre modes de suspension sont désignés, pour abrégé, par les initiales REH, ROH, REB, ROB.

Voici maintenant les chiffres obtenus, dans les deux séries faites en hiver et en été, pour la longueur de l'intervalle compris entre les cou-

teaux mesurée par les divisions de l'échelle. Le tableau suivant renferme pour chaque détermination l'indication du mode de suspension, l'intervalle mesuré entre les couteaux obscurs avec la température correspondante; l'intervalle entre les couteaux éclairés sur champ obscur; la différence entre ces deux intervalles, enfin leur moyenne avec la température moyenne correspondante.

DATE 1871	Mode de sus- pension.	Intervalle entre les couteaux obscurs.		Intervalle entre les couteaux clairs.		Différence. Cout. obsc. — Cout. clairs.	Moyenne de l'intervalle entre les couteaux obsc. et clairs.	
		Tempér.	Longueur.	Tempér.	Longueur.		Tempér.	Longueur.
14 février	ROH	4,14	248,48162	4,40	248,48143	+0,00019	4,27	248,48152
20 février	ROB	4,10	48096	4,42	48015	+0,00081	4,26	48055
20 février	ROH	4,40	48229	4,15	48126	+0,00103	4,27	48177
22 février	REB	5,20	48042	5,45	48000	+0,00042	5,32	48021
25 février	ROB	6,73	48172	6,87	48106	+0,00066	6,80	48139
25 février	ROH	6,83	48239	7,02	48228	+0,00011	6,92	48233
21 juillet	ROB	23,81	48448	23,87	48272	+0,00176	23,84	48360
22 juillet	ROH	23,67	48502	23,86	48418	+0,00084	23,77	48460
22 juillet	REH	24,10	48504	23,95	48366	+0,00138	24,02	48435
23 juillet	REH	23,97	48434	24,15	48406	+0,00028	24,06	48420
23 juillet	REB	24,38	48541	24,23	48427	+0,00114	24,31	48484
10 août	ROB	20,65	48358	20,80	48227	+0,00131	20,72	48293

Les chiffres de ce tableau montrent, en premier lieu, que l'intervalle mesuré entre les couteaux obscurs est, par suite de l'irradiation, un peu plus grand que celui mesuré à la même température entre les couteaux clairs. La différence est par la moyenne des 12 déterminations de $+0,00083$ avec une erreur moyenne de $\pm 0,00015$. L'erreur moyenne d'une détermination isolée de la différence est de $\pm 0,00052$, ce qui correspond à une erreur moyenne de $\pm 0,00037$ sur chaque longueur mesurée pour l'intervalle entre les couteaux obscurs, ou pour l'intervalle entre les couteaux clairs, et par suite à une erreur moyenne de $\pm 0,00026$ sur la moyenne des deux intervalles. Je remarque en passant que dans mes premières expériences j'avais trouvé par la moyenne de 32 déterminations la différence de l'intervalle entre les couteaux obscurs et les cou-

teaux clairs de 0,00060 avec une erreur moyenne de $\pm 0,00020$; ces deux résultats s'accordent dans la limite de leurs erreurs.

Les chiffres du tableau précédent montrent, en second lieu, que le coefficient de dilatation du pendule est un peu plus grand que celui de l'échelle; car toutes les mesures faites en été donnent un chiffre plus élevé que celles faites en hiver, et la différence est environ dix fois plus grande que le chiffre de l'incertitude que l'on peut attribuer en moyenne à une détermination isolée, savoir $\pm 0,00026$, ainsi qu'on vient de le trouver. Si l'on désigne par x l'allongement relatif du pendule et de l'échelle pour 1°, on obtient la valeur probable de cette quantité en résolvant par la méthode des moindres carrés les équations fournies par la condition, que la longueur mesurée dans chacune des 12 déterminations soit ramenée à celle que le pendule aurait à la température moyenne 14°,38 de toutes les observations. On trouve ainsi pour la valeur probable de x 0,0001570 avec une erreur moyenne de $\pm 0,0000194$, calculée par la somme des carrés des écarts que l'on obtient en remplaçant x par sa valeur dans les équations de condition.

Si l'on réduit avec cette valeur de x chacune des longueurs mesurées à la température de 16°,25, à laquelle une échelle divisée en lignes de Paris a sa longueur normale, on a :

		Longueur réduite à 16°,25	Écart avec la moyenne.
14 février	R O H	248,48340	+0,00042
20 février	R O B	48243	-0,00055
20 février	R O H	48365	+0,00067
22 février	R E B	48193	-0,00105
25 février	R O B	48287	-0,00011
25 février	R O H	48379	+0,00081
21 juillet	R O B	48241	-0,00057
22 juillet	R O H	48342	+0,00044
22 juillet	R E H	48313	+0,00015
23 juillet	R E H	48297	-0,00001
23 juillet	R E B	48357	+0,00059
10 août	R O B	48223	-0,00075

Moyenne des 12 déterminations 248,48298

On trouve par la somme des carrés des écarts, que l'erreur moyenne d'une détermination est de $\pm 0,000615$, et celle de la moyenne $\pm 0,00018$. Cette erreur moyenne, de $\pm 0,000615$ pour une détermination, dépasse notablement celle que l'on peut attribuer aux erreurs fortuites d'observation, et qui est de $\pm 0,00026$ par la comparaison de l'intervalle entre les couteaux obscurs et les couteaux clairs. Comme l'écart d'une détermination avec la moyenne ne peut pas être mis sur le compte de la température, les six mesures faites en hiver donnant sensiblement la même longueur que les six mesures faites en été, il faut admettre l'intervention d'une cause autre que la température, et pouvant modifier la longueur du pendule dans chaque cas relativement à la moyenne des 12 déterminations. Cette cause se trouve facilement, si l'on compare les écarts du tableau précédent avec le mode de suspension du pendule; dans tous les cas où le mode de suspension porte la lettre II, c'est-à-dire lorsque le disque creux se trouve au-dessus du plan et le disque plein au bas de la tige, le signe de l'écart est positif à l'exception du 25 juillet, avec un écart négatif de $-0,00001$ seulement. Le signe de l'écart est négatif, au contraire, lorsque le disque creux est au bas de la tige, le disque plein étant au-dessus du couteau sur lequel le pendule repose, à l'exception du 23 juillet, où il est positif; d'un autre côté, l'écart négatif du 22 février dépasse notablement tous les autres écarts. Il ressort de cette comparaison que le pendule n'a pas exactement la même longueur, à la même température, suivant le mode de suspension; il est un peu plus long lorsque le disque plein est au bas de la tige, et tend ainsi à l'allonger par son poids, que lorsqu'il est au-dessus du plan de suspension. Il convient par conséquent de traiter séparément les mesures faites dans les deux modes de suspension; c'est ce que j'ai fait en cherchant la valeur de l'allongement relatif x du pendule et de l'échelle, donnée d'une part, par les six équations fournies par les mesures portant la lettre II, le disque plein étant en bas, d'autre part par les six équations fournies par les mesures portant la lettre B, le disque plein étant en haut. En opérant ainsi, je trouve :

le disque plein étant en bas $x = 0,0001345$	erreur moyenne $\pm 0,0000088$
le disque plein étant en haut $x = 0,0001809$	» $\pm 0,0000245$
Moyenne probable des deux valeurs $x = 0,000140$	» $\pm 0,000015$

Comme les mesures faites dans le premier mode de suspension s'accordent beaucoup mieux entre elles que celles faites dans le second, et qu'elles donnent par conséquent un chiffre notablement plus faible pour l'erreur moyenne de l'allongement relatif, il m'a semblé plus rationnel de prendre la moyenne probable des deux valeurs de x , en ayant égard à l'incertitude dont chacune d'elles est affectée, au lieu de la moyenne arithmétique. Cette valeur probable de l'allongement relatif du pendule et de l'échelle, $x = 0,000140 \pm 0,000015$, est celle que j'ai adoptée par la suite pour la réduction à la température de $16^{\circ},25$ de toutes les mesures de longueur du pendule, faites soit à Genève, soit dans d'autres stations; l'incertitude dont elle est affectée est assez faible, pour que l'on n'ait pas à redouter une erreur appréciable dans la réduction à $16^{\circ},25$ d'une mesure faite à une autre température; en effet, l'erreur n'atteindrait pas $\pm 0,0002$ entre les limites de 3° et de 29° . A cette valeur de x correspond une différence du coefficient de dilatation du pendule et de l'échelle de $0,00000056$ avec une erreur moyenne de $\pm 0,00000006$, le coefficient étant plus grand pour le pendule que pour l'échelle¹.

¹ D'après les mesures faites en 1870 et 1871, au comparateur du bureau fédéral des poids et mesures à Berne, par mon collègue M. le professeur Hirsch et par moi, et qui doivent être publiées prochainement, nous avons trouvé la différence du coefficient de dilatation du pendule et de l'étalon d'argent de $-0,00000092$, et la différence entre l'échelle du pendule et l'étalon d'argent $+0,00000015$, d'où résulterait pour la différence entre le coefficient de dilatation du pendule et de son échelle $-0,00000107$, le coefficient étant plus grand pour l'échelle que pour le pendule. La discordance entre ce résultat et celui qui est donné par les observations de Genève montre que, comme nous l'avions soupçonné, la dilatation du pendule est différente, lorsqu'il est dans une position horizontale comme dans le comparateur, où par suite de sa forme et de la manière dont il repose, on peut craindre un obstacle dans les mouvements moléculaires, ou lorsqu'il est suspendu verticalement sur l'un des couteaux, comme dans les mesures de longueur, ou dans les oscillations. La différence du coefficient de dilatation du pendule et de l'échelle, trouvée au comparateur de Berne, correspond à un allongement relatif pour 1° de $-0,000266$ du pendule et de l'échelle;

Si l'on réduit avec cette valeur de l'allongement relatif les mesures faites dans les deux modes de suspension à la température de $16^{\circ},25$, on trouve :

	Disque plein en bas.			Disque plein en haut.	
	Longueur réduite à $16^{\circ},25$	Écart avec la moyenne.		Longueur réduite à $16^{\circ},25$	Écart avec la moyenne.
14 février	248,48320	— 0,00017	20 février	248,48223	— 0,000305
20 février	48345	+ 0,00008	22 février	48174	— 0,000795
25 février	48364	+ 0,00027	25 février	48271	+ 0,000175
22 juillet	48354	+ 0,00017	21 juillet	48254	+ 0,000005
22 juillet	48326	— 0,00011	23 juillet	48371	+ 0,001175
23 juillet	48311	— 0,00026	10 août	48228	— 0,000253
Moyenne	248,48337		Moyenne	248,482535	
	$\pm 0,000085$			$\pm 0,000271$	

L'erreur moyenne d'une détermination isolée est de $\pm 0,000208$ le disque plein étant en bas, et de $\pm 0,000665$, le disque plein étant en haut, donc un accord plus grand des mesures entre elles dans le premier cas. La somme des carrés des écarts, qui était de 41502 en réunissant les 12 déterminations dans une seule moyenne, est réduite à 24180 en séparant les deux modes de suspension. Le pendule est ainsi de 0,000855 plus long, lorsque le disque plein est au bas de la tige, que lorsque ce disque se trouve au-dessus du plan de suspension. L'erreur moyenne de cet allongement du pendule résultant du mode de suspension est de $\pm 0,000284$, soit d'un tiers environ de la quantité totale, et l'erreur probable au-dessous du quart, ce qui ne peut guère laisser de doute sur la réalité de l'allongement lorsque le disque plein est au bas de la tige.

J'ai été curieux de voir si les mesures de longueur du pendule, que j'avais faites précédemment à Genève, et celles que j'ai faites dans d'au-

d'après cela le pendule aurait dû être de 0,00479 *plus court* pour les mesures faites en été à Genève, que pour celles faites en hiver, tandis que je l'ai trouvé de 0,00280 *plus long*. La discordance entre les deux résultats est telle, qu'il n'y a pas lieu de douter de l'impossibilité de faire usage, pour la réduction des observations du pendule, du coefficient de dilatation obtenu au comparateur de Berne, où il se trouvait dans des conditions tout à fait différentes.

tres stations en Suisse, confirmaient le fait de l'allongement produit par la position du disque plein au bas de la tige. J'ai réduit toutes ces mesures à la température de 16°,25 avec $x = 0,000140$, et j'ai pris pour chaque localité la différence entre la moyenne des mesures faites, le disque plein en bas, et la moyenne des mesures le disque plein étant en haut; l'erreur moyenne de chacune de ces moyennes et de leur différence étant calculée par les carrés des écarts, je trouve le résultat suivant pour chaque série, et pour leur moyenne probable, le poids attribué à chaque série étant calculé d'après son erreur moyenne, et l'unité de poids correspondant à une erreur moyenne de $\pm 0,00030$.

		Allongement du pendule disque plein en bas.	Erreur moyenne.	Poids.
1864—66	Genève	+ 0,00017	$\pm 0,00030$	1,00
1867	Righi-Kulm	+ 0,00016	0,00046	0,43
1868	Weissenstein	+ 0,00084	0,00081	0,15
1869	Berne	- 0,00006	0,00067	0,20
1870	Simplon	+ 0,00099	0,00042	0,50
1871	Genève	+ 0,000835	0,000284	1,12
Moyenne probable		+ 0,00053		
Erreur moyenne		$\pm 0,00017$		
Erreur probable		$\pm 0,000115$		

L'écart moyen d'une détermination avec la moyenne probable, réduit à l'unité de poids, est de $\pm 0,00031$, c'est-à-dire sensiblement le chiffre de l'erreur auquel correspond l'unité de poids, d'où l'on peut tirer la conclusion que cette moyenne probable représente les 6 déterminations dans les limites de leur incertitude. Les séries antérieures sont ainsi une confirmation du fait, qui paraît hors de doute, que le pendule s'allonge un peu lorsque le disque plein est au bas de la tige, la valeur probable de la différence de longueur dans les deux modes de suspension étant de 0,00053, c'est-à-dire de la 469000^{me} partie de la longueur totale de l'intervalle entre les couteaux.

En adoptant ce chiffre, on trouve que l'intervalle entre les couteaux à la température de 16°,25 est, pour les observations faites à Genève en

1871, de 248^l,48295 erreur moyenne $\pm 0,00014$, si l'on prend la longueur moyenne dans les deux modes de suspension.

L'intervalle est de 248^l,483215 avec une erreur moyenne $\pm 0,000165$, lorsque le disque plein est au bas de la tige, et de 248^l,482685 $\pm 0,000165$ lorsque le disque plein est au-dessus du plan de suspension.

Détermination du centre de gravité du pendule.

Je n'ai fait en 1871 que deux déterminations du centre de gravité du pendule avec l'appareil décrit dans mon premier mémoire, et suivant le même procédé; ces deux mesures faites, l'une le 28 février, l'autre le 14 août, étaient largement suffisantes. En effet, la correction qui dépend de la position du centre de gravité est assez petite, pour qu'une erreur de un ou deux centièmes de ligne sur sa position n'ait pas d'effet appréciable; ces deux mesures s'accordent assez bien avec la moyenne des 9 mesures faites en 1866, et avec celles faites dans d'autres stations, pour qu'il fût inutile de les multiplier davantage. En désignant, comme dans mon premier mémoire, par IG la distance du centre de gravité au centre de figure du pendule, par h la distance du centre de gravité au couteau le plus rapproché et par h' au couteau le plus éloigné, j'ai trouvé :

	IG	h	h'
le 28 février	37,45	86,79	161,69
le 14 août	37,46	86,78	161,70
Moyenne	37,455	86,785	161,695

Les 9 mesures faites en 1866 donnaient en moyenne :

$$IG = 37,464 \quad h = 86,776 \quad h' = 161,704$$

La différence est ainsi au-dessous d'un centième de ligne.

CHAPITRE II.

Détermination de la durée d'une oscillation en 1871.

§ 1.

Exposé du procédé suivi.

La durée d'une oscillation a été obtenue, comme dans mes premières expériences, par l'enregistrement chronographique d'une série de passages d'un point de repère, tracé sur la monture du couteau inférieur, derrière le fil d'une lunette placée à une distance de $5 \frac{1}{2}$ mètres; l'on notait en même temps l'amplitude de l'oscillation à des intervalles de temps égaux, de 6 minutes chacun, pendant toute la durée de la série. Seulement comme j'avais à ma disposition, pour tracer les secondes sur la bande chronographique, le chronomètre à enregistrement électrique qui a été décrit dans le mémoire sur la détermination de longitude entre le Righi, Zurich et Neuchâtel, j'ai pu employer un mode plus simple et plus commode pour déduire la durée d'une oscillation d'une série de passages. La pendule qui servait à tracer les secondes, dans le premier cas, avait une marche assez irrégulière pour que, même dans un intervalle de 2 à 5 heures, elle ne pût pas être représentée par un seul terme proportionnel au temps, et qu'il fallût recourir à des termes proportionnels au carré et au cube du temps. Il était nécessaire de faire un grand nombre de comparaisons de la pendule chronographique avec la pendule normale, et de calculer d'après ces comparaisons la formule empirique donnant la correction relative des deux pendules pour un instant quelconque pendant la durée des observations. Le chronomètre à enregistrement électrique a une marche très-régulière, et que l'on peut regarder comme étant uniforme pendant plusieurs heures, sans s'exposer à une erreur appréciable. Il suffisait par conséquent de trois séries de compa-

raisons avec la pendule normale, faites, l'une au commencement des opérations de chaque jour, la seconde au milieu et la troisième à la fin, pour obtenir avec une exactitude très-suffisante la marche horaire relative, et par suite la correction horaire du chronomètre. Chacune des comparaisons était fournie par une série de 31 signaux, donnés en suivant à l'ouïe les battements de la pendule normale et enregistrés sur la bande chronographique. Le résultat de ces comparaisons pour chaque jour sera donné dans un paragraphe spécial, ainsi que la correction horaire du chronomètre qui en résulte.

Comme, d'après mes premières recherches, l'incertitude sur la durée d'une oscillation devait être attribuée en grande partie à une petite variation physiologique dans la manière de saisir, à un intervalle de 40 minutes environ, le passage du repère sur le couteau derrière le fil, et de donner le signal correspondant sur le levier-clef, j'ai pensé que cette cause d'erreur pourrait être sinon éliminée, du moins diminuée, en observant plusieurs séries de passages à certains intervalles, au lieu de se borner à deux, l'une au commencement, l'autre à la fin. Voici, d'après le système que j'ai suivi en 1871, le mode d'opérer dans les observations des oscillations; en supposant que le chronomètre marquât 0^m au commencement d'une série faite suivant l'un des modes de suspension :

	à	0 ^m	observation	de l'amplitude.
1)	de	2 ^m à 3 ^m 20 ^s	»	de 100 passages.
	à	6 ^m	»	de l'amplitude.
2)	de	7 ^m à 8 ^m 20 ^s	»	de 100 passages.
	à	12 ^m	»	de l'amplitude.
	à	18 ^m	»	id.
	à	24 ^m	»	id.
	à	30 ^m	»	id.
	à	36 ^m	»	id.
3)	de	39 ^m 40 ^s à 41 ^m	»	de 100 passages.
	à	42 ^m	»	de l'amplitude.
4)	de	44 ^m 40 ^s à 46 ^m	»	de 100 passages.
	à	48 ^m	»	de l'amplitude.

On notait, avant de commencer, la température indiquée par un ther-

momètre suspendu au centre de l'appareil et dont la boule était à la hauteur du centre de figure du pendule, et à la fin de la série une nouvelle lecture était faite. Puis, le pendule était retourné et suspendu sur le couteau opposé, et une série d'observations était faite dans ce second mode de suspension suivant le même programme. Enfin, pour s'assurer de la constance dans la position relative des deux plumes du chronographe, et pour évaluer l'irrégularité dans l'enregistrement tenant à cette cause, on faisait trois déterminations de la parallaxe des plumes, au commencement des opérations, au milieu et à la fin. Chacune de ces déterminations se faisait au moyen de 15 signaux, donnés à l'aide du manipulateur décrit dans le mémoire sur la longitude du Righi.

Dans les passages du repère sur le couteau derrière le fil, on distinguait, comme précédemment, les passages impairs, dans lesquels le mouvement avait lieu de gauche à droite dans la lunette, et les passages pairs, pour un mouvement de droite à gauche. De plus, on avait toujours soin de commencer une série par un passage impair, de gauche à droite, et de la terminer par un passage pair, de droite à gauche. La durée d'une oscillation étant donnée approximativement par chacune des séries 1, 2, 3, 4 du tableau précédent, et plus exactement par la durée de 400 oscillations comprise entre les séries 1 et 2 et les séries 3 et 4, on obtenait à une petite fraction de seconde près la durée de 3000 oscillations, de 2600 et de 3400. Chacun des 50 passages impairs de la 1^{re} série, comparé au passage impair correspondant de la 3^e série donnait la durée de 3000 oscillations; on prenait la moyenne de ces 50 valeurs et l'on calculait l'erreur moyenne d'un intervalle et de la moyenne. On calculait de la même manière la durée de 3000 oscillations donnée par chacun des passages pairs de la 1^{re} série, comparé au passage pair correspondant de la 3^e série. En opérant de même sur les passages de la 2^e série comparés aux passages de la troisième, on avait 100 valeurs de la durée de 2600 oscillations, 50 par les passages impairs et 50 par les passages pairs. De même, la comparaison des passages de la 1^{re} série avec ceux de la 4^e donnait la durée de 3400 oscillations, enfin

celle des passages de la 2^e et de la 4^e série donnait de nouveau la durée de 3000 oscillations. Chacun de ces intervalles exprimés en temps du chronomètre était réduit en temps sidéral au moyen de la correction horaire du chronomètre, et en les divisant respectivement par 3000, 2600, 3400 et 3000, on avait la durée d'une oscillation en temps sidéral, à laquelle il fallait encore appliquer la réduction à l'arc infiniment petit, réduction qui n'était pas la même dans les quatre combinaisons, en raison du décroissement de l'amplitude.

Comme une variation physiologique dans la manière d'observer peut s'opérer après un intervalle de quelques minutes, aussi bien que dans celui d'une heure, la comparaison des valeurs obtenues dans les quatre combinaisons donnait un moyen d'évaluer approximativement la grandeur de la variation d'une série à l'autre; dans tous les cas, l'erreur due à la variation physiologique devait être plus faible sur la moyenne des valeurs données dans les quatre combinaisons, que si deux séries seulement avaient été observées. J'exposerai dans les paragraphes suivants : les résultats obtenus pour la détermination de la parallaxe des plumes; ceux qui sont relatifs à la comparaison du chronomètre et de la pendule normale, et à sa correction horaire; puis les observations faites pour obtenir la durée d'une oscillation; les observations de l'amplitude, la loi du décroissement, la détermination de l'amplitude moyenne dans chaque cas et la réduction à l'arc infiniment petit; enfin, la durée d'une oscillation pour chaque jour, et pour chaque mode de suspension, d'après la moyenne des valeurs données par chacune des quatre combinaisons, après l'application de la réduction à l'arc infiniment petit.

§ 2.

Détermination de la parallaxe des plumes.

Le tableau suivant donne la valeur de la correction obtenue pour la parallaxe des plumes, pour chacune des trois déterminations faites chaque jour, avec l'erreur moyenne déduite de l'accord des signaux entre eux.

	1 ^{re} détermination.		2 ^{me} détermination.		3 ^{me} détermination.	
	Correct. parall.	Erreur moy.	Correct. parall.	Erreur moy.	Correct. parall.	Erreur moy.
1 février	-0,0543	±0,0012	-0,0546	±0,0013	-0,0553	±0,0011
2 février	-0,0539	0,0014	-0,0545	0,0009	-0,0534	0,0013
3 février	-0,0571	0,0013	-0,0577	0,0009	-0,0558	0,0014
4 février	-0,0690	0,0016	-0,0678	0,0013	-0,0699	0,0012
5 février	-0,0549	0,0014	-0,0555	0,0013	-0,0562	0,0014
14 février	-0,0631	0,0008	-0,0628	0,0017	-0,0619	0,0013
19 février	-0,0819	0,0015	-0,0713	0,0017	-0,0728	0,0015
20 février	-0,0245	0,0011	-0,0245	0,0013	-0,0242	0,0009
18 juillet	-0,0338	0,0014	-0,0331	0,0012	-0,0343	0,0012
19 juillet	-0,0480	0,0013	-0,0464	0,0012	-0,0476	0,0016
20 juillet	-0,0996	0,0013	-0,0996	0,0014	-0,0981	0,0013
21 juillet	-0,0832	0,0017	-0,0833	0,0012	-0,0873	0,0014
22 juillet	-0,0899	0,0015	-0,0915	0,0012	-0,0905	0,0013
23 juillet	-0,0861	0,0020	-0,0833	0,0013	-0,0886	0,0011
9 août	-0,0987	0,0018	-0,0965	0,0013	-0,0965	0,0013
10 août	-0,1299	0,0011	-0,1303	0,0019	-0,1287	0,0017

D'après la moyenne des 48 déterminations ci-dessus, l'erreur moyenne d'une détermination est de $\pm 0^s,00134$, et, comme chaque détermination est la moyenne de 15 signaux, l'erreur moyenne pour un signal est de $\pm 0^s,0052$. Si l'on compare les trois déterminations faites le même jour, on voit que, dans presque tous les cas, elles ne diffèrent entre elles que de un à deux millièmes de seconde, c'est-à-dire dans les limites de leur incertitude; pour tous les jours, sauf pour le 19 février et le 21 juillet, on a ainsi la garantie que, pendant tout le cours des opérations, la position relative des deux plumes n'a pas changé de plus d'un millième de seconde, et que l'incertitude de l'enregistrement due à cette cause ne dépasse pas une quantité, qui est la $\frac{1}{200000}$ partie de l'intervalle de temps compris entre deux séries. Le 19 février, la variation de la parallaxe des plumes d'une détermination à l'autre est plus considérable, elle s'élève à près d'un centième de seconde, quantité appréciable, mais qui ne dépasse cependant pas celle que l'on peut attribuer à la variation physiologique, ou à d'autres causes d'erreur. Le 21 juillet, la variation de la parallaxe des plumes est de quatre millièmes de seconde. Il n'a

pas été possible de tenir compte de la variation de la parallaxe des plumes dans ces deux cas, pas plus que pour les 14 autres jours pour lesquels elle était insensible, parce que l'on ne sait pas à quel moment elle s'est opérée. Il est probable qu'elle s'est produite au moment où le chronographe a été mis en marche, ce qui occasionne toujours une petite secousse, mais il est impossible de savoir, si c'est lorsque le chronographe a été mis en marche avant la 1^{re} série, ou avant la 3^e série, le chronographe ayant été arrêté entre la 2^e et la 3^e série, ou seulement au moment de faire la 2^e détermination de la parallaxe. La première ou la troisième alternative ne donnerait pas lieu à une erreur d'enregistrement sur l'intervalle de temps observé; par contre, la seconde alternative pourrait donner lieu à une petite erreur. Il est probable que cette seconde alternative s'est présentée, le 19 février, dans les oscillations du pendule faites le disque plein en haut, entre la 1^{re} et la 2^e détermination de la parallaxe; en effet, la durée d'une oscillation du pendule obtenue ce jour, dans ce mode de suspension, est sensiblement plus courte que toutes les autres. Si l'on admet que le changement de 0^s,01 dans la parallaxe des plumes se soit opéré en remettant le chronographe en marche avant la 3^e série des observations de passage, tous les intervalles seront augmentés de 0^s,01, et la durée de l'oscillation sera augmentée de 0^s,0000033, ce qui amènerait un accord plus satisfaisant avec les autres jours. Néanmoins, je n'ai pas appliqué cette correction de + 0^s,01 aux intervalles de temps directement obtenus, pour tenir compte de la variation de la parallaxe entre la 2^e et la 3^e série des passages, parce que si l'on peut regarder comme probable, que le changement s'est opéré en remettant le chronographe en marche avant la 3^e série, on n'en a pas la certitude.

Dans tous les cas, les observations du tableau précédent montrent une constance beaucoup plus grande dans la position relative des deux plumes que dans mes premières expériences en 1865-66, et dans les recherches spéciales faites à ce sujet (voyez pages 62-67 de mon premier mémoire). Ce résultat a été obtenu par un perfectionnement introduit à

la suite de ces recherches; on a modifié l'anneau par lequel la plume est assujettie à la tige mise en mouvement par l'ancre de l'électro-aimant, de manière à lui donner une plus grande fixité. En outre, j'ai fait faire les bandes chronographiques d'un papier satiné très-lisse, de manière à diminuer les aspérités que la plume rencontre sur son passage, et qui peuvent occasionner des déplacements.

§ 3.

Comparaisons du chronomètre et de la pendule normale, et correction horaire du chronomètre.

Il a été fait chaque jour 3 séries de comparaisons, de 31 signaux chacune, donnés en suivant à l'ouïe les battements de la pendule normale. Le tableau suivant renferme, pour chaque jour, la moyenne des 31 signaux de chaque comparaison, avec l'heure correspondante, l'erreur moyenne d'un signal, déduite de la somme des carrés des écarts avec la moyenne, et l'erreur moyenne de la moyenne. Le signe de la comparaison est celui de la quantité, qu'il faut ajouter à l'heure marquée par le chronomètre, pour avoir celle indiquée par la pendule. Les colonnes suivantes renferment la correction relative horaire du chronomètre et de la pendule déduite de ces comparaisons, la correction horaire de la pendule normale sur le temps sidéral, enfin la correction horaire du chronomètre sur le temps sidéral. Au mois de février, la marche de la pendule normale est donnée par les observations faites à la lunette méridienne par M. Bruderer, qui succomba quelques semaines plus tard à une douloureuse maladie. Sa mort a été une grande perte pour l'observatoire, où il occupait, depuis l'année 1840, la place d'astronome adjoint; pendant une longue série d'années, il s'était dévoué à cet établissement auquel il a rendu de grands services. Son successeur, M. J. Palisa, est entré en fonctions au commencement de l'été, et c'est lui qui a fait, en juillet et en août, les observations à la lunette méridienne qui ont servi au calcul de la marche de la pendule.

EXPÉRIENCES FAITES

DATE 1871	1 ^{re} COMPARAISON.				2 ^{me} COMPARAISON.				3 ^{me} COMPARAISON.				Correction horaire relative.	Correction horaire pendule.	Correction horaire chronométr.
	Heure chronom.	Comparaison.	Erreur moyenne. signal. moyenne.		Heure chronométr.	Comparaison.	Erreur moyenne. signal. moyenne.		Heure chronométr.	Comparaison.	Erreur moyenne. signal. moyenne.				
1 ^{er} février	21 33 55	+14 20,3704	0,29	0,0051	22 22 54	+14 20,6745	0,21	0,0038	23 22 24	+14 21,0806	0,22	0,0052	+0,3886	-0,0117	+0,3469
2 février	21 24 45	22,5116	0,21	0,0038	22 22 45	22,8735	0,22	0,0040	23 8 15	30,1730	0,20	0,0036	+0,3657	-0,0100	+0,3257
3 février	21 8 37	37,8537	0,18	0,0032	21 56 7	38,1784	0,27	0,0048	22 52 7	38,4361	0,24	0,0044	+0,3681	-0,0330	+0,3291
4 février	21 28 0	45,3181	0,32	0,0057	22 16 0	45,5358	0,22	0,0040	23 10 53	45,8084	0,21	0,0044	+0,2859	-0,0332	+0,2467
5 février	21 27 23	52,0510	0,01	0,0074	22 14 53	52,2774	0,21	0,0044	23 9 52	52,5558	0,25	0,0044	+0,2957	-0,0125	+0,2572
14 février	22 52 20	54,8543	0,23	0,0042	23 39 50	55,1438	0,25	0,0046	0 35 50	55,4539	0,26	0,0047	+0,3470	-0,0833	+0,2637
19 février	0 3 42	16 32,7317	0,21	0,0038	0 51 42	33,0116	0,32	0,0058	1 48 12	33,2658	0,27	0,0048	+0,2830	-0,0788	+0,2042
20 février	23 58 35	39,9313	0,32	0,0038	0 46 5	40,2135	0,23	0,0040	1 41 5	40,4658	0,24	0,0047	+0,2835	-0,0879	+0,1956
18 juillet ¹	9 52 34	0 15,1323	0,22	0,0045	10 40 0	0 14,9645	0,32	0,0057	11 42 0	0 14,8158	0,22	0,0039	+0,1721	-0,1339	+0,0385
19 juillet	10 19 26	10,6771	0,23	0,0042	11 4 56	10,5413	0,19	0,0035	12 1 55	10,3320	0,19	0,0035	+0,2028	-0,1444	+0,0587
20 juillet	10 2 21	5,6823	0,23	0,0050	10 47 51	5,5087	0,23	0,0050	11 44 50	5,2861	0,23	0,0042	+0,2324	-0,1571	+0,0753
21 juillet	10 3 45	0 0,0561	0,21	0,0038	10 51 45	0 0,2568	0,19	0,0035	11 45 45	0 0,4777	0,19	0,0035	+0,2176	-0,1516	+0,0960
22 juillet	10 8 33	5,7452	0,27	0,0049	10 54 33	5,9513	0,26	0,0047	11 48 39	6,1848	0,18	0,0033	+0,2635	-0,1547	+0,1418
23 juillet	10 12 34	11,3253	0,21	0,0038	11 0 33	11,5187	0,19	0,0034	11 51 33	11,7126	0,24	0,0044	+0,2274	-0,1500	+0,0774
9 août ²	11 22 42	0 22,4254	0,25	0,0048	12 11 14	23,3313	0,23	0,0050	13 5 14	23,2090	0,21	0,0038	+0,4336	-0,1523	+0,0101
10 août	11 23 41	25,7119	0,19	0,0035	12 9 11	25,5306	0,25	0,0044	13 3 10	25,4613	0,23	0,0042	+0,1443	-0,1201	+0,0242

¹ La première comparaison est donnée par la moyenne de 24 signaux seulement, au lieu de 31.
² La première comparaison est donnée par la moyenne de 26 signaux seulement.
 Le 18 juillet, avant de commencer les comparaisons, le chronomètre a été mis approximativement à l'heure. — La pendule normale a été retardée de deux minutes le 9 août dans la matinée.

Il résulte des chiffres de ce tableau que, pour les 1476 signaux donnés pour les comparaisons, l'erreur moyenne d'un signal est de $\pm 0^s,024$, et l'erreur moyenne d'une comparaison de $\pm 0^s,0044$. L'erreur sur la correction relative horaire du chronomètre et de la pendule, qui en résulte, est de $\pm 0^s,0037$; par suite une erreur de $\pm 0^s,0025$ sur l'intervalle de 40 minutes environ, compris entre deux séries de passages du pendule. La marche du chronomètre a varié assez considérablement de la première période en hiver à la seconde période en été; dans la première, la température étant d'un très-petit nombre de degrés au-dessus de 0, le chronomètre retardait de $6^s,5$ en moyenne, par jour. Dans la seconde, la température étant de plus de 20° plus élevée, le retard était seulement de $1^s,5$ en moyenne par jour. La comparaison de la marche entre les deux périodes indiquerait donc un défaut de réglage, par surcompensation, le chronomètre retardant de un quart à un cinquième de seconde par jour, pour un abaissement de 1° dans la température. Il n'est que juste d'ajouter, que le réglage de la compensation n'avait pas été prévu pour des températures aussi basses que celles du mois de février et des mois de décembre et de janvier précédents, pendant lesquels, par les froids exceptionnels de l'hiver dernier, la salle s'était maintenue pendant plusieurs semaines au-dessous de 0, ce qui avait amené un retard encore plus considérable. Comme le chronomètre était essentiellement destiné à des expéditions astronomiques faites en été, la limite inférieure de 8 à 10 degrés avait été indiquée dans les instructions données au fabricant, comme la température au-dessus de laquelle le réglage devait être étudié. Et de fait, il a réussi dans les limites indiquées, car depuis plus de deux ans que le chronomètre est déposé à l'observatoire, où il est comparé tous les jours avec la pendule normale, tant que la température de la salle ne descend pas au-dessous de 10° , la marche n'est affectée par la température que d'une manière bien moins sensible ¹.

¹ Voici quelques chiffres tirés de cette longue série de comparaisons qui montrent, que la marche du chronomètre est influencée d'une manière très-peu sensible par la température, lorsque celle-ci

La pendule normale présente aussi un défaut de surcompensation dans le réglage, probablement dû à un épaissement des huiles par les températures très-basses de l'hiver, puisque l'avance diurne, qui n'était que de 1^s,4 en moyenne par jour, en hiver, s'est élevée à 3^s,4 en moyenne en été. Comme du reste la marche de cette pendule varie très-peu d'un jour à l'autre, ainsi qu'on peut le voir dans le tableau précédent, en ayant égard à l'intervalle compris du 5 au 14 février et du 23 juillet au 9 août, et comme sa marche a pu être déterminée par des observations d'étoiles faites presque chaque jour, on n'a pas à redouter d'erreur sensible sur la correction horaire du chronomètre pendant les deux heures, où les observations du pendule avaient lieu, cette correction étant déduite des comparaisons faites à ce moment.

§ 4.

Détermination de l'intervalle de temps compris entre deux séries de passages.

Les tableaux suivants renferment pour chaque mode de suspension, et pour chaque combinaison entre les séries des passages observés, l'intervalle obtenu directement en temps du chronomètre. Ainsi que cela a été dit, la combinaison I donne la durée de 3000 oscillations entre les passages de la 1^{re} série et ceux de la 3^e; j'indique séparément la durée moyenne obtenue par la comparaison des passages impairs et par

dépasse 10°; au-dessus de cette limite, l'effet produit est un retard pour une élévation de la température, donc compensation insuffisante au lieu de surcompensation.

1870. Du 26 juillet au 29 août, température moyenne	+ 22°,1;	correction diurne,	+ 2 ^s ,89.
Du 30 août au 30 sept.	» » + 18°,0;	» » + 2 ^s ,31.	
Du 30 sept. au 3 nov.,	» » + 13°,0;	» » + 1 ^s ,68.	
1871. Du 7 avril au 13 mai,	» » + 13°,0;	» » + 0 ^s ,66.	
Du 16 mai au 12 juin,	» » + 16°,2;	» » + 0 ^s ,24.	
Du 12 juin au 11 juillet,	» » + 17°,9;	» » + 0 ^s ,13.	
Du 11 juillet au 10 août,	» » + 21°,3;	» » + 1 ^s ,39.	

celle des passages pairs, ainsi que l'erreur moyenne d'une valeur individuelle donnée par deux passages impairs, ou par deux passages pairs correspondants, d'après la somme des carrés des écarts avec la moyenne. Les colonnes suivantes renferment le nombre total de passages observés dans chacune des séries, la durée moyenne d'après l'ensemble des passages pairs et impairs, avec son erreur moyenne, la réduction au temps sidéral d'après la correction horaire du chronomètre indiquée dans le paragraphe précédent, enfin la durée réduite en temps sidéral. La combinaison II donne de la même manière la durée de 2600 oscillations entre les passages de la 2^e série et ceux de la 3^e; la combinaison III, la durée de 3400 oscillations entre les passages de la 1^{re} et de la 4^e série; enfin, la combinaison IV, de nouveau la durée de 3000 oscillations entre les passages de la 2^e et de la 4^e série. J'observais ordinairement un peu plus de cent passages à chaque série, afin d'être sûr de trouver au moins 100 passages de la série suivante correspondant à 100 passages de la série précédente; les premiers jours, je faisais entrer dans le calcul de la moyenne tous les passages observés, plus tard, j'ai pris le chiffre rond de 100, qui abrège un peu le calcul, en laissant de côté les premiers passages dont l'observation est en général un peu moins exacte. On arrive au bout de quelques instants seulement à ce que le mouvement du doigt sur le manipulateur accompagne régulièrement le passage observé dans la lunette.

Combinaisons.	Intervalle	Erreur	Intervalle	Erreur	Nombre total.	Intervalle	Erreur	Réduction	Intervalle
	moyen. Passages impairs.	moy. 1 interv.	moyen. Passages pairs.	moy. 1 interv.		moyen.	moyenne.	au temps sidéral.	en temps sidéral.
	\pm^s		\pm^s			\pm^s		\pm^s	\pm^s
1^{er} février.									
Suspension REH. Température au commencement $+1^{\circ},40$, à la fin $+1^{\circ},60$.									
I	2259,7820	0,035	2259,7806	0,038	98	2259,7813	0,0037	+0,2177	2259,9990
II	1958,4716	0,033	1958,4714	0,038	100	1958,4715	0,0036	+0,1887	1958,6602
III	2561,0800	0,040	2561,0828	0,042	100	2561,0814	0,0041	+0,2468	2561,3282
IV	2259,7702	0,026	2259,7731	0,036	102	2259,7717	0,0031	+0,2177	2259,9894
Suspension REB ¹ . Température au commencement $+1^{\circ},70$, à la fin $+1^{\circ},60$.									
I	2260,1515	0,069	2260,1581	0,058	54	2260,1548	0,0086	+0,2178	2260,3726
III	2561,5283	0,054	2561,5348	0,047	96	2561,5316	0,0051	+0,2468	2561,7784
2 février.									
Suspension REB. Température au commencement $+2^{\circ},30$, à la fin $+2^{\circ},30$.									
I	2260,2325	0,038	2260,2167	0,025	104	2260,2246	0,0032	+0,2045	2260,4291
II	1958,8613	0,035	1958,8573	0,033	104	1958,8593	0,0033	+0,1772	1959,0365
III	2561,5892	0,037	2561,5728	0,033	102	2561,5810	0,0034	+0,2317	2561,8127
IV	2260,2173	0,036	2260,2140	0,038	104	2260,2157	0,0036	+0,2045	2260,4202
Suspension REH. Température au commencement $+2^{\circ},40$, à la fin $+2^{\circ},25$.									
I	2259,7894	0,036	2259,7923	0,034	106	2259,7909	0,0034	+0,2044	2259,9953
II	1958,4898	0,043	1958,4885	0,038	104	1958,4891	0,0040	+0,1772	1958,6663
III	2561,1042	0,040	2561,1148	0,035	104	2561,1095	0,0037	+0,2317	2561,3412
IV	2259,8035	0,028	2259,8108	0,026	104	2259,8071	0,0027	+0,2044	2260,0115
3 février.									
Suspension ROH. Température au commencement $+1^{\circ},80$, à la fin $+1^{\circ},82$.									
I	2259,7367	0,031	2259,7441	0,035	108	2259,7424	0,0032	+0,2066	2259,9490
II	1958,4291	0,035	1958,4422	0,033	108	1958,4356	0,0034	+0,1790	1958,6146
III	2561,0374	0,037	2561,0528	0,033	108	2561,0451	0,0034	+0,2341	2561,2792
IV	2259,7298	0,028	2259,7465	0,029	108	2259,7381	0,0027	+0,2066	2259,9447
Suspension ROB. Température au commencement $+2^{\circ},10$, à la fin $+2^{\circ},10$.									
I	2260,2204	0,039	2260,2206	0,035	103	2260,2205	0,0036	+0,2066	2260,4271
II	1958,8523	0,026	1958,8489	0,030	104	1958,8506	0,0027	+0,1791	1959,0297
III	2561,5370	0,032	2561,560	0,027	106	2561,5385	0,0028	+0,2341	2561,7926
IV	2260,1858	0,029	2260,1839	0,031	103	2260,1848	0,0029	+0,2066	2260,3914
4 février.									
Suspension ROB. Température au commencement $+3^{\circ},00$, à la fin $+2^{\circ},90$.									
I	2260,2994	0,036	2260,2938	0,027	106	2260,2966	0,0031	+0,1549	2260,4515
II	1958,9308	0,029	1958,9264	0,025	106	1958,9286	0,0026	+0,1342	1959,0628
III	2561,6658	0,039	2561,6593	0,029	106	2561,6625	0,0033	+0,1753	2561,8380
IV	2260,2949	0,033	2260,2885	0,030	106	2260,2917	0,0031	+0,1549	2260,4466
<p>¹ Toute la 2^{me} série et une partie de la 3^{me} série des passages n'ont pas été marquées sur le chronographe, par suite d'un faux contact des fils; l'enveloppe isolante des fils dans le manipulateur avait été enlevée en partie par l'usure et le frottement. Cet accident a été réparé dès qu'on s'en est aperçu; mais l'absence de la 2^{me} série dans ce mode de suspension fait que la II^e et la IV^e combinaisons manquent complètement, et que la I^{re} est donnée par un moins grand nombre de signaux, plusieurs de ceux de la 3^e n'ayant pas été enregistrés.</p>									

Combinaisons.	Intervalle moyen. Passages impairs.	Erreur moy. I interv.	Intervalle moyen. Passages pairs.	Erreur moy. I interv.	Nombre total	Intervalle moyen.	Erreur moyenne.	Réduction au temps sidéral.	Intervalle en temps sidéral.
	± s		± s			s	± s	s	s
4 février (Suite).									
Suspension ROH. Température au commencement +3°,00, à la fin +2°,90.									
I	2259,8363	0,024	2259,8346	0,024	108	2259,8355	0,0023	+0,1549	2259,9904
II	1958,5211	0,030	1958,5166	0,025	106	1958,5189	0,0027	+0,1342	1958,6531
III	2561,1375	0,027	2561,1415	0,024	106	2561,1395	0,0025	+0,1755	2561,3150
IV	2259,8217	0,028	2259,8226	0,027	108	2259,8221	0,0026	+0,1549	2259,9770
5 février.									
Suspension REH. Température au commencement +3°,00, à la fin +2°,95.									
I	2259,8385	0,030	2259,8367	0,030	108	2259,8376	0,0029	+0,1590	2259,9966
II	1958,5311	0,028	1958,5321	0,029	106	1958,5316	0,0028	+0,1377	1958,6693
III	2561,1357	0,029	2561,1368	0,033	106	2561,1362	0,0030	+0,1801	2561,3163
IV	2259,8261	0,037	2259,8317	0,037	108	2259,8289	0,0036	+0,1590	2259,9879
Suspension REB. Température au commencement +3°,00, à la fin +3°,00.									
I	2260,2854	0,024	2260,2817	0,030	108	2260,2835	0,0026	+0,1590	2260,4425
II	1958,9053	0,024	1958,9066	0,024	106	1958,9059	0,0024	+0,1378	1959,0437
III	2561,6662	0,028	2561,6628	0,031	106	2561,6645	0,0029	+0,1802	2561,8447
IV	2260,2857	0,030	2260,2846	0,029	108	2260,2852	0,0029	+0,1590	2260,4442
14 février.									
Suspension ROH. Température au commencement +4°,25, à la fin +4°,20.									
I	2259,8664	0,031	2259,8570	0,035	106	2259,8617	0,0032	+0,1655	2260,0272
II	1958,5619	0,032	1958,5641	0,033	106	1958,5630	0,0032	+0,1434	1958,7064
III	2561,1713	0,027	2561,1660	0,033	106	2561,1687	0,0029	+0,1876	2561,3563
IV	2259,8670	0,035	2259,8732	0,030	106	2259,8701	0,0032	+0,1655	2260,0356
Suspension ROB ¹ . Température au commencement +4°,20, à la fin +4°,20.									
I	2260,3045	0,030	2260,3064	0,032	106	2260,3055	0,0030	+0,1655	2260,4710
III	2561,6809	0,032	2561,6869	0,032	104	2561,6839	0,0031	+0,1876	2561,8715
19 février.									
Suspension REB. Température au commencement +4°,25, à la fin 4°,05.									
I	2260,2793	0,038	2260,2886	0,039	100	2260,2793	0,0038	+0,1282	2260,4075
II	1958,9140	0,029	1958,9172	0,033	100	1958,9156	0,0031	+0,1111	1959,0267
III	2561,6508	0,038	2561,6722	0,033	100	2561,6615	0,0035	+0,1453	2561,8068
IV	2260,2961	0,031	2260,3006	0,029	102	2260,2983	0,0030	+0,1282	2260,4265
Suspension REH. Température au commencement +4°,20, à la fin +4°,00.									
I	2259,8714	0,032	2259,8706	0,028	102	2259,8710	0,0030	+0,1282	2259,9992
II	1958,5406	0,036	1958,5415	0,030	104	1958,5411	0,0033	+0,1111	1958,6522
III	2561,1984	0,036	2561,1933	0,037	102	2561,1959	0,0036	+0,1453	2561,3412
IV	2259,8675	0,030	2259,8642	0,027	104	2259,8659	0,0028	+0,1282	2259,9941
<p>¹ Les signaux de la 2^e série dans ce mode de suspension manquent en grande partie sur le chronographe; il ne s'en trouve que quelques-uns à peine lisibles, par suite d'une petite bulle d'air dans la plume qui empêchait l'encre de couler. Il ne reste ainsi que les combinaisons I et III, dans lesquelles la 2^e série n'entre pas.</p>									

EXPÉRIENCES FAITES

Combinaisons.	Intervalle	Erreur	Intervalle	Erreur	Nombre total.	Intervalle	Erreur	Réduction	Intervalle
	moyen.	moy.	moyen.	moy.		moyen.	moyenne.	au temps	en temps
	Passages	1	Passages	1				sidéral.	sidéral.
	impairs.	interv.	pairs.	interv.					
	s	±s	±s	±s		s	±s	s	s
20 février.									
Suspension ROH. Température au commencement +4°,50, à la fin +4°,45.									
I	2259,9019	0,036	2259,8992	0,028	104	2259,9006	0,0032	+0,1228	2260,0234
II	1958,5804	0,037	1958,5787	0,033	104	1958,5795	0,0035	+0,1064	1958,6859
III	2561,2104	0,031	2561,2050	0,029	104	2561,2077	0,0029	+0,1392	2561,3469
IV	2259,8890	0,026	2259,8842	0,027	104	2259,8866	0,0026	+0,1228	2260,0094
Suspension ROB. Température au commencement +4°,60, à la fin +4°,55.									
I	2260,3604	0,039	2260,3420	0,040	104	2260,3512	0,0039	+0,1228	2260,4740
II	1958,9775	0,047	1958,9640	0,041	104	1958,9708	0,0043	+0,1064	1959,0772
III	2561,7221	0,039	2561,7054	0,036	104	2561,7137	0,0037	+0,1392	2561,8529
IV	2260,3392	0,036	2260,3275	0,032	104	2260,3334	0,0033	+0,1228	2260,4562
18 juillet.									
Suspension REH. Température au commencement +24°,50, à la fin +24°,60.									
I	2260,4075	0,041	2260,4179	0,037	104	2260,4127	0,0038	+0,0242	2260,4369
II	1959,0000	0,028	1959,0083	0,032	104	1959,0041	0,0030	+0,0209	1959,0250
III	2561,7767	0,036	2561,7863	0,038	104	2561,7815	0,0037	+0,0274	2561,8089
IV	2260,3690	0,030	2260,3767	0,033	104	2260,3729	0,0031	+0,0242	2260,3971
Suspension REB. Température au commencement +25°,53, à la fin +26°,50.									
I	2260,8373	0,034	2260,8319	0,030	104	2260,8346	0,0031	+0,0242	2260,8588
II	1959,4065	0,042	1959,4063	0,042	104	1959,4064	0,0041	+0,0209	1959,4273
III	2562,2952	0,047	2562,2908	0,038	104	2561,2930	0,0042	+0,0274	2562,3204
IV	2260,8647	0,048	2260,8617	0,042	106	2260,8632	0,0044	+0,0242	2260,8874
19 juillet.									
Suspension REB. Température au commencement 26°,70, à la fin 26°,70.									
I	2260,8310	0,034	2260,8304	0,031	100	2260,8307	0,0032	+0,0369	2260,8676
II	1959,3798	0,038	1959,3786	0,029	100	1959,3792	0,0034	+0,0319	1959,4111
III	2562,2720	0,030	2562,2704	0,030	100	2562,2712	0,0030	+0,0418	2562,3130
IV	2260,8214	0,042	2260,8188	0,029	100	2260,8201	0,0036	+0,0369	2260,8570
Suspension REH. Température au commencement +26°,85, à la fin +26°,65.									
I	2260,4062	0,028	2260,4232	0,028	100	2260,4147	0,0028	+0,0369	2260,4516
II	1959,0256	0,029	1959,0282	0,028	100	1959,0269	0,0028	+0,0319	1959,0588
III	2561,8156	0,033	2561,8324	0,033	100	2561,8240	0,0033	+0,0418	2561,8658
IV	2260,4350	0,036	2260,4374	0,029	100	2260,4362	0,0032	+0,0369	2260,4731
20 juillet.									
Suspension ROH. Température au commencement +25°,50, à la fin +25°,50.									
I	2260,3888	0,035	2260,3962	0,042	100	2260,3925	0,0039	+0,0473	2260,4398
II	1959,0064	0,028	1959,0116	0,031	100	1959,0090	0,0030	+0,0410	1959,0500
III	2561,7808	0,035	2561,7734	0,043	100	2561,7771	0,0039	+0,0536	2561,8307
IV	2260,3984	0,032	2260,3888	0,026	100	2260,3936	0,0029	+0,0473	2260,4409

Combinaisons.	Intervalle	Erreur	Intervalle	Erreur	Nombre total.	Intervalle	Erreur	Réduction	Intervalle
	moyen. Passages impairs.	moy. 1 interv.	moyen. Passages pairs.	moy. 1 interv.		moyen.	moyenne.	au temps sidéral.	en temps sidéral.
	s	±s	s	±s		s	±s	s	s
20 juillet (Suite).									
Suspension ROB. Température au commencement +25°,65, à la fin +25°,45.									
I	2260,8396	0,040	2260,8370	0,037	100	2260,8383	0,0038	+0,0473	2260,8856
II	1959,3592	0,037	1959,3758	0,033	100	1959,3675	0,0035	+0,0410	1959,4085
III	2562,2604	0,035	2562,2458	0,031	100	2562,2531	0,0033	+0,0536	2562,3067
IV	2260,7820	0,029	2260,7856	0,029	100	2260,7838	0,0029	+0,0473	2260,8311
21 juillet.									
Suspension ROB. Température au commencement +23°,85, à la fin +23°,75.									
I	2260,7558	0,033	2260,7654	0,031	100	2260,7606	0,0032	+0,0603	2260,8209
II	1959,3130	0,039	1959,3206	0,031	100	1959,3168	0,0035	+0,0522	1959,3690
III	2562,2092	0,037	2562,2176	0,030	100	2562,2134	0,0034	+0,0684	2562,2318
IV	2260,7660	0,028	2260,7728	0,027	100	2260,7694	0,0027	+0,0603	2260,8297
Suspension ROH. Température au commencement +23°,85, à la fin +23°,77.									
I	2260,3694	0,035	2260,3696	0,034	100	2260,3695	0,0034	+0,0603	2260,4298
II	1958,9722	0,036	1958,9778	0,033	100	1958,9750	0,0034	+0,0522	1959,0272
III	2561,7402	0,038	2561,7488	0,032	100	2561,7445	0,0035	+0,0684	2561,8129
IV	2260,3430	0,032	2260,3558	0,033	100	2260,3494	0,0032	+0,0603	2260,4097
22 juillet.									
Suspension REH. Température au commencement +24°,00, à la fin +24°,10.									
I	2260,3846	0,037	2260,3828	0,035	100	2260,3837	0,0036	+0,0702	2260,4539
II	1958,9944	0,032	1959,0006	0,029	100	1958,9975	0,0030	+0,0608	1959,0583
III	2561,7426	0,038	2561,7402	0,034	100	2561,7414	0,0036	+0,0796	2561,8210
IV	2260,3520	0,038	2260,3598	0,036	100	2260,3559	0,0037	+0,0702	2260,4261
Suspension REB. Température au commencement +24°,20, à la fin +24°,26.									
I	2260,7636	0,035	2260,7710	0,029	100	2260,7673	0,0032	+0,0702	2260,8375
II	1959,3338	0,033	1959,3374	0,033	100	1959,3356	0,0033	+0,0608	1959,3964
III	2562,2040	0,027	2562,2064	0,030	100	2562,2052	0,0028	+0,0796	2562,2848
IV	2260,7746	0,031	2260,7758	0,033	100	2260,7752	0,0032	+0,0702	2260,8454
23 juillet.									
Suspension REB. Température au commencement +24°,25, à la fin +24°,17.									
I	2260,7772	0,026	2260,7766	0,028	100	2260,7769	0,0027	+0,0486	2260,8255
II	1959,3480	0,037	1959,3446	0,034	100	1959,3463	0,0035	+0,0421	1959,3884
III	2562,1970	0,035	2562,1968	0,028	100	2562,1969	0,0032	+0,0551	2562,2520
IV	2260,7686	0,043	2260,7672	0,038	100	2260,7679	0,0040	+0,0486	2260,8165
Suspension REH. Température au commencement +24°,20, à la fin +24°,15.									
I	2260,3982	0,037	2260,3854	0,034	100	2260,3918	0,0035	+0,0486	2260,4404
II	1959,0026	0,038	1958,9992	0,031	100	1959,0009	0,0034	+0,0421	1959,0430
III	2561,7572	0,033	2561,7486	0,030	100	2561,7529	0,0031	+0,0551	2561,8080
IV	2260,3638	0,029	2260,3632	0,028	100	2260,3635	0,0028	+0,0486	2260,4121

Combinaisons.	Intervalle moyen. Passages impairs.	Erreur moy. 1 interv.	Intervalle moyen. Passages pairs.	Erreur moy. 1 interv.	Nombre total.	Intervalle moyen.	Erreur moyenne.	Réduction au temps sidéral.	Intervalle en temps sidéral.
	s	± s	s	± s		s	± s	s	s
9 août.									
Suspension ROH. Température au commencement +21°40, à la fin +20°90.									
I	2260,3440	0,040	2260,3586	0,036	100	2260,3513	0,0038	+0,0063	2260,3576
II	1958,9626	0,042	1958,9674	0,036	100	1958,9650	0,0039	+0,0055	1958,9703
III	2561,7218	0,048	2561,7380	0,044	100	2561,7299	0,0046	+0,0072	2561,7371
IV	2260,3392	0,035	2260,3454	0,036	100	2260,3423	0,0035	+0,0063	2260,3486
Suspension ROB. Température au commencement 21°00, à la fin 20°70.									
I	2260,7762	0,032	2260,7736	0,030	100	2260,7749	0,0031	+0,0063	2260,7812
II	1959,3360	0,031	1959,3356	0,035	100	1959,3358	0,0033	+0,0055	1959,3413
III	2562,1932	0,033	2562,1988	0,029	100	2562,1960	0,0031	+0,0072	2562,2032
IV	2260,7522	0,037	2260,7596	0,037	100	2260,7559	0,0037	+0,0063	2260,7622
10 août.									
Suspension ROB. Température au commencement +20°80, à la fin +20°70.									
I	2260,7318	0,035	2260,7364	0,039	100	2260,7341	0,0037	+0,0152	2260,7493
II	1959,3082	0,036	1959,3144	0,044	100	1959,3113	0,0040	+0,0132	1959,3245
III	2562,1544	0,029	2562,1650	0,027	100	2562,1597	0,0028	+0,0172	2562,1769
IV	2260,7288	0,029	2260,7430	0,029	100	2260,7359	0,0029	+0,0152	2260,7511
Suspension ROH. Température au commencement +20°70, à la fin +20°55.									
I	2260,3138	0,031	2260,3214	0,032	100	2260,3176	0,0032	+0,0152	2260,3323
II	1958,9328	0,031	1958,9462	0,032	100	1958,9395	0,0031	+0,0132	1958,9527
III	2561,7092	0,032	2561,7030	0,035	100	2561,7061	0,0033	+0,0172	2561,7233
IV	2260,3282	0,033	2260,3278	0,030	100	2260,3280	0,0032	+0,0152	2260,3432

D'après les chiffres des tableaux précédents, l'erreur moyenne d'un intervalle de temps, donné par la comparaison d'un passage impair d'une série avec le passage impair correspondant d'une autre série, est de $\pm 0^s,0343$; l'erreur est un peu plus faible, de $\pm 0^s,0327$ seulement, par la comparaison de deux passages pairs. Il semble ainsi que l'observation est un peu plus exacte pour les passages pairs, en apparence de droite à gauche dans la lunette, que pour les passages impairs, de gauche à droite. L'erreur moyenne est de $\pm 0^s,0335$ pour un intervalle, ce qui correspond à une erreur moyenne de $\pm 0^s,0237$, ou à une erreur probable de $\pm 0^s,0160$, dans l'observation d'un passage. Le nombre total des passages observés dans ces expériences était de 12864.

Je fais remarquer en passant, que j'avais obtenu un chiffre presque identique $\pm 0^s,0235$, pour l'erreur moyenne d'un passage, dans mes premières expériences du 11 juin 1865 au 26 janvier 1866, et cela sur 7200 passages. L'erreur était calculée alors d'une manière différente : tous les passages d'une même série étaient réduits, au moyen de la durée d'une oscillation, au même instant moyen, et l'on prenait la somme des carrés des écarts entre chaque valeur individuelle et la moyenne. Enfin, cette erreur est aussi presque exactement la même que celle d'un signal dans la comparaison de la pendule normale et du chronomètre ($\pm 0^s,024$ d'après le paragraphe précédent). On arrive ainsi à la même exactitude et à la même régularité, lorsque le mouvement du doigt sur le manipulateur accompagne les passages observés dans la lunette, et lorsqu'il accompagne les battements d'une pendule.

§ 5.

Observations de l'amplitude des oscillations, détermination de la loi du décroissement, et réduction à l'arc infiniment petit.

Le décroissement de l'amplitude est pour une même élongation près de deux fois plus rapide, lorsque le pendule est suspendu par le couteau le plus rapproché du centre de gravité, que lorsqu'il est suspendu sur le couteau le plus éloigné; comme il importe que l'amplitude moyenne pendant une série d'oscillations soit à très-peu près la même dans les deux cas, il faut avoir égard à cette circonstance pour déterminer l'angle dont le pendule est écarté de la verticale.

Pour obtenir une amplitude moyenne à peu près égale dans les deux modes de suspension, il fallait, d'après mes expériences antérieures, écarter le pendule de 2° environ de la verticale lorsqu'il était suspendu par le couteau le plus rapproché du centre de gravité, la diminution de l'amplitude étant de $80'$ environ au bout de 48 minutes. Lorsque le pendule était suspendu par le couteau le plus éloigné du centre de gravité,

il fallait l'écartier de $1^{\circ}35'$ de la verticale, la diminution de l'amplitude étant de $40'$ environ au bout du même laps de temps. Le tableau suivant renferme les 9 observations de l'amplitude faites chaque jour, à des intervalles égaux de 6 minutes, dans les deux modes de suspension, l'instant t de chaque observation étant compté à partir de l'instant moyen de la série. La colonne suivante donne pour chaque valeur de t la moyenne des 8 jours d'observation en hiver, et des 8 jours d'observation en été, pour chaque mode de suspension; c'est d'après ces valeurs moyennes qu'a été calculée la formule placée au-dessous, qui donne l'amplitude en fonction du temps. L'unité de temps à laquelle se rapporte t dans ces formules est la minute; pour représenter avec une exactitude suffisante les amplitudes observées, il a fallu recourir à un terme dépendant du cube du temps, lorsque le pendule était suspendu par le couteau le plus rapproché du centre de gravité; dans l'autre mode de suspension il a suffi du terme dépendant du carré. Le chiffre calculé par la formule pour les différentes valeurs de t est donné dans la colonne suivante, ainsi que l'écart, ou la différence entre le chiffre calculé et le chiffre moyen résultant de l'observation. On voit ainsi que les formules représentent dans chaque cas, à une petite fraction de minute près, l'amplitude observée, c'est-à-dire dans les limites de l'exactitude que l'on peut obtenir dans la moyenne de 8 observations.

Observations de l'amplitude en hiver, le pendule étant suspendu sur le couteau le plus rapproché du centre de gravité.

t	1 ^{er} Février	2 Févr.	3 Févr.	4 Févr.	5 Févr.	14 Févr.	19 Févr.	20 Févr.	Moyenne des 8 jours.	Calcul par la formule.	Différence Calc. - obs.
- 24 ^m	121	126	121	128	120	124	119	129,5	123,56	123,61	+ 0,05
- 18	105	109	105	111	105	107,5	103	111,5	107,12	106,88	- 0,24
- 12	90	94	91	96	90,5	93	88,5	96	92,38	92,75	+ 0,37
- 6	80	82	80	84	79,5	82	77,5	83	81,00	80,88	- 0,12
0	70	71,5	70	74	69,5	72	68	73,5	71,06	70,93	- 0,13
+ 6	61,5	63	62,5	65	60,5	63	60	64,5	62,50	62,58	+ 0,08
+ 12	54	56,5	55	58	54	56	54	57	55,56	55,48	- 0,08
+ 18	48	50	48,5	51	48,5	49	47,5	51	49,19	49,32	+ 0,13
+ 24	42	44	43	46	43	44	43	45,5	43,81	43,75	- 0,06
Moyenne	73,75	76,40	74,25	78,25	73,60	75,80	72,40	78,00	75,31		± 0,18

Amplitude = 70',93 - t. 1',5158 + t². 0',02213 - t³. 0',0002566

Observations de l'amplitude en hiver, le pendule étant suspendu sur le couteau le plus éloigné du centre de gravité.

- 24	100	101	101	95	95	94	95	98	97,37	97,25	- 0,12
- 18	93	94,5	94	87,5	88	87	88	91	90,37	90,58	+ 0,21
- 12	87	87,5	87	82	83	80,5	82,5	85,5	84,37	84,32	- 0,05
- 6	80,5	81,5	81	75,5	77	75	77	79	78,31	78,46	+ 0,15
0	75	76	75	71	71,5	70	72	74	73,06	73,01	- 0,05
+ 6	70	70	70	66,5	67	65,5	66,5	68	67,94	67,95	+ 0,01
+ 12	65	65,5	66	62	62,5	61	62,5	64	63,56	63,31	- 0,25
+ 18	60	61	61	58	58	57	58	59,5	59,06	59,06	0
+ 24	56	57	57	54	54,5	53	54,5	55	55,12	55,22	+ 0,10
Moyenne	76,10	76,90	76,60	72,10	72,70	71,20	72,65	74,70	74,11		± 0,14

Amplitude = 73',01 - t. 0',8756 + t². 0',00559

EXPÉRIENCES FAITES

Observations de l'amplitude en été, le pendule étant suspendu sur le couteau le plus rapproché du centre de gravité.

t	18 Juillet.	19 Juill.	20 Juill.	21 Juill.	22 Juill.	23 Juill.	9 Août.	10 Août.	Moyenne des 8 jours.	Calcul par la formule.	Différence calc. - obs.
— 24 ^m	115	115	116	115	111,5	112,5	113,5	113	113,94	113,92	— 0,02
— 18	100	100,5	102	101	96	98	99	98,5	99,38	99,43	+ 0,05
— 12	88	88	89	89	84	85,5	87,5	85	87,00	87,00	0
— 6	77	77	78	78	74,5	75	77	75	76,44	76,37	— 0,07
0	67	68	68,5	69	65	66	68	66,5	67,25	67,31	+ 0,06
+ 6	59	60,5	60,5	61	58	59	60	59	59,63	59,59	— 0,04
+ 12	52,5	54	53,5	54,5	51	52,5	53	52	52,87	52,95	+ 0,08
+ 18	47	48	48	48,5	45,5	46,5	47,5	47	47,25	47,18	— 0,07
+ 24	42	42,5	42,5	43	40,5	41,5	42	42	42,00	42,02	+ 0,02
Moyenne	71,12	71,84	72,34	72,50	68,75	69,94	71,22	70,06	70,97		± 0,06

$$\text{Amplitude} = 67',31 - t \cdot 1',3919 + t^2 \cdot 0',01851 - t^3 \cdot 0',0001839.$$

Observations de l'amplitude en été, le pendule étant suspendu sur le couteau le plus éloigné du centre de gravité.

— 24	96	93	92	92	91	90,5	98	90,5	92,88	92,89	+ 0,01
— 18	89	87	86	86	85	84,5	91	84	86,56	86,60	+ 0,04
— 12	83	81	80	80	79,5	79,5	84,5	78,5	80,75	80,74	— 0,01
— 6	78	76	74,5	74,5	74	74	79	73	75,37	75,28	— 0,09
0	73	70,5	70	69,5	69	69	73,5	68	70,31	70,24	— 0,07
+ 6	68	66	65	65	64,5	64	68,5	63,5	65,56	65,61	+ 0,05
+ 12	63,5	62	60	60,5	60,5	60	63,5	59,5	61,19	61,40	+ 0,21
+ 18	60	58,5	57	57,5	57	56,5	59	56,5	57,75	57,59	— 0,16
+ 24	56,5	54,5	54	54	53	52,5	56	53	54,19	54,20	+ 0,01
Moyenne	73,84	71,84	70,70	70,75	70,20	69,88	74,50	69,34	71,38		± 0,10

$$\text{Amplitude} = 70',24 - t \cdot 0',8059 + t^2 \cdot 0',00574.$$

Les formules précédentes m'ont servi pour trouver la loi du décroissement dans chaque mode de suspension, en hiver et en été; ainsi, le pendule étant suspendu par le couteau le plus rapproché du centre de gravité, j'ai calculé, pour l'hiver et pour l'été, les valeurs de t pour lesquelles l'amplitude atteignait successivement le chiffre de 120', 115' et ainsi de suite de 5 en 5 minutes jusqu'à 40', de même que le décroissement par seconde sidérale, $\frac{dA}{dt}$, à chaque élongation successive. J'ai fait le même calcul, le pendule étant suspendu par le couteau le plus éloigné du centre de gravité, mais seulement entre les limites de 95' et 55', entre lesquelles la formule a été calculée. Les résultats de ces calculs sont donnés dans le tableau suivant, ainsi que l'intervalle de temps employé en moyenne, d'après les observations d'hiver et celles d'été, pour que l'amplitude décroisse de 5' d'une limite à l'autre.

Décroissement de l'amplitude dans une seconde sidérale.					Durée en secondes sidérales pour un décroissement de 300".		
Amplitude.	Disque plein en haut.		Disque plein en bas		Limites d'amplitude.	Disque plein en haut.	Disque plein en bas.
	Hiver.	Été.	Hiver.	Été.			
120	—2,9242	—2,7448	"	"	de 120' à 115'	108,42	
115	2,7876	2,6238			de 115' à 110	113,71	
110	2,6491	2,5012			de 110 à 105	119,64	
105	2,5089	2,3769			de 105 à 100	126,37	
100	2,3669	2,2509			de 100 à 95	133,98	
95	2,2230	2,1231	—1,1220	—1,1034	de 95 à 90	142,58	276,15
90	2,0778	1,9937	1,0710	1,0502	de 90 à 85	152,70	290,37
85	1,9308	1,8628	1,0174	0,9940	de 85 à 80	164,34	307,20
80	1,7830	1,7304	0,9608	0,9345	de 80 à 75	177,93	327,30
75	1,6353	1,5972	0,9007	0,8710	de 75 à 70	194,19	352,02
70	1,4887	1,4636	0,8363	0,8025	de 70 à 65	213,42	383,22
65	1,3453	1,3307	0,7665	0,7275	de 65 à 60	236,30	424,83
60	1,2086	1,2004	0,6896	0,6438	de 60 à 55	263,14	483,93
55	1,0842	1,0758	0,6030	0,5475	de 55 à 50	293,31	
50	0,9803	0,9618			de 50 à 45	324,12	
45	0,9084	0,8662			de 45 à 40	349,51	
40	0,8795	0,7993					

Si l'on compare dans les deux modes de suspension le décroissement à la même amplitude en hiver et en été, on voit que le décroissement a été plus rapide en hiver qu'en été; le pendule étant suspendu par le couteau le plus rapproché du centre de gravité, le décroissement moyen par seconde, entre les limites de 120' et de 40', a été de — 1",8050 en hiver et de — 1",7332 en été. Ces deux chiffres sont dans le rapport de 1,0414 : 1, rapport suivant lequel, à amplitude égale, le décroissement est accéléré en hiver par suite de la plus grande densité de l'air. Entre les limites de 95' et 55' le décroissement moyen par seconde, pour l'autre mode de suspension, est de — 0",8881 en hiver et de — 0",8561 en été; le rapport de ces deux nombres est celui de 1,0374 : 1, rapport très-peu différent de celui qui a été obtenu dans l'autre cas. Le décroissement plus rapide de l'amplitude en hiver, dû à la plus grande densité de l'air, est ainsi rendu sensible par ces observations; à amplitude égale, le décroissement est d'une saison à l'autre dans le rapport de 1,0394 : 1 d'après la moyenne dans les deux modes de suspension. Si l'on compare la densité de l'air aux deux époques, on trouve que la densité était en hiver de 1,041, en prenant pour unité celle qui correspond à une température de 13°,50 et à une pression de 728^{mm},06; elle était en été de 0,962, d'où résulte 1,082 pour le rapport de la densité en hiver et en été. Comme $\sqrt{1,082}$ est 1,040, on voit que le décroissement de l'amplitude d'une saison à l'autre est sensiblement proportionnel à la racine carrée de la densité de l'air aux deux époques.

Si l'on veut maintenant comparer le décroissement de l'amplitude dans les deux modes de suspension, il ne faut prendre le rapport des chiffres obtenus dans les deux cas qu'entre les mêmes limites d'élongation. Entre les limites de 95' et de 55', on trouve par la moyenne des séries d'hiver et d'été — 1",6188 pour le décroissement par seconde, le pendule étant suspendu par le couteau le plus rapproché du centre de gravité; dans l'autre mode de suspension, le décroissement moyen par seconde est de — 0",8721. Le rapport de ces deux nombres est celui de 1,856 : 1; or, la distance du centre de gravité au couteau le plus rap-

proché étant 861,785, et celle au couteau le plus éloigné 1611,695, nombres qui sont dans le rapport de 1 : 1,863 on voit, qu'à amplitude égale et dans les mêmes conditions de densité de l'air, le décroissement dans les deux modes de suspension est, d'après les observations, presque exactement en rapport inverse de la distance du centre de gravité au point de suspension, ainsi que cela doit être d'après la théorie.

Il reste maintenant à indiquer de quelle manière on a calculé dans chaque cas, et pour chaque combinaison entre deux séries de passages, l'amplitude moyenne et la réduction à l'arc infiniment petit. J'ai d'abord calculé, d'après chacune des formules des pages 27 et 28, une table donnant l'amplitude, de minute en minute, pour toutes les valeurs de t comprises entre -24^m et $+24^m$; on pouvait ainsi, au moyen de l'une ou de l'autre de ces tables, suivant que l'observation avait été faite en hiver ou en été, dans l'un ou dans l'autre des modes de suspension, trouver par simple interpolation la valeur de l'amplitude correspondant à une valeur quelconque de t . S'il s'agissait de la combinaison I par exemple, entre la 1^{re} et la 3^e série de passages, il y avait un intervalle de 39 minutes entre le commencement et la fin, la 1^{re} série commençant à $t = -22^m$ et la 3^e série finissant à $t = +17^m$. Dans la combinaison II, l'intervalle entre le commencement de la 2^e série -17^m , et la fin de la 3^e $+17^m$, est de 34^m . Dans la combinaison III, l'intervalle est compris entre -22^m et $+22^m$; enfin dans la combinaison IV, entre -17^m et $+22^m$. Il fallait maintenant avoir égard à la circonstance que l'angle, dont le pendule avait été écarté de la verticale, n'étant pas exactement le même d'un jour à l'autre, la formule qui représentait l'amplitude en fonction du temps, pour la moyenne des 8 jours, ne pouvait pas s'appliquer directement à chacun des jours en particulier. Il en a été tenu compte de la manière suivante : si A représente l'amplitude moyenne d'après les 9 observations faites entre -24^m et $+24^m$, pour la moyenne des 8 jours, et si a représente l'amplitude moyenne pour un jour en particulier (les valeurs de A et de a sont données pages 27 et 28), on cherche par interpolation dans la table la valeur de τ correspondant à $a - A$;

la valeur de cette correction τ est naturellement positive dans les cas où l'amplitude, dont le pendule a été écarté de la verticale, est plus faible que la moyenne, négative dans les cas contraires. Cette correction τ ajoutée à l'intervalle de temps t , compté à partir de l'instant moyen pour chaque jour, permet de faire usage de la table calculée d'après la moyenne des 8 jours. On a pris ainsi pour la 1^{re} combinaison l'amplitude correspondant dans la table pour toutes les valeurs de t , de minute en minute, comprises entre $\tau - 22^m$ et $\tau + 17^m$, d'où l'on a déduit par sommation l'amplitude moyenne. Pour la combinaison II, la sommation a été faite pour les valeurs comprises entre $\tau - 17^m$ et $\tau + 17^m$, et ainsi de suite pour les autres combinaisons. J'avais calculé une table donnant, de minute en minute, la réduction à l'arc infiniment petit d'après la formule $-\text{T} \frac{\alpha^2}{16}$; on tirait de cette table la réduction correspondant à chacune des 39 valeurs de l'amplitude pour la combinaison I, des 34 valeurs pour la combinaison II, ainsi de suite, d'où l'on déduisait également par sommation la réduction moyenne pour chaque combinaison. Les valeurs ainsi obtenues dans chaque combinaison pour l'amplitude moyenne, et pour la réduction à l'arc infiniment petit, sont données dans les tableaux du paragraphe suivant.

§ 6.

Détermination de la durée d'une oscillation en fraction de seconde sidérale, d'après les observations de chaque jour.

Les tableaux du § 4 donnent pour chaque jour, et pour chaque combinaison, l'intervalle de temps en secondes sidérales employé pour un certain nombre d'oscillations. En divisant cet intervalle respectivement par 3000, 2600, 3400 et 3000 pour les combinaisons I, II, III, IV, on obtient la durée observée d'une oscillation. Les chiffres correspondants sont donnés dans les tableaux suivants, qui renferment en outre dans des colonnes successives l'amplitude au commencement de chaque série

de passages, l'amplitude à la fin de la série correspondante dans cette combinaison, l'amplitude moyenne, enfin la réduction à l'arc infiniment petit. La dernière colonne donne pour chaque combinaison la durée d'une oscillation réduite à l'arc infiniment petit; dans tous les cas, sauf pour le 1^{er} février, le disque plein en haut, on a pris la moyenne arithmétique des valeurs obtenues dans les 4 combinaisons, et l'erreur moyenne du résultat a été déduite des écarts entre ces 4 valeurs et leur moyenne. Le 1^{er} février, dans le mode de suspension indiqué, la combinaison I repose sur un nombre beaucoup plus faible de passages de la 1^{re} série combinés avec ceux de la 3^e série; en outre, ces passages s'accordent moins bien entre eux, en sorte qu'il n'a été donné à la valeur obtenue par la combinaison I que 0,3 du poids attribué à la combinaison III, et on a pris la moyenne probable des deux valeurs.

(Voir pour les tableaux les pages suivantes.)

Si l'on calcule l'erreur moyenne pour une combinaison, d'après les 124 combinaisons des tableaux précédents, on trouve $\pm 0^s,0000029$, d'où résulte une erreur moyenne de $\pm 0^s,0087$ dans l'intervalle de temps compris entre deux séries de passages. Cette erreur est notablement plus grande que celle qui résulte des erreurs fortuites dans l'observation des passages. Nous avons vu en effet que, d'après l'accord des passages entre eux, l'erreur moyenne dans l'intervalle observé entre un passage d'une série et le passage correspondant d'une autre série était de $\pm 0^s,0335$; l'erreur sur la moyenne de 100 passages devrait ainsi être réduite à $\pm 0^s,00335$. La comparaison de l'erreur moyenne sur l'intervalle compris entre deux séries de passages, suivant qu'elle est déduite de l'accord des combinaisons entre elles, ou de l'accord des passages entre eux, donne une évaluation approximative de l'incertitude due à la variation physiologique dans la manière de saisir et d'observer les passages de l'une des séries à l'autre. Les chiffres précédents porteraient à $\pm 0^s,0080$ la variation physiologique d'une série à l'autre, si l'on pouvait admettre que cette variation est en moyenne la même de la série 1

Combinaison.	DISQUE PLEIN EN HAUT					DISQUE PLEIN EN BAS							
	Durée observée 1 oscillation.	AMPLITUDE			Réduction à l'arc infiniment petit.	Durée réduite à l'arc infiniment petit.	Durée observée 1 oscillation.	AMPLITUDE			Réduction à l'arc infiniment petit.	Durée réduite à l'arc infiniment petit.	
		Comm.	Fin.	Moy.				Comm.	Fin.	Moy.			
	—0 ^s ,0000 s					—0 ^s ,0000 s							
1871. 1^{er} février.													
I	0,7534575	114,9	49,3	76,2	245	0,7534330	0,7533330	97,8	61,5	78,2	248	0,7533082	
II								3306	92,1	61,5	75,7	232	3074
III	0,7534642	114,9	44,7	72,9	227	0,7534415		3318	97,8	58,0	76,1	236	3082
IV								3298	92,1	58,0	73,7	220	3078
à + 1 ^o ,65. Moyenne probable 0,7534395 ± 0,0000036						à + 1 ^o ,50. Moyenne arithmét. 0,7533079 ± 0,0000002							
2 février.													
I	0,7534764	119,7	51,0	79,1	265	0,7534499	0,7533318	98,4	61,8	78,7	252	0,7533066	
II	4756	106,1	51,0	74,2	229	4527		3332	92,8	61,8	76,2	235	3097
III	4743	119,7	46,2	75,7	245	4498		3356	98,4	58,4	76,6	239	3117
IV	4734	106,1	46,2	70,9	213	4521		3372	92,8	58,4	74,2	223	3149
à + 2 ^o ,30. Moyenne arithmét. 0,7534511 ± 0,0000007						à + 2 ^o ,32. Moyenne arithmét. 0,7533107 ± 0,0000017							
3 février.													
I	0,7534757	115,7	49,6	76,7	249	0,7534508	0,7533163	98,4	61,8	78,7	252	0,7532911	
II	4730	102,6	49,6	71,9	215	4515		3133	92,8	61,8	76,2	235	2898
III	4684	115,7	44,9	73,4	230	4454		3174	98,4	58,4	76,6	239	2935
IV	4638	102,6	44,9	68,8	199	4439		3149	92,8	58,4	74,2	223	2926
à + 2 ^o ,10. Moyenne arithmét. 0,7534479 ± 0,0000019						à + 1 ^o ,81. Moyenne arithmét. 0,7532918 ± 0,0000008							
4 février.													
I	0,7534838	122,7	52,0	80,9	277	0,7534561	0,7533301	92,4	58,2	73,9	221	0,7533080	
II	4857	108,7	52,0	75,8	239	4618		3281	87,1	58,2	71,5	207	3074
III	4818	122,7	47,1	77,3	257	4561		3279	92,4	55,0	71,9	211	3068
IV	4822	108,7	47,1	72,5	221	4601		3257	87,1	55,0	69,6	196	3061
à + 2 ^o ,95. Moyenne arithmét. 0,7534585 ± 0,0000014						à + 2 ^o ,95. Moyenne arithmét. 0,7533071 ± 0,0000004							
5 février.													
I	0,7534808	114,9	49,3	76,2	245	0,7534563	0,7533322	93,2	58,7	74,5	225	0,7533097	
II	4783	101,9	49,3	71,5	212	4571		3343	87,8	58,7	72,1	210	3133
III	4837	114,9	44,7	72,9	227	4610		3283	93,2	55,4	72,5	214	3069
IV	4814	101,9	44,7	68,4	197	4617		3293	87,8	55,4	70,2	200	3093
à + 3 ^o ,00. Moyenne arithmét. 0,7534590 ± 0,0000014						à + 2 ^o ,97. Moyenne arithmét. 0,7533098 ± 0,0000013							
14 février.													
I	0,7534903	118,6	50,6	78,4	260	0,7534643	0,7533424	91,3	57,5	73,0	216	0,7533208	
II								3486	86,1	57,5	70,7	202	3284
III	4916	118,6	45,8	75,0	241	4675		3401	91,3	54,4	71,1	206	3195
IV								3452	86,1	54,4	68,8	192	3260
à + 4 ^o ,20. Moyenne arithmét. 0,7564659 ± 0,0000016						à + 4 ^o ,22. Moyenne arithmét. 0,7533237 ± 0,0000021							

Combinaison.	DISQUE PLEIN EN HAUT					DISQUE PLEIN EN BAS						
	Durée observée 1 oscillation.	AMPLITUDE			Réduction à l'arc infinitement petit.	Durée réduite à l'arc infinitement petit.	Durée observée 1 oscillation.	AMPLITUDE			Réduction à l'arc infinitement petit.	Durée réduite à l'arc infinitement petit.
		Comm.	Fin.	Moy.				Comm.	Fin.	Moy.		
	—0 ^s ,0000					—0 ^s ,0000						
	19 février.											
I	0,7534692	112,7	48,5	74,9	237	0,7534455	0,7533331	93,1	58,6	74,4	224	0,7533107
II	4718	100,0	48,5	70,3	205	4513	3278	87,7	58,6	72,1	207	3071
III	4726	112,7	43,9	71,6	219	4507	3336	93,1	55,4	72,4	213	3143
IV	4755	100,0	43,9	67,2	190	4565	3314	87,7	55,4	70,1	198	3116
	à + 4°,15. Moyenne arithmét. 0,7534510 ± 0,0000022					à + 4°,10. Moyenne arithmét. 0,7533109 ± 0,0000015						
	20 février.											
I	0,7534913	122,4	51,9	80,7	276	0,7534637	0,7533411	93,8	60,2	76,6	238	0,7533173
II	4912	108,4	51,9	75,7	239	4673	3407	90,3	60,2	74,1	222	3185
III	4862	122,4	47,0	77,2	256	4606	3373	95,8	56,9	74,4	226	3147
IV	4854	108,4	47,0	72,3	220	4634	3365	90,3	56,9	72,1	211	3154
	à + 4°,57. Moyenne arithmét. 0,7534638 ± 0,0000014					à + 4°,47. Moyenne arithmét. 0,7533165 ± 0,0000009						
	18 juillet.											
I	0,7536196	109,1	48,2	73,6	228	0,7535968	0,7534790	94,0	60,1	75,6	231	0,7534559
II	6259	97,4	48,2	69,2	199	6060	4712	88,7	60,1	73,3	216	4496
III	6236	109,1	43,8	70,4	211	6025	4732	94,0	57,0	73,6	221	4511
IV	6291	97,4	43,8	66,3	184	6107	4657	88,7	57,0	71,4	206	4451
	à + 26°,02. Moyenne arithmét. 0,7536040 ± 0,0000029					à + 24°,55. Moyenne arithmét. 0,7534504 ± 0,0000022						
	19 juillet.											
I	0,7536225	110,3	48,7	74,4	233	0,7535992	0,7534839	91,3	58,5	73,5	218	0,7534621
II	6197	98,5	48,7	70,0	203	5994	4842	86,1	58,5	71,2	205	4637
III	6215	110,3	44,2	71,2	216	5999	4899	91,3	55,6	71,6	208	4691
IV	6190	98,5	44,2	66,9	188	6002	4910	86,1	55,6	69,4	195	4715
	à + 26°,70. Moyenne arithmét. 0,7535997 ± 0,0000002					à + 26°,75. Moyenne arithmét. 0,7534666 ± 0,0000021						
	20 juillet.											
I	0,7536285	111,3	49,0	75,0	237	0,7536048	0,7534799	89,9	57,7	72,4	212	0,7534587
II	6187	99,4	49,0	70,5	207	5980	4808	84,8	57,7	70,1	198	4610
III	6196	111,3	44,5	71,8	220	5976	4796	89,9	54,8	70,5	202	4594
IV	6104	99,4	44,5	67,5	191	5913	4803	84,8	54,8	68,4	189	4614
	à + 25°,55. Moyenne arithmét. 0,7535979 ± 0,0000028					à + 25°,50. Moyenne arithmét. 0,7534601 ± 0,0000006						
	21 juillet.											
I	0,7536070	111,3	49,0	75,0	237	0,7535833	0,7534766	89,9	57,7	72,4	212	0,7534554
II	6035	99,4	49,0	70,5	207	5828	4720	84,8	57,7	70,1	198	4522
III	6123	111,3	44,5	71,8	220	5903	4744	89,9	54,8	70,5	202	4542
IV	6099	99,4	44,5	67,5	191	5908	4699	84,8	54,8	68,4	189	4510
	à + 23°,80. Moyenne arithmét. 0,7535868 ± 0,0000022					à + 23°,81. Moyenne arithmét. 0,7534532 ± 0,0000010						

Combinaison.	DISQUE PLEIN EN HAUT					DISQUE PLEIN EN BAS						
	Durée observée 1 oscillation.	AMPLITUDE			Réduction à l'arc infiniment petit.	Durée réduite à l'arc infiniment petit.	Durée observée 1 oscillation.	AMPLITUDE			Réduction à l'arc infiniment petit.	Durée réduite à l'arc infiniment petit.
		Comm.	Fin.	Moy.				Comm.	Fin.	Moy.		
	— 0 ^s ,0000 s					— 0 ^s ,0000 s						
	22 juillet.											
I	0,7536125	105,2	46,7	71,4	213	0,7535912	0,7534846	89,2	57,3	71,8	209	0,7534637
II	6140	94,0	46,7	67,0	186	5934	4840	84,1	57,3	69,6	195	4645
III	6132	103,2	42,4	68,1	198	5934	4768	89,2	54,5	70,0	199	4569
IV	6151	94,0	42,4	64,1	172	5979	4754	84,1	54,5	67,8	186	4568
	à + 24°,23. Moyenne arithmét. 0,7535945 ± 0,0000014					à + 24°,05. Moyenne arithmét. 0,7534605 ± 0,0000021						
	23 juillet.											
I	0,7536085	107,1	47,5	72,3	220	0,7535865	0,7534801	88,8	57,1	71,5	207	0,7534594
II	6109	95,7	47,5	68,1	192	5917	4781	83,7	57,1	69,3	194	4537
III	6035	107,1	43,1	69,3	204	5831	4729	88,8	54,3	69,7	197	4532
IV	6055	95,7	43,1	65,2	178	5877	4707	83,7	54,3	67,6	185	4522
	à + 24°,21. Moyenne arithmét. 0,7535873 ± 0,0000018					à + 24°,17. Moyenne arithmét. 0,7534539 ± 0,0000018						
	9 août.											
I	0,7535937	109,3	48,3	73,6	229	0,7535708	0,7534525	94,8	60,5	76,2	235	0,7534290
II	5928	97,7	48,3	69,4	200	5728	4502	89,4	60,5	73,8	220	4232
III	5892	109,3	43,9	70,6	212	5680	4521	94,8	57,4	74,2	224	4297
IV	5874	97,7	43,9	66,4	185	5689	4495	89,4	57,4	71,9	210	4235
	à + 20°,85. Moyenne arithmét. 0,7535701 ± 0,0000011					à + 21°,15. Moyenne arithmét. 0,7534289 ± 0,0000003						
	10 août.											
I	0,7535831	107,4	47,6	72,5	221	0,7535610	0,7534443	88,1	56,7	71,0	204	0,7534239
II	5863	95,9	47,6	68,2	193	5670	4433	83,1	56,7	68,8	191	4242
III	5814	107,4	43,2	69,4	205	5609	4480	88,1	53,9	69,2	195	4285
IV	5837	95,9	43,2	65,3	179	5658	4477	83,1	53,9	67,1	182	4295
	à + 20°,75. Moyenne arithmét. 0,7535637 ± 0,0000016					à + 20°,62. Moyenne arithmét. 0,7534265 ± 0,0000014						

DATE	DISQUE PLEIN EN HAUT			DISQUE PLEIN EN BAS		
	TEMPÉRATURE	Durée d'une oscillation.	Erreur moyenne.	TEMPÉRATURE	Durée d'une oscillation.	Erreur moyenne.
1 ^{er} février	+ 1,65	0,7534395	± 0 ^e ,00000 36	+ 1,50	0,7533079	± 0 ^e ,00000 02
2 »	+ 2,30	4511	07	+ 2,32	3107	17
3 »	+ 2,10	4479	19	+ 1,81	2918	08
4 »	+ 2,95	4585	14	+ 2,95	3071	04
5 »	+ 3,00	4590	14	+ 2,97	3098	13
14 »	+ 4,20	4659	16	+ 4,22	3237	21
19 »	+ 4,15	4510	22	+ 4,10	3109	15
20 »	+ 4,57	4638	14	+ 4,47	3165	09
18 juillet	+ 26,02	0,7536040	29	+ 24,55	0,7534504	22
19 »	+ 26,70	5997	02	+ 26,75	4666	21
20 »	+ 25,55	5979	28	+ 25,50	4601	06
21 »	+ 23,80	5868	22	+ 23,81	4532	10
22 »	+ 24,23	5945	14	+ 24,05	4605	21
23 »	+ 24,21	5873	18	+ 24,17	4559	18
9 août	+ 20,85	5701	11	+ 21,15	4289	03
10 »	+ 20,75	5637	16	+ 20,62	4265	14

Il s'agissait de déterminer d'après ces données la quantité, dont la durée de l'oscillation augmente, pour une élévation de 1° dans la température; j'ai traité séparément les valeurs correspondant aux deux modes de suspension, en calculant par la méthode des moindres carrés le changement correspondant à 1° dans les deux cas. J'ai attribué dans ce calcul le même poids à toutes les déterminations, parce que l'erreur provenant des erreurs fortuites dans l'observation des passages, et de la variation physiologique d'une série à l'autre, ne représente pas l'incertitude réelle dont une valeur est affectée. J'ai déjà indiqué la raison pour laquelle l'accord entre les combinaisons ne pouvait pas être pris comme mesure de l'incertitude due à la variation physiologique; d'autres causes d'erreur peuvent encore intervenir, en particulier l'incertitude sur la température réelle de la tige du pendule, telle qu'elle est donnée par les indications du thermomètre, de petites irrégularités dans le frottement du couteau sur le plan de suspension, etc. N'ayant aucun moyen d'établir sûrement les différences de poids entre les différentes valeurs, j'ai admis l'égalité.

D'après les 16 observations, faites le disque plein étant en haut, l'allongement d dans la durée d'une oscillation pour 1° , a été trouvé de $0^s,000006382$ avec une erreur moyenne de $\pm 0^s,000000105$ déduite des écarts que ce coefficient laissait entre les 16 valeurs, réduites à la température de $15^{\circ},564$, et leur moyenne. D'après les 16 observations faites dans l'autre mode de suspension, l'allongement d' a été trouvé de $0^s,000006755$ avec une erreur moyenne de $\pm 0^s,000000128$ déduite de la même manière, la température moyenne des 16 valeurs obtenues dans ce mode de suspension étant de $13^{\circ},434$. La différence entre les valeurs de d' et d , dans les deux modes de suspension, dépasse considérablement l'incertitude que l'on peut leur attribuer; l'allongement dans la durée d'une oscillation correspondant à une élévation de 1° dans la température n'est pas le même, suivant que le disque plein est en haut ou en bas. Il doit en être ainsi, comme je le montrerai dans le chapitre suivant, parce qu'un changement dans la température n'a pas seulement pour effet de modifier la longueur de la tige du pendule entre les couteaux, il modifie aussi la densité de l'air, et par suite la poussée, dont l'effet est différent dans les deux modes de suspension. On ne pourrait donc pas déduire directement le coefficient de dilatation de la tige du pendule de l'allongement dans la durée de l'oscillation, sur laquelle les changements de température produisent un effet complexe; on ne pourrait pas non plus appliquer à une autre station, pour laquelle la pression atmosphérique et, par suite, la poussée seraient différentes, l'allongement dans la durée de l'oscillation obtenu dans ces expériences, qui se rapportent à une valeur particulière de la densité de l'air:

L'allongement dans la durée d'une oscillation obtenu ci-dessus ne peut s'appliquer qu'aux observations seules, d'après lesquelles il a été déterminé, et pour des valeurs de la pression atmosphérique identiques à celles dans lesquelles ces observations ont été faites. Si l'on réduit la durée d'une oscillation, le disque plein étant en haut, à la température de $16^{\circ},25$ avec le coefficient $d = 0^s,000006382$, et le disque plein étant en bas avec le coefficient $d' = 0^s,000006755$, les chiffres du tableau

précédent deviennent, après transformation du temps sidéral en temps moyen :

DATE	DURÉE D'UNE OSCILLATION EN TEMPS MOYEN réduite à la température 16°,25.	
	Disque plein en haut T	Disque plein en bas T'
1 ^{er} février	0 ^s ,7514752	0 ^s ,7513504
2 "	4826	3477
3 "	4807	3323
4 "	4859	3399
5 "	4861	3424
14 "	4853	3478
19 "	4707	3359
20 "	4808	3390
18 juillet	4842	3373
19 "	4755	3386
20 "	4810	3405
21 "	4811	3450
22 "	4861	3507
23 "	4790	3453
9 août	4832	3387
10 "	4775	3399
Moyenne arithm. des 16 jours	0,75148093	0,75134195
Erreur moyenne	±0,00000110	±0,00000134
Erreur probable	±0,00000075	±0,00000090

D'après les chiffres ainsi réduits du tableau précédent, la durée est la même pour les 8 observations d'été et pour les 8 observations d'hiver, bien que la température ait été de près de 21° plus élevée pour les premières. L'écart moyen d'une détermination avec la moyenne est de $\pm 0^s,00000445$ le disque plein étant en haut, et de $\pm 0^s,00000537$ le disque plein étant en bas; les erreurs probables d'une détermination sont respectivement $\pm 0^s,0000030$ et $\pm 0^s,0000036$. Il est assez remarquable, que l'erreur d'une détermination soit un peu plus faible lorsque le disque plein est en haut; on devrait s'attendre à un résultat contraire, parce que toutes les forces troublantes qui peuvent altérer la durée d'une

oscillation, frottement du couteau, remous, etc., agissent dans une proportion plus forte lorsque le pendule est suspendu par le couteau le plus rapproché du centre de gravité. Faut-il supposer que l'observation des passages ait été en moyenne plus exacte dans ce mode de suspension, et la variation physiologique d'une série à l'autre moindre? c'est peu probable, surtout eu égard à ce que les quatre combinaisons s'accordent en général un peu mieux entre elles dans l'autre mode de suspension. Il est vrai que l'accord des quatre combinaisons entre elles ne donne pas la mesure réelle de l'erreur provenant de la variation physiologique. Il se peut par exemple que la variation physiologique ait été la même pour les deux premières séries de passages, et différente de celle pour les deux dernières séries; dans ce cas, les quatre combinaisons donneraient des valeurs peu différentes, mais dont la moyenne serait affectée d'une incertitude plus grande que l'erreur moyenne déduite de leur accord entre elles. Néanmoins il serait peu rationnel de supposer que ce cas particulier se soit toujours présenté lorsque le pendule était suspendu par le couteau le plus éloigné du centre de gravité, et d'attribuer dans ce mode de suspension une incertitude plus grande due à la variation physiologique, malgré l'accord plus satisfaisant des combinaisons entre elles.

Il est une autre cause que l'on peut admettre, c'est une perfection plus grande, ou une altération un peu moindre à la suite d'un usage prolongé, du couteau le plus rapproché du centre de gravité; on peut concevoir que les petites irrégularités dues au frottement du couteau sur le plan de suspension aient été moindres d'un jour à l'autre pour cette raison, et que, par suite, les durées d'une oscillation s'accordent mieux entre elles.

Il reste encore à déduire des observations précédentes la longueur, exprimée en lignes de Paris, du pendule simple, faisant une oscillation dans le vide dans une seconde de temps moyen. D'après la théorie du pendule à réversion et en faisant usage des notations employées dans mon premier mémoire, on a :

$$T = \pi \sqrt{\frac{\lambda}{g} \left(1 + \frac{\gamma}{h}\right)} \quad ; \quad T' = \pi \sqrt{\frac{\lambda}{g} \left(1 + \frac{\gamma}{h'}\right)}$$

T et T' étant les durées d'une oscillation dans les deux modes de suspension, le disque plein en haut ou en bas; h et h' la distance du centre de gravité au couteau sur lequel le pendule est suspendu dans les deux cas, λ l'intervalle entre les couteaux à la même température 16°,25, à laquelle les durées d'une oscillation sont réduites, et γ le moment des forces troublantes provenant soit de la poussée et des remous, soit des imperfections de construction de l'appareil. Cette quantité γ peut être calculée au moyen de la différence $T - T'$ d'une oscillation dans les deux modes de suspension par la formule

$$\gamma = \frac{T - T'}{T} \cdot \frac{hh'}{IG}$$

dans laquelle IG désigne la distance du centre de gravité au centre de figure. Comme l'exactitude, que l'on peut obtenir dans la détermination de γ , dépend essentiellement de l'erreur sur la différence $T - T'$, il est préférable de prendre pour tous les jours la même valeur de γ , calculée avec les valeurs moyennes de T et T' déduites d'un grand nombre de jours, plutôt que de calculer pour chaque jour une valeur différente de γ d'après les durées observées dans chaque cas. Ces formules supposent que la longueur λ de l'intervalle entre les couteaux ait été la même dans les deux modes de suspension, et la différence $T - T'$ dans l'expression de γ se rapporte aux durées qui auraient été observées, la longueur de λ étant la même. Mais nous avons vu que l'intervalle entre les couteaux est de 0',00053 plus long, lorsque le disque plein est au bas de la tige que dans l'autre mode de suspension; pour ramener dans l'expression de γ les durées de T et T' à une même longueur de l'intervalle entre les couteaux, il faut retrancher de T' 0s,0000008, correspondant à l'allongement de 0',00053, et l'on aura, d'après les moyennes du tableau précédent, $T - T' = 0s,00013978$. Avec les valeurs de λ , h , h' et IG données dans le chapitre I, on trouve $\frac{\lambda\gamma}{h} = + 0',19955$ et $\frac{\lambda\gamma}{h'} = + 0',10710$ et, par suite, pour la longueur corrigée de l'inter-

valle entre les couteaux dans les deux modes de suspension

$$\lambda \left(1 + \frac{\gamma}{k}\right) = 248^{\text{h}}68224 \quad ; \quad \lambda' \left(1 + \frac{\gamma}{k'}\right) = 248^{\text{h}}59032$$

En divisant ces quantités respectivement par les valeurs de T^2 et de T'^2 données pour chaque jour dans le tableau précédent, on obtient autant de déterminations de la longueur du pendule simple, faisant dans le vide une oscillation dans une seconde de temps moyen; elles sont désignées ci-dessous par L, lorsque le pendule est suspendu par le couteau le plus rapproché du centre de gravité, et par L' dans l'autre mode de suspension. Le tableau donne en même temps pour chaque jour la demi-différence des longueurs obtenues dans les deux modes de suspension, ainsi que leur demi-somme, c'est-à-dire le résultat moyen de la détermination de chaque jour dans les deux modes de suspension. La colonne, qui suit la date, indique par les initiales RE et RO si le couteau portant la marque du fabricant était tourné vers l'est ou vers l'ouest.

DATE		L	L'	$\frac{L-L'}{2}$	$\frac{L+L'}{2}$
1 ^{er} février	RE	440,3678	440,3512	+0,0083	440,3595
2 »	RE	3591	3544	+0,00235	35675
3 »	RO	3613	3726	-0,00565	36695
4 »	RO	3553	3636	-0,00415	35945
5 »	RE	3551	3606	-0,00275	35785
14 »	RO	3560	3542	+0,0009	3551
19 »	RE	3731	3684	+0,00235	37075
20 »	RO	3611	3646	-0,00175	36285
18 juillet	RE	3573	3667	-0,0047	3620
19 »	RE	3675	3652	+0,00115	36635
20 »	RO	3609	3628	-0,00095	36185
21 »	RO	3608	3575	+0,00165	35915
22 »	RE	3551	3509	+0,0021	3530
23 »	RE	3633	3572	+0,00305	36025
9 août	RO	3583	3649	-0,0033	3616
10 »	RO	3651	3634	+0,00085	36425
Moyenne arithmét. des 16 jours ..		440,36107	440,36114	±0,00359	440,36110
				Erreur moyenne ..	±0,00113
				Erreur probable ..	±0,00076

L'erreur moyenne sur la valeur de $\frac{L-L'}{2}$ donnée par un jour isolé est de $\pm 0,00455$, c'est-à-dire de la 100000^{me} partie environ de la longueur du pendule, et l'erreur moyenne de la moyenne des 16 déterminations est réduite à $\frac{4}{400000}$ environ. Les valeurs de L pour les différents jours s'accordent un peu mieux entre elles que celles de L', de même que l'on avait trouvé une erreur un peu moindre sur les valeurs de T que sur celles de T'. L'erreur moyenne sur une valeur de L est de $\pm 0,0052$, et de $\pm 0,0065$ pour une valeur de L'; ces erreurs moyennes correspondent exactement à celles qui doivent résulter des erreurs moyennes $\pm 0,0000045$ sur une valeur de T, et de $\pm 0,00000537$ sur une valeur de T'. Il n'y a donc pas lieu de chercher la cause de ces écarts dans la circonstance, que la valeur de γ ait pu varier sensiblement d'un jour à l'autre. Dans ce cas, en effet, la correction $\frac{\lambda\gamma}{h}$, $\frac{\lambda\gamma}{h'}$ dans les deux modes de suspension, calculée en supposant γ constant, aurait différé de la correction réelle, qu'il aurait fallu appliquer chaque jour en tenant compte des variations de γ . Or, comme une même variation de γ produit une variation à peu près double sur $\frac{\lambda\gamma}{h}$ que sur $\frac{\lambda\gamma}{h'}$, les valeurs de L auraient dû présenter entre elles des écarts plus grands que celles de L', ce qui n'est pas le cas. Les écarts proviennent ainsi seulement des erreurs sur la durée de l'oscillation. Enfin, il n'y a pas de différence sensible entre les valeurs obtenues suivant que la marque sur le couteau est dirigée à l'est, ou à l'ouest; dans le premier cas, on a par la moyenne de 8 déterminations 440,3608, et dans le second 440,3614.

CHAPITRE IV.

Détermination du coefficient de dilatation de la tige du pendule.

Ainsi que je l'ai indiqué dans le chapitre précédent, le coefficient de dilatation de la tige du pendule ne peut pas être déduit directement de l'allongement dans la durée d'une oscillation correspondant à une élévation de 1° dans la température; un changement dans la température ne modifie pas seulement la durée d'une oscillation en raison du changement de l'intervalle entre les couteaux, il produit aussi un changement de la densité de l'air, ou de la poussée, dont l'effet est différent dans les deux modes de suspension. On doit trouver ainsi, comme je l'ai obtenu, un allongement différent dans la durée de l'oscillation, suivant que le disque plein est en haut ou en bas, et différent de celui auquel on serait arrivé, si l'opération avait été effectuée dans le vide. Si le coefficient de dilatation ne peut pas être déduit directement de la comparaison de la durée d'une oscillation à différentes températures, les observations précédentes permettent néanmoins de le déterminer avec une exactitude très-suffisante pour tous les cas qui peuvent se présenter dans la pratique, en procédant d'une autre façon.

Soient pour un jour quelconque, et dans les deux modes de suspension, T et T' les durées observées d'une oscillation (en temps moyen) à la température τ , à laquelle la longueur de l'intervalle entre les couteaux est $\lambda \{1 + C(\tau - 16^{\circ},25)\}$, si C est le coefficient de dilatation de la tige, et λ la longueur entre les couteaux à $16^{\circ},25$. Il est vrai que, d'après le tableau de la page 38, la température n'est pas exactement la même dans les deux modes de suspension pour les observations du même jour, mais sauf un seul cas, la différence ne dépasse

pas deux à trois dixièmes de degré, et très-souvent elle n'est que de quelques centièmes. J'ai pris pour τ chaque jour la moyenne des températures correspondant à chaque mode de suspension, et j'ai réduit la durée observée dans chaque cas à cette température moyenne avec l'allongement trouvé dans le chapitre précédent, c'est-à-dire $0^s,000006382$ pour 1° , le disque plein en haut; et $0^s,000006755$ le disque plein en bas. Comme cette réduction est de quelques unités sur la septième décimale seulement pour tous les jours, sauf pour le 18 juillet, où elle est de $-0^s,0000047$ et de $+0^s,0000049$ dans les deux modes de suspension, l'erreur pouvant provenir d'une petite incertitude dans l'allongement de la durée d'une oscillation pour un degré est complètement insensible; avec la valeur moyenne $0,000006568$ l'erreur ne serait que d'une unité sur la septième décimale pour le 18 Juillet, et ne porterait que sur la 8^e décimale au plus pour tous les autres jours. On a ainsi pour les durées T et T' observées chaque jour la relation

$$T = \pi \sqrt{\frac{\lambda}{g} \{1 + C(\tau - 16^\circ,25)\} \left\{1 + \frac{\gamma}{k}\right\}}; \quad T' = \pi \sqrt{\frac{\lambda'}{g} \{1 + C(\tau - 16^\circ,25)\} \left\{1 + \frac{\gamma}{k'}\right\}}$$

par conséquent si L est la longueur du pendule simple faisant à $16^\circ,25$ une oscillation dans le vide, dans une seconde de temps moyen, on a

$$L \left\{1 - C(\tau - 16^\circ,25)\right\} = \frac{\lambda}{T^2} \left(1 + \frac{\gamma}{k}\right) = \frac{\lambda'}{T'^2} \left(1 + \frac{\gamma}{k'}\right).$$

En prenant la moyenne de la valeur calculée pour le second membre dans les deux modes de suspension, on obtient pour chaque jour une équation renfermant comme inconnues L et C ; celles-ci pourront donc être déterminées par la résolution de toutes les équations à l'aide de la méthode des moindres carrés.

Il est évident que, dans ce mode de procéder, on ne peut pas regarder la quantité γ comme étant la même pour tous les jours; elle dépend, en effet, de la différence $T - T'$ entre la durée de l'oscillation observée dans les deux modes de suspension, et cette différence varie avec la densité de l'air. Au lieu de calculer directement γ pour chaque jour, d'après la différence $T - T'$ des durées d'oscillation données par les observations de ce jour, il m'a semblé plus exact de chercher la loi suivant la-

quelle cette différence $T - T'$ variait avec la densité de l'air. On pouvait obtenir ainsi pour chaque jour une valeur de $T - T'$, calculée en ayant égard à la densité de l'air, et qui, déterminée par l'ensemble de toutes les observations, était moins influencée par les erreurs accidentelles sur chaque observation. Dans le tableau suivant, je donne pour chaque jour, à côté de la hauteur du baromètre, la température τ à laquelle se rapportent les durées T et T' d'une oscillation en temps moyen et dans les deux modes de suspension. Dans le calcul de la densité d de l'air de la colonne suivante, on a pris pour unité celle qui correspond à la pression moyenne 728^{mm},06 et à la température moyenne +13°,50 des 16 jours. Dans la différence $T - T'$ de la durée d'une oscillation, on a tenu compte de la correction — 0^s,0000008 qu'il faut appliquer à T' , en raison de l'allongement de la tige de 0,00053, lorsque le disque plein est en bas. Les deux colonnes suivantes donnent la différence $T - T'$, calculée par la formule dont il sera question plus loin, ainsi que la différence entre la valeur de $T - T'$ calculée par cette formule et la valeur observée.

DATE	BAROMÈ- TRE à 0°	τ	d	T	T'	T—T' + 0 ^s ,0000008	T—T' calculé par la formule.	ÉCART Calc.—Obs.
	^{mm}	^o		^s	^s	0 ^s ,000	0,000	0 ^s ,0000
1 ^{er} février	733,6	1,575	1,052	0,7513818	0,7512516	1310	1456	+ 146
2 »	730,8	2,31	1,045	3939	2538	1409	1448	+ 39
3 »	727,2	1,955	1,041	3897	2359	1546	1444	— 102
4 »	725,7	2,95	1,035	4012	2503	1517	1439	— 78
5 »	729,6	2,985	1,040	4016	2530	1494	1443	— 51
14 »	731,7	4,21	1,039	4087	2667	1428	1442	+ 14
19 »	734,7	4,125	1,043	3936	2542	1402	1446	+ 44
20 »	729,7	4,52	1,035	4062	2600	1470	1439	— 31
18 juillet	727,7	25,285	0,961	5416	3981	1443	1371	— 72
19 »	725,1	26,725	0,952	5422	4092	1338	1362	+ 24
20 »	725,9	25,525	0,957	5401	4030	1379	1367	— 12
21 »	726,6	23,805	0,963	5292	3959	1341	1373	+ 32
22 »	723,0	24,14	0,957	5363	4038	1333	1367	+ 34
23 »	723,1	24,19	0,957	5296	3988	1316	1367	+ 51
9 août	727,4	21,00	0,973	5135	3707	1436	1382	— 54
10 »	727,1	20,685	0,974	5057	3698	1367	1383	+ 16

La moyenne des 8 valeurs de $T - T'$ observées en hiver, la pression moyenne étant $750^{\text{mm}},4$, la température moyenne $+ 3^{\circ},08$ et la densité moyenne $1,041$, est $0^{\circ},0001447 \pm 0^{\circ},00000267$. La moyenne des 8 valeurs observées en été, la pression moyenne étant $725^{\text{mm}},7$, la température moyenne $+ 23^{\circ},92$ et la densité moyenne $0,962$, est $0^{\circ},0001369 \pm 0^{\circ},00000168$. La différence entre l'hiver et l'été sur $T - T'$ est ainsi de $0^{\circ},0000078 \pm 0^{\circ},00000316$, différence qui est près de 2,5 fois plus grande que l'erreur moyenne dont elle est affectée, d'après l'accord des observations entre elles, et 5,7 fois plus grande que son erreur probable. L'augmentation de la poussée, correspondant à une densité de l'air plus grande en hiver qu'en été, dans le rapport de $1,082 : 1$, a ainsi pour effet d'allonger la durée de l'oscillation d'une quantité, qui est de $0^{\circ},0000078$ plus grande lorsque le pendule est suspendu par le couteau le plus rapproché du centre de gravité, que dans l'autre mode de suspension. C'est pourquoi l'allongement dans la durée de l'oscillation pour un degré a été trouvé, d'après le chapitre précédent, plus faible lorsque le disque plein était en haut. Si l'on voulait négliger, dans la valeur de $T - T'$, ces différences tenant à la densité de l'air, et prendre la moyenne $0^{\circ},0001408$ des 16 valeurs, la correction sur l'intervalle entre les couteaux, due à l'inégalité de la durée d'une oscillation dans les deux modes de suspension, serait de $\frac{1}{38}^{\text{me}}$ de sa valeur trop faible en hiver, et de $\frac{1}{38}^{\text{me}}$ trop forte en été; il en résulterait dans les observations de l'hiver une diminution de $0,008$ environ dans la longueur du pendule simple faisant une oscillation dans une seconde de temps moyen, et une augmentation de la même quantité dans les observations de l'été.

Pour tenir compte de ces variations dans la valeur de $T - T'$, on pourrait prendre pour les 8 observations de l'hiver la valeur moyenne $0^{\circ},0001447$, en négligeant ainsi les petites variations de la densité de l'air qui ont eu lieu d'un jour à l'autre dans cette saison; on prendrait de même pour les 8 observations faites en été la valeur moyenne $0^{\circ},0001369$. J'ai préféré déterminer par l'ensemble des observations la variation de $T - T'$ correspondant à la densité de l'air, en représentant la différence

de la durée d'une oscillation dans les deux modes de suspension par deux termes, dont l'un, provenant des imperfections de construction de l'appareil, du frottement, etc., est indépendant de la densité de l'air, et dont l'autre est proportionnel à cette densité. Chaque jour d'observation donnera ainsi une équation de condition de la forme,

$$T - T' = x + y d$$

dans laquelle on mettra pour $T - T'$ la différence observée ce jour-là, et pour d la densité de l'air, d'après les données du tableau ci-dessus. Il est probable que x ne doit pas être regardé comme étant absolument constant d'un jour à l'autre, parce que s'il renferme une quantité constante, celle qui dépend de l'imperfection de construction de l'appareil, en particulier de la relation entre les masses des deux disques avec l'intervalle entre les couteaux, il en renferme une autre, provenant du frottement, qui peut varier d'un jour à l'autre. En l'absence de tout moyen de pouvoir évaluer les variations de x tenant à cette cause, on est obligé de le supposer constant. La résolution par la méthode des moindres carrés des 16 équations ainsi formées donne

$$T - T' = 0^s,0000487 + d. 0^s,0000919$$

C'est à l'aide de cette formule qu'ont été calculées les valeurs de $T - T'$ inscrites dans l'avant-dernière colonne du tableau précédent, la colonne suivante donnant la différence entre le chiffre calculé par la formule et le chiffre observé. D'après la somme des carrés des nombres inscrits dans cette colonne, la valeur moyenne d'un écart est de $\pm 0^s,00000626$, et la valeur probable $\pm 0^s,00000422$; il en résulterait pour l'erreur moyenne d'une valeur de T ou de T' , $\pm 0^s,00000443$ et pour l'erreur probable $\pm 0^s,00000298$. Il est à remarquer que la formule suppose x constant d'un jour à l'autre, il est possible que les erreurs eussent été diminuées si l'on avait pu tenir compte des variations de x . L'erreur moyenne sur la valeur trouvée pour y , savoir $0^s,0000919$, est de $\pm 0^s,0000389$ et l'erreur probable $\pm 0^s,0000262$; cette erreur est ainsi une fraction assez considérable de la valeur de y , comme on pouvait s'y attendre, parce que les valeurs de d , d'après lesquelles elle a été

calculée, varient entre des limites très-peu étendues. Il serait, par conséquent, très-hasardé d'appliquer cette formule à des densités de l'air très-différentes de celles, d'après lesquelles elle a été déterminée, et d'en déduire, par exemple, la valeur de $T - T'$ pour une densité égale à 0, c'est-à-dire dans le cas, où l'on aurait fait osciller le pendule dans le vide. La formule donnerait dans ce cas $T - T' = 0^s,0000487$, erreur moyenne $\pm 0^s,0000389$, erreur probable $\pm 0^s,0000262$. Comme la densité de l'air n'a varié dans le cours des observations qu'entre les limites de $\pm 0,04$ environ, l'erreur, qui résulte de l'incertitude sur y pour une valeur de $T - T'$ calculée par la formule, est de $\pm 0^s,0000016$.

Avec la valeur de $T - T'$, donnée par la formule pour chaque jour dans le tableau précédent, j'ai calculé la valeur correspondante de λ , et celle de la correction $\frac{\lambda y}{h}$, $\frac{\lambda' y}{h'}$ qu'il faut ajouter dans les deux modes de suspension à l'intervalle λ entre les couteaux à la température de $16^{\circ},25$. Le tableau suivant renferme pour chaque jour la longueur corrigée $\lambda (1 + \frac{y}{h})$, $\lambda' (1 + \frac{y}{h'})$, dans les deux modes de suspension, et, avec les valeurs de T et de T' du tableau précédent, celles de $\frac{\lambda}{T} (1 + \frac{y}{h})$, $\frac{\lambda'}{T'} (1 + \frac{y}{h'})$, ainsi que leur moyenne.

¹ On verra dans un des chapitres suivants, que la comparaison des observations faites au Righi-Kulm, par une densité de l'air sensiblement plus faible, avec celles de Genève donne pour la différence $T - T'$ des durées d'une oscillation dans le vide $0^s,0000579$ avec une erreur moyenne de $\pm 0^s,0000048$. Cette valeur ne diffère que de $0^s,0000092$ de celle trouvée par les observations seules de Genève.

DATE	DISQUE PLEIN		DISQUE PLEIN		MOYENNE
	EN HAUT $\lambda(1 + \frac{\gamma}{h})$	EN BAS $\lambda'(1 + \frac{\gamma}{h'})$	EN HAUT $\frac{\lambda}{T^2}(1 + \frac{\gamma}{h})$	EN BAS $\frac{\lambda'}{T'^2}(1 + \frac{\gamma}{h'})$	
1 ^{er} février	248,69052	248,59476	440,4918	440,4748	440,4833
2 »	68938	59415	4757	4712	47345
3 »	68881	59384	4795	4917	4856
4 »	68809	59346	4648	4741	46945
5 »	68867	59377	4653	4715	4684
14 »	68852	59369	4567	4554	45605
19 »	68909	59399	4753	4704	47285
20 »	68809	59346	4589	4626	46075
18 juillet	67839	58825	2832	2916	2874
19 »	67710	58756	2800	2773	27865
20 »	67782	58794	2839	2853	2846
21 »	67867	58840	2982	2945	29635
22 »	67782	58794	2883	2844	28635
23 »	67782	58794	2963	2903	2933
9 août	67996	58909	3188	3252	3220
10 »	68010	58917	3282	3263	32725

La dernière colonne de ce tableau donne pour chaque jour, et pour chaque température τ , la valeur de $L\{1 - C(\tau - 16^{\circ},25)\}$, et on a ainsi 16 équations de condition pour déterminer les inconnues L et C . La résolution de ces équations se fait plus commodément en remplaçant l'inconnue C par $C \times L = M$, M représentant ainsi l'allongement de L pour 1° ; on a alors l'équation sous la forme

$$L - M(\tau - 16^{\circ},25) = N$$

N étant le chiffre donné pour chaque jour dans la dernière colonne du tableau précédent. La moyenne arithmétique des 16 jours est

$$L - M(13^{\circ},499 - 16^{\circ},25) = 440,5841.$$

Si l'on retranche cette équation de chacune des 16 équations pour éliminer L , on a les relations suivantes pour la détermination de M :

EXPÉRIENCES FAITES

11,924 M =	0 ^l ,0992
11,189 M =	0,08935
11,544 M =	0,1015
10,549 M =	0,08535
10,514 M =	0,0843
9,289 M =	0,07195
9,374 M =	0,08875
8,979 M =	0,07665
— 11,786 M = —	0,0967
— 13,226 M = —	0,10545
— 12,025 M = —	0,0995
— 10,306 M = —	0,08775
— 10,641 M = —	0,09775
— 10,691 M = —	0,0908
— 7,501 M = —	0,0621
— 7,186 M = —	0,05685

La résolution de ces équations par la méthode des moindres carrés amène à l'équation finale

$$1773,35 M = 14,8502$$

$$\text{d'où } M = 0,008355.$$

Cette valeur de M, substituée dans les équations ci-dessus, donne pour erreur moyenne d'une détermination $\pm 0,00468$, d'où résulte, pour l'erreur moyenne de la valeur obtenue pour M, $\pm 0,000111$. On obtient d'après cela pour le coefficient de dilatation de la tige du pendule¹ 0,000018973 avec une erreur moyenne de $\pm 0,000000252$,

probable de $\pm 0,00000017$.

L'exactitude de cette détermination est largement suffisante pour tous les cas qui peuvent se présenter; il n'est pas probable, en effet, que l'on

¹ J'avais trouvé dans le chapitre I, que la différence entre le coefficient de dilatation de la tige du pendule et celui de l'échelle était de $+ 0,00000056 \pm 0,00000006$; par conséquent le coefficient de dilatation de l'échelle déduit de celui du pendule serait 0,000018413, erreur moyenne $\pm 0,00000026$. D'après les comparaisons faites avec l'étalon d'argent, par mon collègue M. le professeur Hirsch et par moi, au bureau fédéral des poids et mesures, le coefficient de dilatation de l'échelle serait 0,00001834, erreur moyenne $\pm 0,00000012$; les deux résultats s'accordent ainsi très-bien entre eux, et bien en dedans des limites de leur incertitude.

soit appelé à réduire des observations faites à plus de 10° de part et d'autre de la température normale de 16°,25, c'est-à-dire en dehors des limites de 6° et de 26°. Même pour ces limites, c'est-à-dire pour une réduction de 10°, l'erreur qui résulterait de l'incertitude sur le coefficient de dilatation ne serait que de $\frac{1}{400000}$ sur la longueur du pendule simple, ou sur la pesanteur, par conséquent bien plus faible que celle que l'on peut attribuer pour d'autres causes à une détermination isolée.

Si l'on calcule avec cette valeur du coefficient de dilatation du pendule, $C = 0,000018973$, la longueur corrigée de l'intervalle entre les couteaux

$$\lambda (1 + \frac{\tau}{\lambda}) \{ 1 + C (\tau - 16^\circ,25) \} = A, \text{ le disque plein en haut}$$

$$\lambda' (1 + \frac{\tau}{\lambda'}) \{ 1 + C (\tau - 16^\circ,25) \} = B, \text{ le disque plein en bas}$$

correspondant à la température τ des observations de chaque jour, et si avec les durées des oscillations observées à la même température de la page 47, on calcule la longueur du pendule simple faisant une oscillation dans une seconde de temps moyen, $L = \frac{A}{T^2}$ le disque plein étant en haut, et $L = \frac{B}{T'^2}$ le disque plein étant en bas, on trouve les chiffres suivants.

(Voir ce tableau à la page suivante.)

La moyenne des 8 observations faites en hiver donne $L = 440,36125$, et celle des 8 observations faites en été 440,36095; ces deux valeurs s'accordent à 0,0003 près, bien que pour la première série la longueur de l'intervalle entre les couteaux ait été réduite pour une différence de température de $- 13^\circ,17$ et pour la seconde série pour une différence de température de $+ 7^\circ,67$ en moyenne. L'écart moyen d'une détermination avec la moyenne est de $\pm 0,00469$.

La valeur moyenne de L trouvée par ce procédé de réduction est identique à celle que j'avais obtenue dans le chapitre précédent, en réduisant à 16°,25 les durées observées des oscillations; mais il y a de petites différences entre les valeurs fournies le même jour par les deux procédés, comme on pouvait s'y attendre. Du reste, l'erreur moyenne

DATE 1871.	DISQUE PLEIN		DISQUE PLEIN		MOYENNE DE $\frac{A}{T^2}$ et $\frac{B}{T^2}$ L
	EN HAUT A	EN BAS B	EN HAUT $\frac{A}{T^2}$	EN BAS $\frac{B}{T^2}$	
	1 ^{er} février	248,62134	248,52558	440,3694	440,3522
2 »	62366	52843	3593	3547	3570
3 »	62142	52645	3602	3723	36625
4 »	62539	53076	3538	3630	3584
5 »	62614	53124	3546	3606	3576
14 »	63176	53693	3562	3548	3555
19 »	63193	53683	3742	3690	3716
20 »	63279	53816	3609	3647	3628
18 juillet	72098	63084	3585	3670	36275
19 »	72648	63694	3674	3647	36605
20 »	72155	63167	3612	3626	3619
21 »	71429	62402	3611	3576	35935
22 »	71502	62514	3542	3502	3522
23 »	71525	62537	3624	3565	35945
9 août	70235	61148	3584	3648	3616
10 »	70101	61008	3652	3633	36425
Moyenne de 16 jours . . .			440,3611	440,3611	440,3611
			Erreur moyenne . . .	±	0,00117
			Erreur probable . . .	±	0,00079

d'une détermination est sensiblement la même dans les deux cas, en sorte qu'il est indifférent de prendre l'un ou l'autre de ces procédés pour la réduction des observations faites, à Genève, en 1871. Mais si l'on veut appliquer les éléments de réduction déduits de ces expériences à des observations faites dans d'autres localités et dans d'autres circonstances, il faut faire usage du second procédé, et calculer à l'aide du coefficient de dilatation la longueur de l'intervalle entre les couteaux pour la température, à laquelle les durées d'une oscillation ont été observées dans les deux modes de suspension. L'allongement dans la durée d'une oscillation pour 1° d'élévation de la température, que les observations de Genève ont donné de 0^s,000006382 et 0^s,000006755 dans les deux modes de suspension, ne peut s'appliquer qu'à des circonstances de densité de l'air identiques à celles qui avaient lieu dans ces expériences. Si, par

exemple, l'on faisait osciller le pendule dans le vide, l'allongement de la durée pour 1° serait, d'après le coefficient de dilatation, de 0^s,000007128 et il serait le même dans les deux modes de suspension.

CHAPITRE V

Nouvelle réduction des observations faites à Genève en 1865 et 1866.

J'ai procédé à une nouvelle réduction des observations faites à Genève quelques années auparavant, en faisant usage des données obtenues dans les chapitres précédents. En premier lieu, les mesures de longueur de l'intervalle entre les couteaux, consignées à la page 42 de mon premier mémoire, ont été réduites à la température de 16°,25 avec le coefficient 0,000140 pour l'allongement relatif pour 1° du pendule entre les couteaux et de l'échelle. La réduction a été appliquée à la moyenne de l'intervalle entre les couteaux obscurs et les couteaux clairs, et le tableau suivant donne la longueur réduite à 16°,25 dans les deux modes de suspension, λ le disque plein en haut, λ' le disque plein en bas. Comme l'ajustement des couteaux a été changé à plusieurs reprises, cette opération pouvant modifier très-légèrement l'intervalle, toutes les mesures faites dans le même ajustement sont réunies dans un groupe séparé.

EXPÉRIENCES FAITES

DATE	DISQUE PLEIN EN HAUT λ	DATE	DISQUE PLEIN EN BAS λ'
1 ^o Ajustement A			
20 novembre 1864	248,48098	25 novembre 1864	248,48173
» » »	48144	27 » »	48074
22 » »	48095	28 » »	48205
22 décembre »	48018	17 décembre »	47939
Moyenne . . .	248,48089	Moyenne . . .	248,48098
2 ^o Ajustement B			
18 janvier 1865	248,47860	24 janvier 1865	248,47918
» » »	47969	» » »	248,47932
Moyenne . . .	248,47914	Moyenne . . .	248,47925
3 ^o Ajustement C			
22 février 1865	248,47859	19 mars 1865	248,47861
» » »	47919	» » »	47857
Moyenne . . .	248,47889	Moyenne . . .	248,47859
4 ^o Ajustement D			
18 avril 1865	248,48071	24 avril 1865	248,48036
23 » »	47981	26 » »	48072
		18 octob. »	48205
Moyenne . . .	248,48026	Moyenne . . .	248,48104
5 ^o Ajustement C			
		9 novembre 1865	248,48422
6 ^o Ajustement B			
		24 novembre 1865	248,48204
		25 » »	48089
		15 décembre »	48104
7 ^o Ajustement A			
25 février 1866	248,48238	23 février 1866	248,48115
» » »	48227		

Pour comparer les longueurs λ' et λ dans les deux modes de suspension, je n'ai pu faire naturellement usage que des différences déduites des nos 1 à 4 du tableau précédent; pour les 3 derniers, la mesure n'avait été faite que dans l'une des positions, parce que je n'avais pas pensé alors à la circonstance, que le mode de suspension pût influer sur la longueur, et qu'il fût désirable de faire le même nombre de mesures

dans les deux positions. C'est de la moyenne donnée par les ajustements 1 à 4 qu'a été déduite la différence

$$\lambda' - \lambda = + 0,00017, \text{ erreur moyenne } \pm 0,00030,$$

qui figure à la page 7 comme le résultat des premières expériences faites à Genève.

En adoptant, d'après l'ensemble de toutes les observations, la valeur moyenne de $\lambda' - \lambda = + 0,00053$, erreur moyenne $\pm 0,00017$ donnée à la page 7, on obtient pour les ajustements des couteaux nos 4 à 7, ceux auxquels correspondent les observations de la durée de l'oscillation dans les expériences faites du 11 juin 1865 au 26 janvier 1866, les valeurs suivantes de λ et de λ' déduites du tableau précédent; j'indique, pour chaque ajustement, les jours correspondants de l'observation des oscillations.

			λ		λ'
4°	Ajustement D	11 et 12 juin 1865	248,48039	;	248,48092
5°	» C	26 et 30 oct. »	248,48369	;	248,48422
6°	» B	13 et 17 nov. »	248,48079	;	248,48132
7°	» A	20 décembre »			
		et 25 et 26 janv. 1866	248,48175	;	248,48228

Je reproduis maintenant, dans le tableau suivant, la durée observée d'une oscillation d'après les tableaux pages 75-77 et 88-89 de mon premier mémoire; dans chaque mode de suspension, cette durée était déduite de l'intervalle, en temps sidéral, employé pour 2828 oscillations entre la moyenne de 100 passages observés au commencement et de 100 passages observés à la fin. Les trois colonnes suivantes renferment l'amplitude au commencement de la série, celle à la fin, enfin l'amplitude moyenne, puis la réduction à l'arc infiniment petit, qui est partout le double de celle indiquée dans ce mémoire, et qui avait été calculée par une formule inexacte, comme je l'ai dit dans l'introduction. La colonne suivante donne, en temps moyen, la durée d'une oscillation réduite à l'arc infiniment petit, à la température marquée à la seconde colonne. J'indique, enfin, la température moyenne τ de toutes les observations du jour, et la durée réduite à cette température moyenne avec l'allongement

de 0,000006736 en temps moyen pour 1°, le disque plein en bas,

» 0,000006365 » » » le disque plein en haut.

Mode de suspension.	Température.	DURÉE observée en temps sidéral.	AMPLITUDE			Réduction à l'arc infn. petit — 0',0000	DURÉE réduite à l'arc infn. petit en temps moyen	Température moyenne τ	DURÉE réduite à la température τ
			Commencement.	Fin.	Moyenne.				
11 Juin 1865. Ajustement D des couteaux. Baromètre à 0°, 727 ^{mm} .									
ROH	+ 0	0,7534756	93,5	63,0	78,0	216	0,7513938	+ 0	0,7513963
REH	22,35	4704	97,5	62,5	78,5	250	3882	22,375	3884
REB	22,55	6203	85,5	38,0	58,0	142	5484		5473
ROB	22,60	6161	95,0	43,5	65,3	180	5405		5391
12 Juin 1865. Ajustement D des couteaux. Baromètre à 0°, 730 ^{mm} .									
ROH	19,70	0,7534588	97,0	62,5	79,2	254	0,7513762	19,81	0,7513769
REH	19,90	4550	96,5	63,0	77,5	244	3734		3728
REB	19,85	6005	104,0	48,5	71,1	212	5217		5214
ROB	19,80	6078	91,5	42,5	62,0	162	5340		5341
26 Octobre 1865. Ajustement C des couteaux. Baromètre à 0°, 727 ^{mm} .									
ROH	14,05	0,7534221	103,0	68,5	83,5	282	0,7513368	14,31	0,7513386
REH	14,45	4116	97,5	62,5	79,6	256	3290		3281
REB	14,45	5783	101,0	48,0	70,7	208	5000		4991
ROB	14,30	5628	104,5	47,0	72,2	220	4834		4835
3 ^o Octobre 1865. Ajustement C des couteaux. Baromètre à 0°, 720 ^{mm} .									
ROH	12,90	0,7534135	106,0	66,5	85,8	298	0,7513266	13,31	0,7513294
REH	13,55	4111	95,5	60,5	77,2	242	3298		3282
REB	13,65	5553	103,5	44,5	69,2	202	4777		4755
ROB	13,15	5471	103,0	47,0	71,4	214	4683		4693
13 Novembre 1865. Ajustement B des couteaux. Baromètre à 0°, 735 ^{mm} .									
REH	6,95	0,7533681	112,0	72,0	90,8	334	0,7512778	7,35	0,7512805
ROH	7,25	3686	73,0	47,5	59,5	144	2972		2979
ROB	7,60	5035	97,0	43,0	65,7	182	4280		4264
REB	7,60	5021	99,0	45,0	67,5	192	4256		4240
17 Novembre 1865. Ajustement B des couteaux. Baromètre à 0°, 733 ^{mm} .									
REH	5,95	0,7533562	77,0	52,0	63,7	164	0,7512829	5,99	0,7512832
ROH	6,00	3731	118,5	76,5	95,7	372	2790		2789
ROB	6,00	4895	102,5	45,0	69,2	202	4120		4119
REB	6,00	4898	95,0	43,0	65,0	178	4147		4146
20 Décembre 1865. Ajustement A des couteaux. Baromètre à 0°, 736 ^{mm} .									
REH	2,30	0,7533340	107,5	67,0	85,2	294	0,7512478	2,49	0,7512491
ROH	2,60	3148	74,5	48,5	60,8	150	2430		2423
ROB	2,55	4686	100,5	42,5	66,5	188	3926		3922
REB	2,50	4600	105,5	45,5	70,0	208	3820		3819
25 Janvier 1866. Ajustement A des couteaux. Baromètre à 0°, 740 ^{mm} .									
ROH	7,25	0,7533831	121,0	77,0	97,2	384	0,7512877	7,025	0,7512862
REH	7,20	3552	73,0	48,5	59,8	144	2839		2827
REB	6,95	4978	108,0	50,0	73,7	228	4177		4182
ROB	6,70	5058	104,5	48,0	72,0	218	4267		4288
26 Janvier 1866. Ajustement A des couteaux. Baromètre à 0°, 740 ^{mm} .									
REH	6,70	0,7533593	106,5	67,5	84,8	292	0,7512732	7,20	0,7512766
ROH	7,10	3602	68,0	45,5	55,4	126	2906		2913
ROB	7,45	5176	99,0	47,5	68,5	196	4406		4390
REB	7,55	5183	108,5	50,0	74,0	230	4380		4358

Dans ces expériences, la durée de l'oscillation était déterminée chaque jour dans les 4 modes de suspension, le disque plein étant en haut ou en bas, et la marque du fabricant tournée vers l'est ou vers l'ouest. La comparaison des valeurs obtenues, suivant que cette marque est tournée vers l'est ou vers l'ouest, fournit un moyen d'évaluer l'exactitude des observations; si l'on désigne, pour un jour quelconque, par $\pm \delta$, $\pm \delta'$ la différence entre les deux valeurs, le disque plein étant en haut, et le disque plein étant en bas, on aura, par la moyenne des 9 jours, pour la différence dans les deux modes de suspension $\pm \sqrt{\frac{\sum \delta^2}{8}}$; $\pm \sqrt{\frac{\sum \delta'^2}{8}}$

On trouve ainsi $\pm \sqrt{\frac{\sum \delta^2}{8}} = \pm 0^s,0000097$

$\pm \sqrt{\frac{\sum \delta'^2}{8}} = \pm 0^s,0000099$

d'où résulte pour l'erreur moyenne d'une valeur individuelle

$\pm 0^s,00000685$, le disque plein en haut,

$\pm 0^s,0000070$ le disque plein en bas.

J'ai pris chaque jour pour la durée T ou T' d'une oscillation, le disque plein étant en haut ou en bas, la moyenne des deux valeurs obtenues suivant que la marque était tournée vers l'est ou vers l'ouest; l'erreur moyenne sur une valeur de T était ainsi $\pm 0^s,00000485$,

T' $\pm 0,00000495$.

J'indique ci-dessous ces valeurs de T et de T' pour chaque jour, avec la différence T — T' augmentée de 0^s,0000008, pour tenir compte de l'allongement du pendule lorsque le disque pesant est au bas de la tige.

DATE	Ajustement des couteaux.	τ	T	T'	T — T' +0 ^s ,0000008
11 juin 1865	D	⁺ 22,375	0,7515432	0,7513923.5	0,0001516.5
12 » »	D	19,81	5277.5	3718.5	1537
26 octobre »	C	14,31	4913	3333.5	1587.5
30 » »	C	13,31	4724	3288	1444
13 novembre »	B	7,35	4232	2892	1368
17 » »	B	5,99	4132.5	2810.5	1330
20 décembre »	A	2,49	3870.5	2457	1421.5
23 janvier 1866	A	7,023	4235	2844.5	1398.5
26 » »	A	7,20	4374	2839.5	1542.5

Pour déduire de ces durées observées la longueur du pendule simple, faisant une oscillation dans une seconde de temps moyen, il fallait d'abord réduire à la température τ de chaque jour la longueur λ ou λ' de l'intervalle entre les couteaux à $16^{\circ},25$, qui est donnée ci-dessus, page 57, pour chaque ajustement des couteaux; cette réduction est calculée par la formule $\lambda C (\tau - 16^{\circ},25)$, dans laquelle C est le coefficient de dilatation trouvé dans le chapitre précédent. La valeur de cette correction est pour les différents jours :

11 juin	1865	+ 0,02887
12 »	»	+ 0,01678
26 octobre	»	— 0,00915
30 »	»	— 0,01386
13 novemb.	»	— 0,04196
17 »	»	— 0,04837
20 décemb.	»	— 0,06487
25 janvier	1866	— 0,04349
26 »	»	— 0,04267

Il fallait en second lieu calculer, dans chaque mode de suspension, la correction due à l'action de la poussée et des autres forces troublantes, d'après la formule déjà citée plus haut, cette correction étant déduite des valeurs de $T - T'$.

Si l'on compare les valeurs de $T - T'$ du tableau précédent, on trouve d'un jour à l'autre des différences qui ne peuvent pas être attribuées à la densité de l'air, ou à la poussée; car pour les premiers jours où, par suite d'une température notablement plus élevée et d'une densité plus faible, on aurait dû trouver des valeurs plus faibles de $T - T'$, elles sont, au contraire, plus fortes. Il était possible d'attribuer en partie ces différences au changement d'ajustement des couteaux; dans cette hypothèse, on pouvait, sans inconvénient, réunir les deux jours d'observation pour les ajustements D, C et B, et les trois jours d'observation pour l'ajustement A, parce que les circonstances pouvant modifier la densité de l'air avaient très-peu varié d'un jour à l'autre dans chacune des 4 combinaisons.

Mais, d'un autre côté, en procédant ainsi, on s'exposait à une influence beaucoup plus considérable des erreurs d'observation, en déduisant la valeur $T - T'$ de la moyenne de deux jours seulement, et pour la dernière combinaison de trois jours. L'influence des erreurs d'observation sur la valeur de $T - T'$ donnée par un seul jour, ou par la moyenne de deux jours pouvait dépasser notablement celle provenant des différences dans la densité de l'air ou de l'ajustement des couteaux, de telle façon que la moyenne de deux jours, calculée en ayant égard à ces deux circonstances, fût moins exacte que celle de neuf jours calculée sans en tenir compte. On peut voir, en effet, d'après le tableau précédent, que les deux dernières valeurs de $T - T'$ diffèrent entre elles de $0^s,0000144$, bien qu'elles aient été faites dans le même ajustement, et dans des circonstances presque identiques en ce qui concerne la densité de l'air.

Comme il était impossible de décider a priori lequel des deux procédés était préférable, j'ai fait le calcul dans les deux systèmes, c'est-à-dire en calculant d'abord la valeur de γ séparément pour chaque ajustement d'après les valeurs correspondantes de $T - T'$, et en prenant ensuite pour les 9 jours la même valeur de γ déduite de la moyenne des 9 valeurs de $T - T'$. L'accord plus ou moins grand entre les valeurs de L d'un jour à l'autre peut indiquer lequel des deux systèmes est préférable; en effet, l'erreur sur une valeur individuelle de L dépend de l'erreur sur la valeur de γ employée dans le calcul et de celles sur T ou sur T' , et comme l'influence des dernières est la même dans les deux systèmes, on pourra attribuer l'erreur moyenne, plus ou moins grande, sur une valeur de L à l'incertitude sur celle de γ .

D'après le premier système on a en moyenne :

Pour l'ajustement D : $T - T' = 0,0001327$ d'où $\frac{\lambda\gamma}{h} = +0,21794$; $\frac{\lambda\gamma}{h'} = +0,11696$								
»	»	C	»	1516	»	+0,21639	»	+0,11612
»	»	B	»	1349	»	+0,19264	»	+0,10338
»	»	A	»	1454	»	+0,20755	»	+0,11138

Si l'on fait d'après la notation adoptée dans le chapitre précédent,

$$\lambda \left(1 + \frac{\gamma}{\lambda}\right) \{1 + C(\tau - 16^{\circ},25)\} = A$$

$$\lambda' \left(1 + \frac{\gamma'}{\lambda'}\right) \{1 + C(\tau - 16^{\circ},25)\} = B$$

on trouve pour chaque jour, d'après les valeurs de λ et λ' dans chaque ajustement, en tenant compte des corrections dépendant de γ et de la température, les valeurs suivantes de A et de B; puis avec celles de T et de T', page 59, $\frac{A}{T^2}$ et $\frac{B}{T'^2}$, enfin la moyenne de $\frac{A}{T^2}$ et $\frac{B}{T'^2}$ ou L :

DATE	Ajustem. des couteaux.	A	B	$\frac{A}{T^2}$	$\frac{B}{T'^2}$	L
11 juin 1865	D	248,72720	248,62675	440,3677	440,3665	440,3671
12 » »	D	71511	61466	3643	3656	3649.5
26 » »	C	69093	59119	3642	3728	3685
30 » »	C	68622	58-48	3781	3698	3739.5
13 nov. »	B	63147	54274	3363	3387	3375
17 » »	B	62506	53633	3390	3369	3379.5
20 déc. »	A	62443	52879	3687	3649	3668
25 janv. 1866	A	64581	55017	3638	3574	3606
26 » »	A	64663	55099	3490	3594	3542
Moyenne des 9 jours . .				440,35901	440,35911	440,3590.6

Par la somme des carrés des différences entre les 9 valeurs de L et leur moyenne, on trouve que l'erreur moyenne d'une valeur individuelle est de $\pm 0,0132$, et celle de la moyenne $\pm 0,0044$. Il est impossible de ne pas attribuer ces écarts, en très-grande partie, aux valeurs adoptées pour γ ; car, si celles-ci étaient exactes, les écarts entre les valeurs de L d'un jour à l'autre ne proviendraient que des erreurs fortuites sur T ou sur T'. Or nous avons trouvé que l'erreur moyenne sur une valeur de T ou de T' était de $\pm 0,0000049$, à laquelle correspond une erreur de $\pm 0,00574$ sur $\frac{A}{T^2}$, ou sur $\frac{B}{T'^2}$, et par suite de $\pm 0,00405$ sur L.

En prenant, d'après le second système, la moyenne des 9 jours pour la valeur de T — T', c'est-à-dire en faisant abstraction des différences qui ont pu se présenter d'un jour à l'autre dans la poussée, ou dans le changement d'ajustement des couteaux, on a T — T' = 0,00014606, d'où l'on déduit la correction constante dans les 4 ajustements :

EXPÉRIENCES FAITES

$$\frac{\lambda\gamma}{A} = + 0,20849 \quad ; \quad \frac{\lambda\gamma}{B} = + 0,11188$$

Les valeurs de A, B, de $\frac{A}{T^2}$, $\frac{B}{T^2}$ et L deviennent alors

DATE	Ajustem. des couteaux.	A	B	$\frac{A}{T^2}$	$\frac{B}{T^2}$	L
11 juin 1865	D	248,71775	248,62167	440,3509	440,3576	440,3542.5
12 » »	D	70566	60958	3476	3566	3521
26 oct. »	C	68303	58695	3503	3653	3578
30 » »	C	67832	58224	3642	3622	3632
13 nov. »	B	64732	55124	3644	3537	3590.5
17 » »	B	64091	54483	3670	3519	3594.5
20 déc. »	A	62537	52929	3704	3637	3680.5
25 janv. 1866	A	64675	55067	3654	3583	3618.5
26 » »	A	64757	55149	3505	3603	3554
Moyenne des 9 jours . . .				440,35897	440,35907	440,35902
				Erreur moyenne . ± 0,00163		

La moyenne des 9 jours donne pour L la même valeur que dans le premier système, mais les écarts d'un jour à l'autre sont très-notablement diminués; en effet, l'erreur moyenne d'une valeur individuelle de L n'est plus que de $\pm 0,00489$, c'est-à-dire très-peu supérieure à celle qui résulterait des erreurs accidentelles sur T et sur T', si la valeur adoptée pour γ était parfaitement exacte. Il n'y a ainsi pas de doute que le second système doit être adopté de préférence; l'on obtient de cette façon une valeur plus exacte de γ en calculant T — T' par la moyenne des 9 jours, et en faisant abstraction des différences qui ont pu avoir lieu dans la poussée, ou par le changement d'ajustement des couteaux.

Enfin cette valeur de L 440,35902, avec une erreur moyenne de $\pm 0,00163$, résultat de la nouvelle réduction des observations faites en 1865 et 1866, s'accorde d'une manière satisfaisante, et dans les limites des erreurs, avec celle qu'ont donnée les observations faites en 1871, savoir 440,36110 $\pm 0,00117$.

CHAPITRE VI

Détermination de la pesanteur à Genève d'après l'ensemble des observations.

La nouvelle réduction des observations faites en 1865 et 1866 donnant un résultat d'accord avec les expériences faites en 1871, on peut réunir les deux séries de valeurs de L en une seule moyenne, en attribuant à chaque détermination individuelle le même poids, l'erreur étant à très-peu de chose près la même dans les deux séries, $\pm 0,00489$ pour une observation de la première, et $\pm 0,00469$ de la seconde. En réunissant ainsi les valeurs de L, obtenues dans les deux chapitres précédents, on a :

11 juin	1865	440,35425
12 »	»	3521
26 octobre	»	3578
30 »	»	3632
13 novembre	»	35905
17 »	»	35945
20 décembre	»	36305
25 janvier	1866	36185
26 »	»	3554
1 ^{er} février	1871	3603
2 »	»	3570
3 »	»	36625
4 »	»	3584
5 »	»	3576
14 »	»	3555
19 »	»	3716
20 »	»	3628
18 juillet	»	36275
19 »	»	36603
20 »	»	3619
21 »	»	35935
22 »	»	3522
23 »	»	35945
9 août	»	3616
10 »	»	36425
Moyenne générale		440,36035

L'erreur moyenne de l'une des 25 déterminations est de $\pm 0^l,00478$, ce qui donne pour l'erreur moyenne de la moyenne $\pm 0^l,00095$, et pour son erreur probable, $\pm 0^l,00064$. Si l'on transforme la longueur obtenue dans ces expériences en mesure métrique, en prenant, d'après la définition légale du mètre, $1^l = 0^m,002255829$, on a pour la longueur du pendule simple, faisant à Genève une oscillation dans une seconde de temps moyen,

$0^m,9933778$ erreur moyenne $\pm 0^m,0000021$ erreur probable $\pm 0^m,0000014$
et par suite pour l'intensité de la pesanteur à Genève

$g=9^m,804246$ erreur moyenne $\pm 0^m,0000021$ erreur probable $\pm 0^m,0000014$

Ce résultat repose sur l'hypothèse de l'exactitude absolue de l'échelle du pendule, à laquelle l'intervalle entre les couteaux a été comparé; cette comparaison a toujours été faite aux traits 248^l,4 et 248^l,5 de l'échelle, et si $\pm \Delta$ représente en millièmes de ligne la correction qu'il faut appliquer à la longueur comprise entre le trait 0^l et la moyenne de ces deux traits pour tenir compte des erreurs de division, la correction sur la longueur du pendule simple exprimée en ligne sera $\pm 0^l,00177 \Delta$. Il en résulte pour la correction sur la longueur du pendule simple, exprimée en mesure métrique, $\pm 0^m,00000399 \Delta$, enfin pour la correction sur la pesanteur $\pm 0^m,0000394 \Delta$. Lorsque le Bureau fédéral des poids et mesures sera en possession de la copie du mètre international, qui aura été adopté à la suite des travaux entrepris par la Commission spéciale chargée de cet objet, nous pourrons obtenir l'équation de l'étalon d'argent, auquel l'échelle du pendule a déjà été comparée, et, par suite, arriver à la détermination de la correction $\pm \Delta$.

CHAPITRE VII.

Observations du pendule faites au Righi-Kulm.**Mesures de longueur du pendule.**

Les résultats de ces mesures, faites suivant le même système que celles de Genève, sont donnés dans les tableaux suivants.

Dans le premier, le mode de suspension est désigné par les initiales RNH, RNB, RSH, RSB suivant que l'inscription sur le couteau correspondant au disque creux est en haut ou en bas, tournée vers le nord ou vers le sud. J'indique ensuite dans les colonnes suivantes l'intervalle entre les couteaux obscurs et celui entre les couteaux clairs, mesurés en divisions de l'échelle avec la température correspondante; puis la différence entre ces deux intervalles réduite à la même température; enfin leur moyenne avec la température correspondante. Dans le second tableau, j'ai réuni dans deux colonnes séparées, sous les désignations λ et λ' , les mesures faites le disque plein en haut et réduites à $16^{\circ},25$ avec le coefficient $0,000140$ pour 1° trouvé dans le 1^{er} chapitre, et celles faites le disque plein en bas, réduites également à $16^{\circ},25$.

DATE 1867	MODE de suspension.	INTERVALLE entre les couteaux obscurs.		INTERVALLE entre les couteaux clairs.		DIFFÉRENCE Cout. obscurs - Cout. clairs.	MOYENNE de l'intervalle entre les couteaux obscurs et clairs	
		Température.	Longueur.	Température.	Longueur.		Température.	Longueur.
17 juillet	RNH	14,17	248,48244	14,27	248,47986	+0,00259	14,22	248,48115
» »	RNB	14,20	48217	14,10	48026	+0,00190	14,15	48121
18 »	RSH	14,65	48206	14,80	48216	-0 00008	14,72	48211
» »	RSB	14,50	48259	14,72	48087	+0,00175	14,61	48173
25 »	RSB	17,22	48204	17,12	48151	+0,00052	17,17	48177
» »	RSH	16,84	48346	16,92	48226	+0,00121	16,88	48286
28 »	RNH	14,67	48115	14,85	47996	+0,00121	14,76	48056
» »	RNB	14,72	48172	14,82	48092	+0,00081	14,77	48132

DATE	DISQUE PLEIN EN HAUT	DISQUE PLEIN EN BAS
	λ	λ'
17 juillet	248,48150	248,48143
18 »	48196	48232
25 »	48164	48277
28 »	48153	48077
Moyenne	248,48166	248,48182
Err. moyenne	$\pm 0,000105$	$\pm 0,00045$

Les 8 mesures du premier tableau donnent en moyenne + 0^l,00124 pour la différence de l'intervalle entre les couteaux obscurs et les couteaux clairs, avec une erreur moyenne de $\pm 0^l,00030$. L'erreur moyenne d'une détermination isolée est de $\pm 0^l,00084$, ce qui correspond à une erreur de $\pm 0^l,000595$ sur un intervalle mesuré entre les couteaux obscurs, ou à un intervalle entre les couteaux clairs, et à une erreur de $\pm 0^l,00042$ sur leur moyenne.

D'après le second tableau, on a $\lambda' - \lambda = + 0^l,00016$, erreur moyenne $\pm 0^l,00046$, valeur qui est déjà indiquée à la page 7. On a de même $\frac{\lambda + \lambda'}{2} = 248^l,48174$, erreur moyenne $\pm 0^l,00023$ d'où, avec la valeur

probable de $\lambda' - \lambda = 0,00053 \pm 0,00017$ résultant de l'ensemble des déterminations, on a, pour les observations faites au Righi-Kulm en 1867,

$$\lambda = 248,481475 \pm 0,000245$$

$$\lambda' = 248,482005 \pm 0,000245$$

Détermination du centre de gravité du pendule.

Par deux opérations faites le 2 août, j'ai trouvé pour la distance IG du centre de gravité au centre de figure et pour les distances h et h' du centre de gravité au couteau le plus rapproché et au couteau le plus éloigné

IG.	h	h'
37,43	86,81	161,67
37,44	86,80	161,68
Moyenne 37,435	86,805	161,675

Ces moyennes, qui ne diffèrent que de deux à trois centièmes de ligne des valeurs obtenues à Genève à deux époques différentes, ont été appliquées dans la réduction des observations dans les formules qui servent à calculer γ , ainsi que les corrections $\frac{\lambda\gamma}{h}$, $\frac{\lambda'\gamma}{h'}$.

Détermination de la durée d'une oscillation.

§ 1

Description du procédé.

La lunette à laquelle on observait, à l'aide de l'enregistrement électrique, les passages d'un point de repère sur la monture du couteau, était placée au nord du pendule à une distance de 5^m, 87. Les observations de l'amplitude, ainsi que celles des passages, se succédaient dans l'ordre suivant, à partir d'un instant marqué 0^m pour le commencement :

	0 ^m	observation de l'amplitude
1 ^{re} série	1 à 3 ^m 20 ^s	observation des passages
	6	observation de l'amplitude
	12	» »
	18	» »
	24	» »
	30	» »
	36	» »
2 ^{me} série	38 40 ^s à 41 ^m 0 ^s	observation des passages
	42	observation de l'amplitude.

Comme pour les observations faites à Genève, on distinguait les passages en impairs, ou pairs, suivant que le sens apparent du mouvement dans la lunette avait lieu de gauche à droite ou de droite à gauche, en ayant toujours soin de commencer une série par un passage impair et de la terminer par un passage pair. Les deux premiers jours, j'avais observé, en outre, une série auxiliaire 7^m $\frac{1}{4}$ après la première, afin d'obtenir, par la durée de 600 oscillations, une détermination plus approchée de la durée d'une oscillation et, par suite, de celle de 3000 oscillations; j'ai trouvé ainsi, à un dixième de seconde près, 37^m 41^s et 37^m 40^s,5 dans les deux modes de suspension. Par la comparaison de chaque passage impair de la 1^{re} série avec le passage impair correspondant de la 2^{me} série on avait la durée de 3000 oscillations; on avait également une valeur de cette durée par la comparaison de deux passages pairs correspondants dans les deux séries, et l'on prenait la moyenne de toutes les valeurs ainsi obtenues. La température, indiquée par un thermomètre suspendu au centre de l'appareil et dont la boule était à la hauteur du centre de figure, était notée au commencement et à la fin. Puis une série semblable d'opérations était faite après avoir retourné le pendule, et l'avoir suspendu sur l'autre couteau. Enfin, la parallaxe des plumes était déterminée à trois reprises: avant d'observer les oscillations, après avoir retourné le pendule et à la fin. Les détails sur ces différentes opérations et sur la réduction des observations sont donnés dans les paragraphes suivants.

§ 2

Détermination de la parallaxe des plumes.

Chaque détermination de la parallaxe des plumes repose sur la moyenne de 25 signaux, donnés à l'aide du manipulateur décrit dans le mémoire sur la longitude du Righi-Kulm. J'en faisais ordinairement trois, mais le 11 et le 15 juillet, j'en ai fait quatre, parce que j'ai dû changer l'une des plumes, qui ne marquait pas bien, entre les observations des oscillations faites dans les deux positions du pendule. Le tableau suivant renferme pour chaque détermination la correction qui résulte pour la parallaxe des plumes de la moyenne des 25 signaux, avec son erreur moyenne déduite de la comparaison de chaque signal avec la moyenne.

DATE	1 ^{re} DÉTERMINATION		2 ^{me} DÉTERMINATION		3 ^{me} DÉTERMINATION		4 ^{me} DÉTERMINATION	
	Correction parallaxe.	Erreur moyenn.	Correction parallaxe.	Erreur moyenne	Correction parallaxe.	Erreur moyenne.	Correction parallaxe.	Erreur moyenne.
1867								
11 juillet	$-0,0830$	$0,0009$	$-0,0841$	$0,0009$	$-0,0814$	$0,0009$	$-0,0805$	$0,0011$
12 »	$-0,0780$	$0,0009$	$-0,0774$	$0,0009$	$-0,0795$	$0,0008$		
15 »	$-0,0725$	$0,0011$	$-0,0652$	$0,0014$	$-0,0717$	$0,0008$	$-0,0564$	$0,0009$
16 »	$-0,0307$	$0,0008$	$-0,0303$	$0,0009$	$-0,0299$	$0,0009$		
19 »	$-0,0286$	$0,0012$	$-0,0273$	$0,0009$	$-0,0296$	$0,0009$		
20 »	$-0,1432$	$0,0013$	$-0,1430$	$0,0010$	$-0,1432$	$0,0010$		
24 »	$-0,0824$	$0,0010$	$-0,0841$	$0,0014$	$-0,0839$	$0,0010$		
25 »	$-0,0757$	$0,0010$	$-0,0778$	$0,0010$	$-0,0752$	$0,0010$		
27 »	$-0,0820$	$0,0010$	$-0,0753$	$0,0010$	$-0,0759$	$0,0009$		
29 »	$-0,0788$	$0,0010$	$-0,0807$	$0,0013$	$-0,0793$	$0,0011$		

De l'ensemble des 32 déterminations, il résulte que l'erreur moyenne de l'une d'entre elles est de $\pm 0^s,0010$, et, par suite, l'erreur moyenne pour un signal isolé est de $\pm 0^s,0050$, le nombre total de signaux étant de 800. Si l'on compare la correction de la parallaxe d'une détermination à l'autre, le même jour, on ne trouve, dans presque tous les cas, que des différences minimales de 1 à 2 millièmes de seconde au plus, et comprises dans les limites de l'incertitude dont chaque valeur est affectée.

Les erreurs sur un intervalle de temps donné par l'enregistrement et provenant d'un défaut de stabilité de la position relative des deux plumes, sont ainsi, pour la plupart des jours, tout à fait insensibles. Les seuls cas dans lesquels la variation dépasse les limites de l'incertitude, et laisse soupçonner un petit déplacement dans la position relative des deux plumes, sont le 11, 15 et 27 juillet; et encore le 11 juillet ce déplacement a été produit par le changement de plume, et ne peut donner lieu à aucune erreur, puisque la 1^{re} et la 2^{me} détermination s'accordent entre elles, de même que la 3^{me} et la 4^{me}. Pour le 15 et le 27 juillet, on peut redouter une petite erreur sur la durée de 3000 oscillations et tenant à cette cause, mais cette erreur ne dépasse pas 5 à 6 millièmes de seconde, soit sur la durée d'une oscillation une erreur de 0^s,0000020.

§ 3

Détermination de la correction horaire du chronomètre sur le temps sidéral.

Si j'avais voulu déduire la marche du chronomètre des observations d'étoiles faites au Righi, je me serais exposé dans plusieurs cas à une assez grande incertitude, provenant du petit nombre de jours où le temps, très-défavorable dans ce mois de juillet, permettait de faire des observations. Il y a eu constamment, à cette époque, des séries de 3 à 4 jours entièrement couverts; ou bien, si de rares éclaircies permettaient l'observation de quelques étoiles, elles étaient insuffisantes pour une détermination exacte de l'heure. Comme les jours d'observation du pendule tombent fréquemment sur ces séries de temps couvert, j'aurais été obligé de déduire la marche du chronomètre d'observations faites à plusieurs jours de distance, et de la supposer, par conséquent, constante pendant tout cet intervalle.

J'avais heureusement à ma disposition un moyen bien plus exact de déterminer la marche du chronomètre, qui m'était fourni par les comparaisons avec la pendule de Neuchâtel, faites, chaque soir, pour les re-

cherches de la longitude. Du 11 au 30 juillet, c'est-à-dire pendant tout le temps où les observations du pendule ont été faites, les comparaisons n'ont manqué que trois fois, le 12, le 19 et le 26; ces comparaisons me donnaient ainsi de jour en jour la marche relative du chronomètre et de la pendule de Neuchâtel, et, par suite, la marche diurne du chronomètre, déduite de celle d'une excellente pendule, dont la correction sur le temps sidéral est donnée par une grande lunette méridienne avec une bien plus grande exactitude que celle, que l'on peut obtenir avec un instrument portatif dans un observatoire temporaire.

D'après les comparaisons publiées dans le mémoire sur la différence de longitude entre le Righi et les observatoires de Zurich et de Neuchâtel, pages 158 et 159, on a pour les différences entre le chronomètre électrique et la pendule de Neuchâtel.

	h	m	s	—	m	s
le 11 juillet	à 17	17	55	—	2	16,175
13 »	17	48	42			10,177
14 »	17	31	6			7,286
15 »	18	29	58			4,273
16 »	17	49	0		1	59,670
17 »	17	24	39			57,051
18 »	17	33	21			54,332
20 »	18	4	57			48,979
21 »	17	47	13			46,414
22 »	17	47	38			43,841
23 »	17	53	17			41,747
24 »	17	52	57			39,368
25 »	18	35	15			36,914
27 »	17	47	7			32,027
28 »	17	57	29			29,218
29 »	17	57	13			26,336
30 »	19	6	45			23,325

Si de ces comparaisons on déduit pour chaque jour, où le pendule a été observé, la correction horaire relative du chronomètre et de la pendule de Neuchâtel, et si l'on calcule la correction horaire de cette dernière, sur le temps sidéral, d'après la marche indiquée à la page 110, on aura pour la correction horaire du chronomètre :

	Correct. relat. horaire. Chronomètre-pendule.	Correction horaire. Pendule N.	Correction horaire. Chronomètre.
11 juillet	— 0,1237 ^s	+ 0,0171 ^s	— 0,1066 ^s
12 »	— 0,1237	+ 0,0171	— 0,1066
15 »	— 0,1205	+ 0,0171	— 0,1034
16 »	— 0,1975	+ 0,0171	— 0,1804
19 »	— 0,1103	— 0,0058	— 0,1161
20 »	— 0,1103	— 0,0058	— 0,1161
24 »	— 0,0991	— 0,0133	— 0,1124
25 »	— 0,1000	— 0,0133	— 0,1133
27 »	— 0,1035	+ 0,0014	— 0,1021
29 »	— 0,1180	+ 0,0128	— 0,1052

La marche du chronomètre qui ressort de ces comparaisons a été, en général, très-régulière, la seule irrégularité très-frappante est celle du 16 juillet; peut-être doit-elle être attribuée à la décharge électrique qui éclata dans le laboratoire, lorsque la foudre frappa le signal dans la nuit du 15 au 16 juillet.

§ 4.

Observations, de la durée de 5000 oscillations.

Le tableau suivant renferme pour chaque jour, et dans chaque mode de suspension, le résultat obtenu pour la durée de 3000 oscillations d'après le système exposé dans le § 1. J'indique la lecture du thermomètre faite au commencement et à la fin des oscillations observées dans chaque mode de suspension; puis la durée moyenne résultant de la comparaison entre chaque passage impair de la 1^{re} série et le passage impair correspondant de la 2^{me} série, avec l'erreur moyenne d'un intervalle, déduite de la somme des carrés des écarts entre chaque valeur individuelle d'un intervalle et leur moyenne; les deux colonnes suivantes renferment les données analogues pour les passages pairs. Puis j'indique le nombre total d'intervalles observés, dont une moitié pour les intervalles entre les passages impairs, et l'autre moitié pour ceux entre les passages pairs; la durée moyenne résultant du nombre total d'intervalles entre les passages

pairs ou impairs, avec son erreur moyenne déduite de l'erreur moyenne sur chaque intervalle. La colonne suivante donne la réduction au temps sidéral de la durée observée en temps du chronomètre, d'après la correction horaire indiquée au paragraphe précédent, enfin la dernière colonne renferme la durée observée de 3000 oscillations en temps sidéral.

(Voir ce tableau à la page 75.)

Le nombre total d'intervalles observés pendant ces dix jours est de 3340; par conséquent, le nombre total de passages enregistrés est de 6680. Pour les 1670 intervalles entre les passages impairs, l'erreur moyenne d'un intervalle est de $\pm 0^s,0375$, et pour les 1670 intervalles entre les passages pairs $\pm 0^s,0376$, donc sensiblement la même pour les deux sens. Il en résulte que pour les 6680 passages l'erreur moyenne sur l'observation et l'enregistrement d'un passage est de $\pm 0^s,0266$, soit, à peu de chose près, la même que pour les observations du pendule faites à Genève en 1871.

§ 5.

Observations de l'amplitude des oscillations.

D'après le programme des opérations donné au § 1, l'amplitude était observée de 6 minutes en 6 minutes pendant que le pendule oscillait, soit entre les limites de 21 minutes avant, et de 21 minutes après l'instant moyen. Ces 8 observations de l'amplitude sont données pour chaque jour, et pour chaque mode de suspension, dans le tableau suivant, ainsi que l'amplitude moyenne entre les limites de -21^m et de $+21^m$. Comme l'angle, dont le pendule avait été écarté de la verticale, varie dans des limites assez étendues d'un jour à l'autre, j'ai calculé séparément, pour chaque jour, la formule en fonction du temps qui représente les 8 valeurs observées de l'amplitude; ces formules, dans lesquelles l'unité pour t est la minute, sont indiquées plus loin avec l'erreur moyenne qui résulte de la comparaison entre chacune des 8 valeurs observées et la valeur donnée par la formule pour la valeur correspondante de t . On

MODE de suspension	TEMPÉRA- TURE		PASSAGES IMPAIRS		PASSAGES PAIRS		Nom- bre total.	MOYENNE PASSAGES PAIRS ET IMPAIRS		Réduction au temps sidéral.	'DURÉE de 3000 oscillations en temps sidéral.
	Com- mence- ment.	Fin.	Intervalle moyen.	Erreur moyen* 1 int.	Intervalle moyen.	Erreur moyen* 1 int.		Intervalle moyen.	Erreur moyen- ne.		
11 Juillet. Baromètre à 0° 618 ^{mm} ,3.											
R N H	14,95	14,90	2260,5245	0,041	2260,5301	0,038	162	2260,5273	0,0031	-0,0669	2260,4604
R N B	15,00	14,75	9648	0,035	9642	0,033	208	9645	0,0023	-0,0669	8976
12 Juillet. Baromètre à 0° 615 ^{mm} ,2.											
R S H	16,00	15,85	2260,5754	0,039	2260,5719	0,034	138	2260,5737	0,0031	-0,0669	2260,5068
R S B	15,80	15,40	9520	0,031	9470	0,035	138	9495	0,0028	-0,0669	8826
15 Juillet. Baromètre à 0° 616 ^{mm} ,9.											
R N H	16,55	16,40	2260,6131	0,041	2260,6134	0,045	172	2260,6132	0,0033	-0,0649	2260,5483
R N B	16,40	16,05	9886	0,038	9903	0,035	182	9895	0,0027	-0,0649	9246
16 Juillet. Baromètre à 0 616 ^{mm} ,3.											
R S H	14,35	14,20	2260,5725	0,042	2260,5585	0,042	188	2260,5655	0,0031	-0,1133	2260,4522
R S B	14,25	13,90	9540	0,048	9530	0,042	232	9535	0,0030	-0,1133	8402
19 Juillet. Baromètre à 0 613 ^{mm} ,8.											
R N H	13,60	13,50	2260,5760	0,040	2260,5789	0,034	136	2260,5775	0,0032	-0,0729	2260,5046
R N B	13,60	13,40	9355	0,032	9403	0,034	162	9379	0,0026	-0,0729	8650
20 Juillet. Baromètre à 0 615 ^{mm} ,9.											
R S H	13,65	13,35	2260,5450	0,042	2260,5280	0,043	164	2260,5365	0,0033	-0,0729	2260,4636
R S B	13,40	13,35	9380	0,036	9360	0,042	162	9370	0,0031	-0,0729	8641
24 Juillet. Baromètre à 0 614 ^{mm} ,4.											
R N H	15,60	16,00	2260,6274	0,032	2260,6239	0,033	168	2260,6256	0,0025	-0,0706	2260,5550
R N B	16,05	15,75	2261,0014	0,038	2260,9894	0,039	160	9954	0,0030	-0,0706	9248
25 Juillet. Baromètre à 0 613 ^{mm} ,8.											
R S H	17,50	17,50	2260,6294	0,038	2260,6221	0,038	162	2260,6257	0,0030	-0,0711	2260,5546
R S B	17,55	17,30	9538	0,031	9582	0,033	160	9570	0,0025	-0,0711	8859
27 Juillet. Baromètre à 0 618 ^{mm} ,9.											
R N H	14,65	14,70	2260,5801	0,037	2260,5780	0,039	160	2260,5790	0,0030	-0,0641	2260,5149
R N B	14,85	14,60	9503	0,036	9430	0,037	160	9467	0,0029	-0,0641	8826
29 Juillet. Baromètre à 0 614 ^{mm} ,9.											
R S H	14,65	15,05	2260,5691	0,035	2260,5661	0,040	164	2260,5676	0,0029	-0,0661	2260,5015
R S B	14,95	14,15	9717	0,038	9731	0,037	162	9724	0,0029	-0,0661	9063

voit ainsi que ces formules représentent, en moyenne, à $\pm 0',40$ près, l'amplitude observée, lorsque le disque plein est en haut, et à $\pm 0',19$ près, lorsqu'il est en bas. Pour déduire de l'ensemble des observations la loi du décroissement, j'ai pris, pour chaque valeur de t , la moyenne de l'amplitude donnée par les 10 jours d'observation, et j'ai calculé la formule d'après ces valeurs moyennes; le chiffre calculé d'après cette formule est indiqué dans l'avant-dernière colonne, la dernière donnant l'écart de la formule. Ainsi la formule, déduite de la moyenne des 10 jours, représente, à $\pm 0',11$ près, l'amplitude observée, lorsque le disque plein est en haut, et, à $\pm 0',05$ près, lorsqu'il est en bas.

t	11 juillet	12 juillet	15 juillet	16 juillet	19 juillet	20 juillet	24 juillet	25 juillet	27 juillet	29 juillet	Moyenne des 10 jours.	Formule.	ÉCART form.-obs.
Disque plein en haut.													
m													
-21	113	110	122	108,5	102,5	120	110	102	115	120	112,30	112,26	-0,04
-15	98	94	105	93,5	90	105	95,5	90	100	103,5	97,45	97,52	+0,07
-9	86	82	91,5	82	78,5	93	83,5	79	88,5	90,5	85,45	85,48	+0,03
-3	77	73	81	72	70	82	74,5	70	77	81	75,75	75,66	-0,09
+3	68	66,5	72,5	64,5	62	72,5	68	62	70	71	67,70	67,58	-0,12
+9	60	60	64	58	56	65,5	60	57	60	65	60,55	60,77	+0,22
+15	54	53,5	59	52,5	50	59,5	55	51	55	59	54,85	54,76	-0,09
+21	48	47,5	52	46,5	44,5	54	50	45	50	53	49,05	49,06	+0,01
Moyenne	74,8	72,5	80,0	71,4	68,6	80,6	73,8	68,9	76,1	79,5	74,62		$\pm 0,11$
Disque plein en bas.													
-21	85	99	100	83	95	99	97	92,5	98	96,5	94,50	94,47	-0,03
-15	79	90	93	78	89	91,5	90	86	91	90	87,75	87,82	+0,07
-9	73	83	88	73	83,5	85,5	84	80	85	84	81,90	81,90	0
-3	67	78	82,5	68,5	78,5	80,5	78,5	74,5	80	79	76,70	76,60	-0,10
+3	63	73	78	64	73	74,5	73,5	69,5	75	74	71,75	71,79	+0,04
+9	59	68	73	60,5	69	70	69	65	70	70	67,35	67,37	+0,02
+15	55	63,5	69	57	64	66	65	61	65,5	66	63,20	63,20	0
+21	51	59,5	64	54	60	62	61	57,5	61	62	59,20	59,19	-0,01
Moyenne	66,3	76,4	80,8	67,4	76,4	78,4	77,0	73,0	78,0	77,4	75,07		$\pm 0,05$

Formules, le disque plein étant en haut.

11 juillet	$\alpha = 71,87 - 1,4107 t + 0,019184 t^2 - 0,0003044 t^3 \pm 0,43$
12 »	$\alpha = 69,36 - 1,1742 t + 0,020922 t^2 - 0,0007193 t^3 \quad 0,30$
15 »	$\alpha = 76,25 - 1,4456 t + 0,024467 t^2 - 0,0004911 t^3 \quad 0,43$
16 »	$\alpha = 68,17 - 1,2756 t + 0,021244 t^2 - 0,0004504 t^3 \quad 0,17$
19 »	$\alpha = 65,89 - 1,2567 t + 0,017444 t^2 - 0,0002866 t^3 \quad 0,24$
20 »	$\alpha = 77,23 - 1,4980 t + 0,022244 t^2 - 0,0001578 t^3 \quad 0,26$
24 »	$\alpha = 70,58 - 1,2374 t + 0,021078 t^2 - 0,0003918 t^3 \quad 0,49$
25 »	$\alpha = 66,31 - 1,2242 t + 0,016867 t^2 - 0,0003039 t^3 \quad 0,45$
27 »	$\alpha = 72,89 - 1,4958 t + 0,021411 t^2 - 0,0001110 t^3 \quad 0,75$
29 »	$\alpha = 75,78 - 1,3958 t + 0,024306 t^2 - 0,0004441 t^3 \quad 0,45$

Moy. des 10 jours $A = 71,434 - 1,3434 t + 0,020916 t^2 - 0,00036601 t^3 \pm 0,11$

Formules, le disque plein étant en bas.

11 juillet	$\alpha' = 65,25 - 0,7704 t + 0,006611 t^2 - 0,0000935 t^3 \pm 0,32$
12 »	$\alpha' = 75,03 - 0,8173 t + 0,009097 t^2 - 0,0002806 t^3 \quad 0,33$
15 »	$\alpha' = 80,17 - 0,7838 t + 0,004056 t^2 - 0,0001578 t^3 \quad 0,25$
16 »	$\alpha' = 66,28 - 0,6943 t + 0,005122 t^2 \quad 0 \quad 0,13$
19 »	$\alpha' = 75,78 - 0,8313 t + 0,003802 t^2 \quad 0 \quad 0,22$
20 »	$\alpha' = 77,26 - 0,8516 t + 0,007231 t^2 - 0,0000584 t^3 \quad 0,30$
24 »	$\alpha' = 75,86 - 0,8200 t + 0,007338 t^2 - 0,0000818 t^3 \quad 0,09$
25 »	$\alpha' = 71,94 - 0,8333 t + 0,006944 t^2 \quad 0 \quad 0,00$
27 »	$\alpha' = 77,27 - 0,8213 t + 0,004879 t^2 - 0,0001344 t^3 \quad 0,14$
29 »	$\alpha' = 76,49 - 0,7774 t + 0,006372 t^2 - 0,0000994 t^3 \quad 0,11$

Moy. des 10 jours $A' = 74,142 - 0,8004 t + 0,006093 t^2 - 0,0000896 t^3 \pm 0,05$

Comme les formules calculées sur la moyenne des 10 jours représentent les amplitudes observées à de très-petites différences près, qui sont en dedans des limites des erreurs des observations, on peut en faire usage pour en déduire la loi du décroissement. On peut, en particulier, trouver, à l'aide de ces formules, les valeurs de t pour lesquelles l'amplitude A atteint successivement le chiffre de 110', 105', 100', et ainsi de suite, pour des valeurs de l'amplitude comprises en dedans des limites observées et espacées de 5' en 5'. La différence entre deux valeurs consécutives de t fait connaître la durée en temps sidéral pour un décroissement de 5'; enfin la différentielle $\frac{dA}{dt}$ donne le décroissement en secondes, dans une seconde sidérale, à chaque amplitude.

EXPÉRIENCES FAITES

A	DISQUE PLEIN EN HAUT			DISQUE PLEIN EN BAS		
	<i>t</i>		$\frac{dA}{dt}$	<i>t</i>		$\frac{dA}{dt}$
110	— 20,154	m	— 2,632			
105	— 18,192	1,962	— 2,468			
100	— 16,095	2,097	— 2,301			
95	— 13,839	2,256	— 2,133	— 21,451	m	— 1,185
90	— 11,395	2,444	— 1,963	— 17,046	4,405	— 1,086
85	— 8,731	2,664	— 1,792	— 12,224	4,822	— 0,989
80	— 5,800	2,931	— 1,623	— 6,920	5,304	— 0,898
75	— 2,549	3,251	— 1,457	— 1,063	5,857	— 0,814
70	+ 1,085	3,634	— 1,299	+ 5,377	6,440	— 0,743
65	+ 5,167	4,082	— 1,157	+ 12,375	6,998	— 0,691
60	+ 9,736	4,569	— 1,040	+ 19,780	7,405	— 0,664
55	+ 14,745	5,009	— 0,964			
50	+ 20,005	5,260	— 0,946			

Il résulte de ces chiffres que le temps employé pour le décroissement de l'amplitude de 95' à 60' est de 23^m,575, le disque plein étant en haut, et de 41^m,231, le disque plein étant en bas. Ces deux nombres sont dans le rapport de 1 : 1,75, tandis que le rapport des distances du centre de gravité à chacun des couteaux est celui de 1 : 1,866; si l'on prenait entre les mêmes limites le décroissement moyen dans une seconde sidérale, on aurait — 1",554, le disque plein en haut, et — 0",878, le disque plein en bas, nombres dont le rapport est celui de 1,77 : 1. Ces observations donnent ainsi pour le rapport du décroissement, dans les deux modes de suspension, un chiffre qui s'accorde moins bien avec le rapport des distances du centre de gravité à chacun des couteaux, que cela n'avait lieu pour les observations de Genève.

Si l'on compare maintenant, entre les mêmes limites d'amplitude, le décroissement moyen au Righi et à Genève, en mettant en regard la densité de l'air rapportée à la même unité, et en indiquant séparément pour Genève les observations faites dans l'hiver de 1871 et celles faites en été, on aura pour calculer la densité de l'air au Righi par la moyenne des 10 jours : Baromètre à 0° 615^{mm},76, température + 15°,09, la densité prise pour unité correspondant à une pression de 728^{mm},06, et à une température + 13°,50. En calculant d'après les chiffres de la page 29 le décroissement moyen entre les limites de 110' et 50', le disque plein en haut, et celles de 95' et 60', le disque plein en bas, on a :

		De 110' à 50'		De 95' à 60'	
		Disque plein en haut.		Disque plein en bas.	
Righi-Kulm	1867.	densité	0,841 — 1,6655		— 0,8780
Genève	1871 hiver	»	1,041 — 1,7889		— 0,9226
»	» été	»	0,962 — 1,7281		— 0,8933

La diminution de la densité de l'air au Righi-Kulm a ainsi pour effet de ralentir le décroissement de l'amplitude; en comparant le décroissement entre les mêmes limites et pour des valeurs assez différentes de la densité de l'air, on pourrait arriver à une évaluation de la partie constante qui revient au frottement, et de la partie variable tenant à la résistance de l'air, et dépendant de sa densité. Mais il me paraît préférable de n'entreprendre cette comparaison qu'après avoir réuni un plus grand nombre de données, et de différer cette recherche, tant que la réduction des observations faites dans d'autres stations ne sera pas terminée.

Le commencement de la première série de passages a toujours eu lieu, d'après la tabelle du § 1 donnant le programme des opérations, à une valeur de t égale à -20^m , et la seconde série de passages se terminait, à quelques secondes près, à une valeur de t égale à $+20^m$. J'ai calculé, d'après la formule correspondante, donnée ci-dessus pour chaque jour et dans chaque mode de suspension, l'amplitude pour des valeurs de t , de quatre en quatre minutes, de -20^m à $+20^m$, ainsi que la réduction à l'arc infiniment petit par la formule $-\frac{T\alpha^2}{16}$; des 11 valeurs ainsi obtenues j'ai déduit par sommation l'amplitude moyenne pendant la durée des passages, ainsi que la réduction moyenne à l'arc infiniment petit. Pour les observations de Genève en 1871, le calcul avait été fait de minute en minute; en espaçant les valeurs de t de quatre en quatre minutes, on obtient une exactitude un peu moins grande, bien que très-suffisante, puisque la différence entre les deux modes de calculer ne dépasse pas une ou deux unités de la septième décimale, pour la réduction à l'arc infiniment petit.

§ 6.

Durée d'une oscillation réduite à l'arc infiniment petit.

Les chiffres de la dernière colonne du tableau page 75, divisés par 3000, donnent la durée observée d'une oscillation en temps sidéral; cette durée est donnée ci-dessous avec la moyenne des températures observées au commencement et à la fin de chaque série. J'ai fait usage de la formule correspondant à chaque jour d'observations pour calculer, ainsi qu'il vient d'être dit, l'amplitude au commencement et à la fin d'une série de passages, ainsi que l'amplitude moyenne et la réduction moyenne à l'arc infiniment petit. La dernière colonne donne, en temps sidéral, la durée d'une oscillation réduite à l'arc infiniment petit et correspondant à la température marquée dans une colonne précédente.

DATE 1867	MODE de suspension.	Tempéra- ture moyenne.	Durée observée 1 oscillation. Temps sidéral.	AMPLITUDE			Réduction à l'arc infiniment petit.	Durée réduite à l'arc infinim ^t petit. Temps sidéral.
				Commencement.	Fin.	Moyenne.		
11 juillet	R N H	+ 14,925	^s 0,7534868	84,1	51,7	66,15	-0 ^s ,0000	^s 0,7534690
» »	R N B	14,875	6325	110,4	48,6	74,48	234	6091
12 »	R S H	15,925	5023	97,3	60,5	76,29	236	4787
» »	R S B	15,60	6275	107,0	49,1	72,24	218	6057
15 »	R N H	16,475	5161	98,7	64,9	80,72	264	4897
» »	R N B	16,225	6415	118,9	53,2	79,58	266	6149
16 »	R S H	14,275	4841	82,2	54,4	66,97	182	4659
» »	R S B	14,075	6134	105,8	47,6	71,06	212	5922
19 »	R N H	13,55	5015	93,9	61,0	76,31	236	4779
» »	R N B	13,50	6217	100,3	45,4	68,26	196	6021
20 »	R S H	13,50	4879	97,7	62,6	78,24	248	4631
» »	R S B	13,375	6214	117,4	54,9	80,26	270	5944
24 »	R N H	15,80	5183	95,9	61,7	76,86	240	4943
» »	R N B	15,90	6416	107,3	50,7	73,43	224	6192
25 »	R S H	17,50	5182	91,4	58,0	72,88	216	4966
» »	R S B	17,425	6286	100,0	46,4	68,62	198	6088
27 »	R N H	14,675	5050	96,7	61,7	77,93	246	4804
» »	R N B	14,725	6275	112,3	50,7	75,79	242	6033
29 »	R S H	14,85	5005	95,4	62,7	77,36	242	4763
» »	R S B	14,55	6354	117,0	54,2	79,09	262	6092

Détermination de la pesanteur au Righi-Kulm.

En procédant, pour les observations faites au Righi-Kulm, de la même manière que pour celles de Genève, il faudra réduire la durée de l'oscillation observée le même jour, dans les deux modes de suspension, à la température moyenne τ pour ce jour. Comme la température diffère au plus de 2 à 3 dixièmes de degré de l'une de ces séries à l'autre, on peut prendre sans inconvénient dans les deux modes de suspension les coefficients $0^s,000006382$ et $0^s,000006755$ pour 1^o , déduits des observations de Genève, car la réduction ne porte que sur quelques unités de la septième décimale. Après l'application de cette réduction et la conversion en temps moyen, on trouve pour chaque jour, et pour la température correspondant τ , les durées T et T' d'une oscillation en temps moyen, le disque plein étant en haut ou en bas. La dernière colonne $T - T'$ donne pour chaque jour leur différence augmentée de $0^s,0000008$, pour tenir compte de l'allongement de la tige du pendule causé par la position du disque plein au bas de la tige.

DATE	Baromètre à 0^o .	Températ. moyenne. τ	DISQUE PLEIN	DISQUE PLEIN	$T - T'$ $+0^s,0000008$
			EN HAUT T	EN BAS T'	
11 juillet	618,3	$+ 14,90$	0,7515516	0,7514116	0,0001408
12 »	615,2	15,76	5491	4203	1296
15 »	616,9	16,35	5581	4315	1274
16 »	616,3	14,175	5352	4079	1281
19 »	613,8	13,525	5446	4204	1250
20 »	615,9	13,44	5372	4054	1326
24 »	614,4	15,85	5609	4375	1242
25 »	613,8	17,46	5514	4390	1132
27 »	618,1	14,70	5455	4232	1231
29 »	614,9	14,70	5525	4180	1353

La moyenne de $T - T'$ pour les 10 jours est de $0^s,00012795$, et elle correspond à une densité de l'air déterminée par une pression de $615^{\text{mm}},76$ et une température de $15^o,09$. Les variations de pression et

de température sont assez faibles d'un jour à l'autre, pour que l'on puisse faire abstraction des différences de quelques millièmes qui en résulteraient sur la densité de l'air, et qui affecteraient la différence $T - T'$ de quelques unités sur la septième décimale seulement. L'écart moyen entre la valeur de $T - T'$ pour un jour, et la moyenne des 10 jours, est de $\pm 0,0000075$, ce qui correspond à une erreur de $\pm 0,0000053$ sur une valeur de T ou de T' .

Les observations du Righi, en 1867, ont été faites dans l'ajustement A des couteaux, qui est resté le même pour toutes les observations postérieures, en particulier pour celles de Genève en 1871; on peut, par conséquent, admettre que la partie de $T - T'$ qui dépend des imperfections de l'appareil, de l'ajustement des couteaux, du frottement, etc., soit restée constante de 1867 à 1871, ou du moins n'ait varié qu'entre des limites très-étroites. Les différences dans les valeurs de $T - T'$ d'une série à l'autre peuvent ainsi être attribuées à la variation de la poussée suivant la densité de l'air, et peuvent servir à la déterminer. Il me semble préférable de ne faire entrer dans cette comparaison que les observations de Genève en 1871, et non la série antérieure de 1865-66, dans laquelle le changement d'ajustement des couteaux a pu introduire des variations indépendantes de la densité de l'air.

Si l'on représente ainsi la différence $T - T'$ de la durée d'une oscillation, à la même température, dans les deux modes de suspension, par ces deux termes

$$x + y d$$

dont le premier est indépendant de la densité de l'air, et dont le second en dépend, en prenant toujours pour unité de densité celle qui est déterminée par une pression de 728^{mm},06 et une température de $+ 13^{\circ},50$, on aura les relations :

$$\begin{array}{rcl} 1867 \text{ Righi-Kulm} & x + 0,841 y = & 0,00012795 \\ 1871 \text{ Genève (hiver)} & x + 1,041 y = & 1447 \\ \text{» } \text{» } \text{ (été)} & x + 0,962 y = & 1369 \end{array}$$

d'où l'on déduit $y = 0,0000829 \pm 0,0000048$
 $x = 0,0000579 \pm 0,0000045$

La substitution de ces valeurs de y et de x dans les trois équations laisse les erreurs suivantes :

1867 Righi	— 0 ^s ,0000003
1871 Genève (hiver)	— 0,0000005
» » (été)	+ 0,0000008

Ces valeurs représentent ainsi la variation de $T - T'$ d'une série à l'autre d'une manière très-satisfaisante, et cela pour des densités de l'air qui ont varié dans le rapport de 4 : 5 environ. La comparaison de ces trois séries montre que, si le pendule oscillait dans le vide, la différence $T - T'$, dans les deux modes de suspension serait de $0^s,0000579 \pm 0^s,0000045$, tandis que les observations seules de Genève, faites entre des limites bien moins étendues pour la densité de l'air, avaient donné $0^s,0000487 \pm 0^s,0000389$. La réduction des observations faites dans un plus grand nombre de stations permettra, sans doute, d'obtenir cet élément avec une précision plus grande encore.

On voit, également, d'après la valeur obtenue pour y , qu'une variation d'un centième dans la densité de l'air ne modifie $T - T'$ que de 8 unités sur la septième décimale, quantité assez faible pour qu'il soit inutile d'en tenir compte, attendu qu'elle est très-petite en comparaison des autres causes d'erreur. On peut ainsi négliger les variations produites par la densité de l'air sur $T - T'$ et sur la correction qui en dépend, tant que les variations sur la densité de l'air ne dépassent pas un centième. Avec la valeur moyenne de $T - T' = 0^s,00012795$, et avec celles trouvées à la page 68, savoir

$$IG = 37^s,435 \quad h = 86^s,805 \quad h' = 161^s,675$$

on obtient $\frac{\lambda y}{h} = + 0^s,18267$ $\frac{\lambda y}{h'} = + 0^s,09810$

La réduction $\lambda \cdot C (\tau - 16^{\circ},25)$, de la longueur de l'intervalle entre les couteaux à $16^{\circ},25$, à celle qui correspond à la température τ des observations de chaque jour, a été calculée avec le coefficient de dilatation donné par les observations de Genève, $C = 0,000018973$, soit $0^s,0047143$

pour 1° pour λC . Cette correction est donnée, pour chaque jour, dans le tableau suivant, ainsi que la longueur corrigée de l'intervalle entre les couteaux, savoir

$$\lambda \left(1 + \frac{\gamma}{h}\right) \left\{1 + C(\tau - 16^{\circ},25)\right\} = A, \text{ disque plein en haut,}$$

$$\lambda' \left(1 + \frac{\gamma}{h'}\right) \left\{1 + C(\tau - 16^{\circ},25)\right\} = B, \text{ » » en bas,}$$

en faisant usage des valeurs de $\lambda = 248^{\circ},481475$ et de $\lambda' = 248^{\circ},482005$ trouvées à la page 68. Le tableau donne ensuite pour chaque jour les valeurs de $\frac{A}{T^2}$, $\frac{B}{T'^2}$, calculées avec les durées T et T' données ci-dessus, enfin la moyenne L de $\frac{A}{T^2}$ et de $\frac{B}{T'^2}$, pour chaque jour.

DATE 1867	$\lambda C \times$ ($\tau - 16^{\circ},25$)	A	B	$\frac{A}{T^2}$	$\frac{B}{T'^2}$	L
11 juillet	- 0,00636	248,65778	248,57374	440,2347	440,2499	440,2423
12 »	- 0,00231	66183	57779	2450	2469	24595
15 »	+ 0,00047	66461	58057	2393	2389	2391
16 »	- 0,00978	65436	57032	2481	2482	24815
19 »	- 0,01285	65129	56725	2316	2283	22995
20 »	- 0,01325	65089	56685	2395	2451	2423
24 »	- 0,00189	66225	57821	2318	2278	2298
25 »	+ 0,00570	66984	58580	2564	2394	2479
27 »	- 0,00731	65683	57279	2404	2348	2376
29 »	- 0,00731	65683	57279	2322	2408	2365
Moyenne des 10 jours				440,2399	440,2400	440,23995

Ainsi, exprimée en lignes de Paris, la longueur du pendule simple, faisant au Righi-Kulm une oscillation dans une seconde de temps moyen, est de

$$440,23995 \text{ erreur moyenne } \pm 0,0021 \text{ erreur probable } \pm 0,0014$$

L'erreur moyenne sur la valeur de L, donnée par un jour isolé, est de $\pm 0,0066$.

Si l'on convertit la longueur du pendule simple en mesure métrique, on a $0^m,9931060$ avec une erreur moyenne $\pm 0^m,0000047$ et par suite, pour la pesanteur au Righi-Kulm,

$$g = 9^m,801565 \quad \text{erreur moyenne } \pm 0^m,0000466 \quad \text{erreur prob. } \pm 0^m,0000315$$

Cette valeur est susceptible, comme celle trouvée pour Genève, d'une correction égale à $\pm 0^m,0000394 \Delta$, si $\pm \Delta$ représente, en millièmes de ligne, la correction qu'il faut appliquer à l'échelle du pendule, du trait 0' à la moyenne des traits 248',4 et 248',5.

La pesanteur, à Genève, a été trouvée, dans le chapitre précédent,

$$g = 9^m,804246 \pm 0^m,000014$$

si on la réduit à la latitude du Righi, et à la hauteur où se trouvait le centre de l'appareil dans cette station, soit pour une latitude plus boréale de 51' 30" et pour une altitude de 1379^m,5 plus élevée, elle deviendrait

$$g (1 + 0,00007893) (1 - 0,00043339) = g (1 - 0,00035446)$$

La comparaison directe de la pesanteur déterminée dans les deux stations donne

$$g (\text{Righi-Kulm}) = g (\text{Genève}) (1 - 0,00027345 \pm 0,00000352)$$

La différence entre ces deux expressions donne, par conséquent, l'attraction exercée par la montagne sur un point placé à son sommet; cette attraction est égale à

$$g (0,00008101 \pm 0,00000352)$$

soit à $\frac{1}{12300} \pm \frac{1}{300000}$ de la pesanteur.

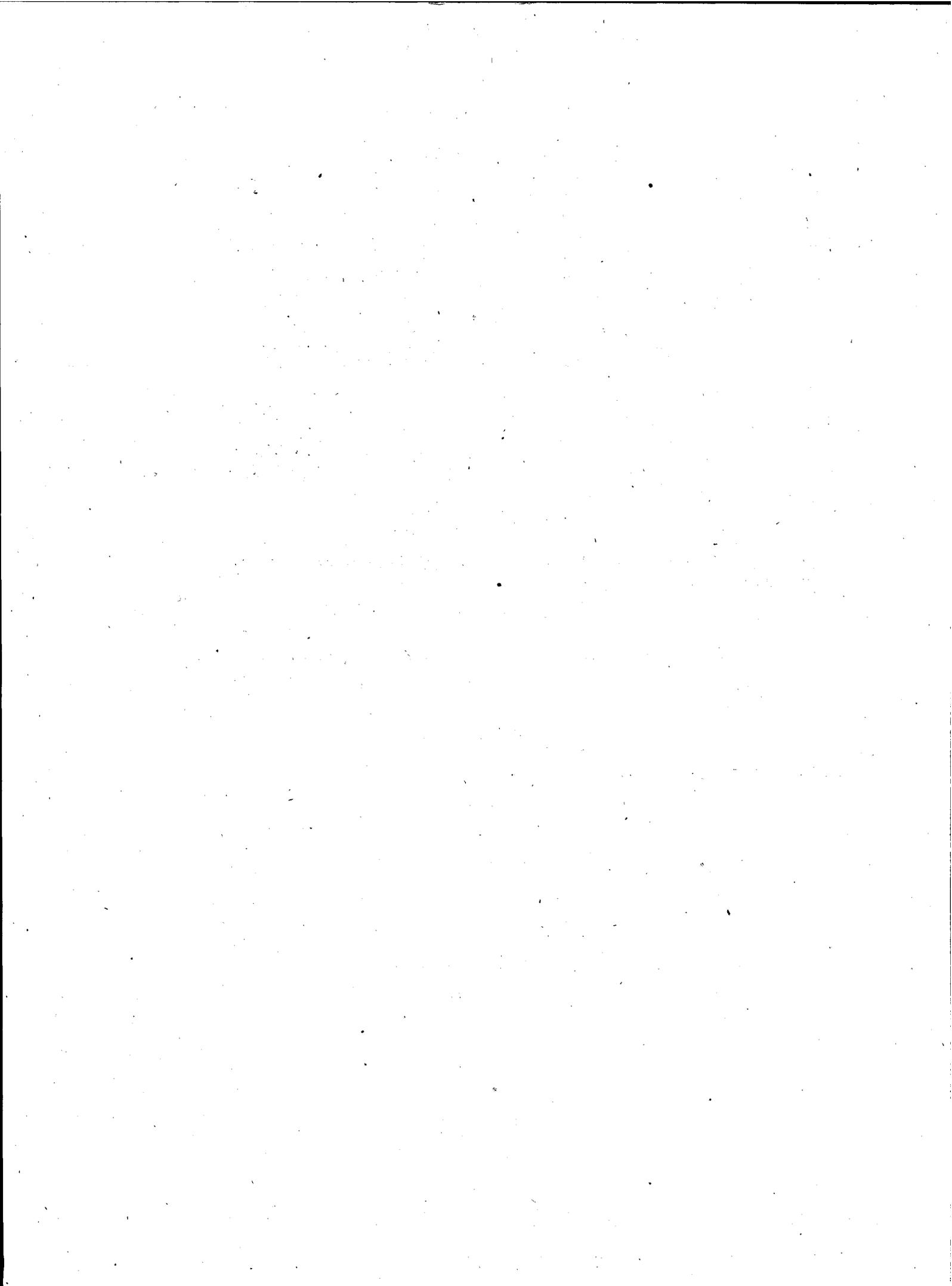
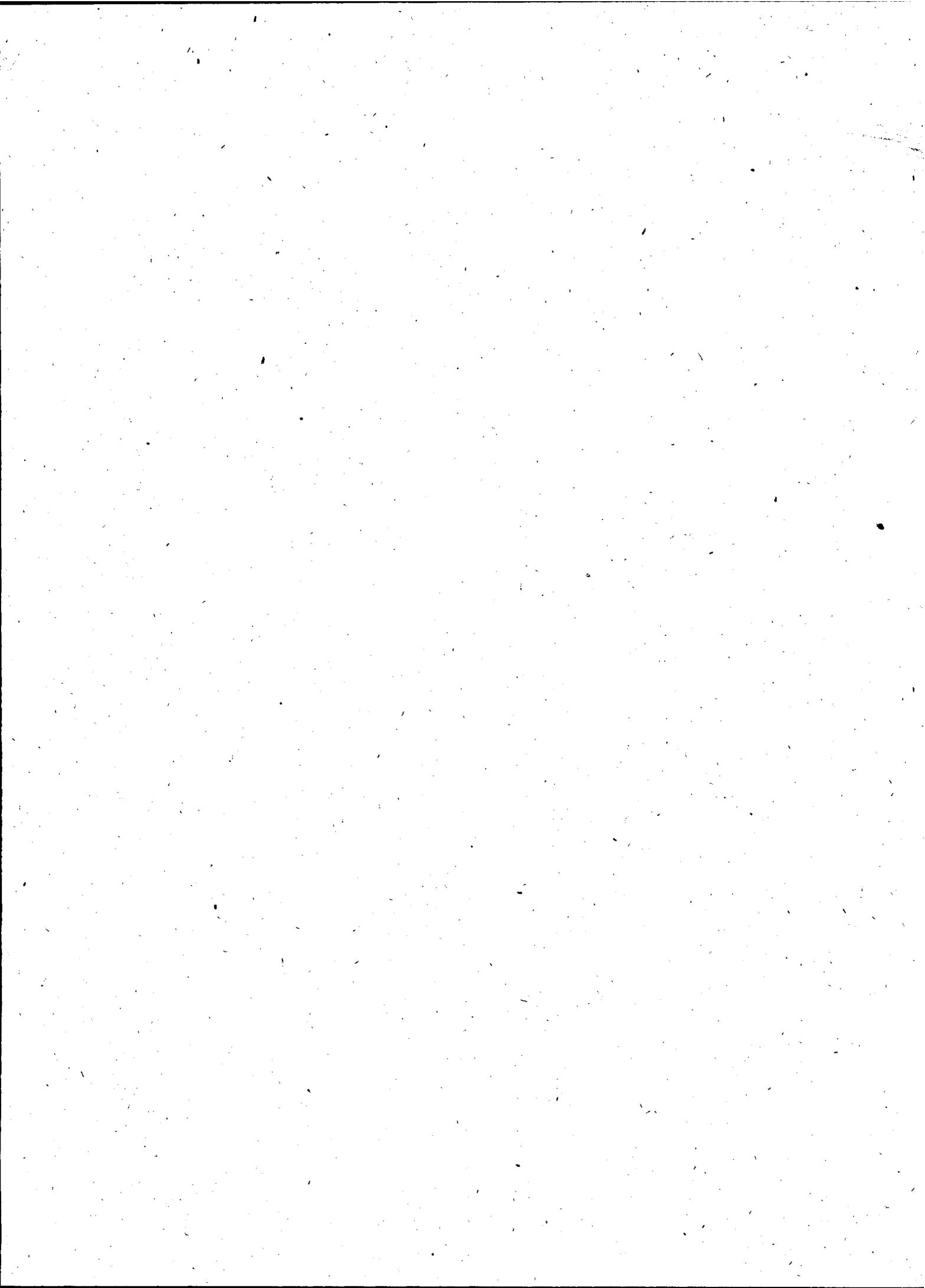


TABLE DES MATIÈRES

	PAGES
Introduction	V
CHAPITRE I. Mesures de longueur du pendule faites à Genève en 1871	1
Détermination du centre de gravité du pendule	8
CHAPITRE II. Détermination de la durée d'une oscillation en 1871	
§ 1. Exposé du procédé suivi	9
§ 2. Détermination de la parallaxe des plumes	12
§ 3. Comparaisons du chronomètre et de la pendule normale et correction horaire du chronomètre	15
§ 4. Détermination de l'intervalle de temps compris entre deux séries de passages	18
§ 5. Observations de l'amplitude des oscillations, détermination de la loi du décroissement et réduction à l'arc infiniment petit	25
§ 6. Détermination de la durée d'une oscillation, en fraction de seconde sidérale, d'après les observations de chaque jour	32
CHAPITRE III. Réduction à la température de 16°,25 de la durée d'une oscillation	37
CHAPITRE IV. Détermination du coefficient de dilatation de la tige du pendule	45
CHAPITRE V. Nouvelle réduction des observations faites à Genève en 1865 et 1866	55

	PAGES
CHAPITRE VI. Détermination de la pesanteur à Genève d'après l'ensemble des observations	64
CHAPITRE VII. Observations du pendule faites au Righi-Kulm.	
Mesures de longueur du pendule	66
Détermination du centre de gravité du pendule . . .	68
Détermination de la durée d'une oscillation :	
§ 1. Description du procédé	68
§ 2. Détermination de la parallaxe des plumes	70
§ 3. Détermination de la correction horaire du chronomètre sur le temps sidéral	71
§ 4. Observations de la durée de 3000 oscillations	73
§ 5. Observations de l'amplitude des oscillations.	74
§ 6. Durée d'une oscillation réduite à l'arc infiniment petit	80
Détermination de la pesanteur au Righi-Kulm. . . .	81



H. GEORG, LIBRAIRE-ÉDITEUR, GENÈVE ET BALE

Publications de la Commission géodésique suisse:

Détermination télégraphique de la différence de longitude entre les observatoires de Genève et de Neuchâtel, par E. Plantamour et A. Hirsch Fr. 7 50

Expériences faites à Genève avec le pendule à réversion, par E. Plantamour Fr. 7 50

(Ces deux mémoires ont paru dans les *Mémoires de la Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève.*)

Nivellement de précision de la Suisse, exécuté sous la direction de A. Hirsch et E. Plantamour. Livraisons I, II et III. — Prix de chaque livraison : Pour la Suisse Fr. 2 50
Pour l'étranger Fr. 4 —

Détermination télégraphique de la différence de longitude entre la station astronomique du Righi-Kulm et les observatoires de Zurich et de Neuchâtel, par E. Plantamour, R. Wolf et A. Hirsch Fr. 8 —